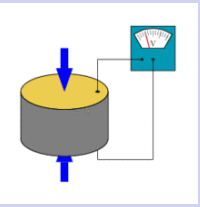
Лекция 5

- ….о многомерных пространствах или как найти дом *флатландского шпиона*

- Предельные группы симметрии

- Принципы Неймана и Фойгта

- Разговор о физических свойствах кристаллов



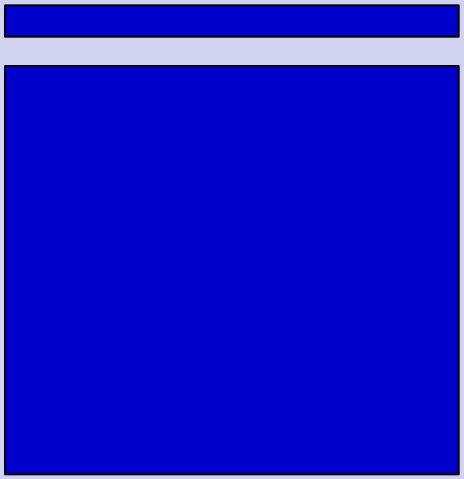
- Энантиоморфизм Пастера применительно к Великой Отечественной Войне 1941-1945.

Разминка

К вопросу о понимании нами многомерных пространств

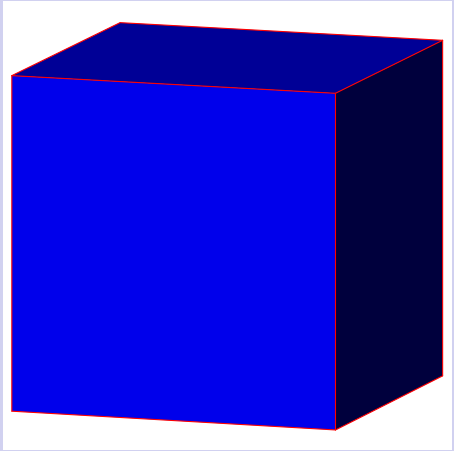
Мы живем в трехмерном пространстве и наш мозг с трудом понимает пространства большей размерности

0-мерное пространство – проекция 1-мерного



1-мерное пространство – проекция 2-мерного
Объект – 1 ребро, 2 вершины

2-мерное пространство – проекция 3-мерного
Объект – 4 ребра, 4 вершины



3-мерное пространство – проекция 4-мерного
Объект – 12 ребер, 8 вершин, 6 граней

Уже трудно, да?

ЛАЙНЛАНДИЯ И ФЛАТЛАНДИЯ

Поэтам и писателям свойственно фантазировать.

Так, существуют произведения, в которых рисуется жизнь пространстве иных размерностей, в частности, в двумерном пространстве. Обитатель его (Квадрат) постиг (в мучениях) тайну третьего измерения

Эдвин Э. Эбботт

ФЛАТЛАНДИЯ

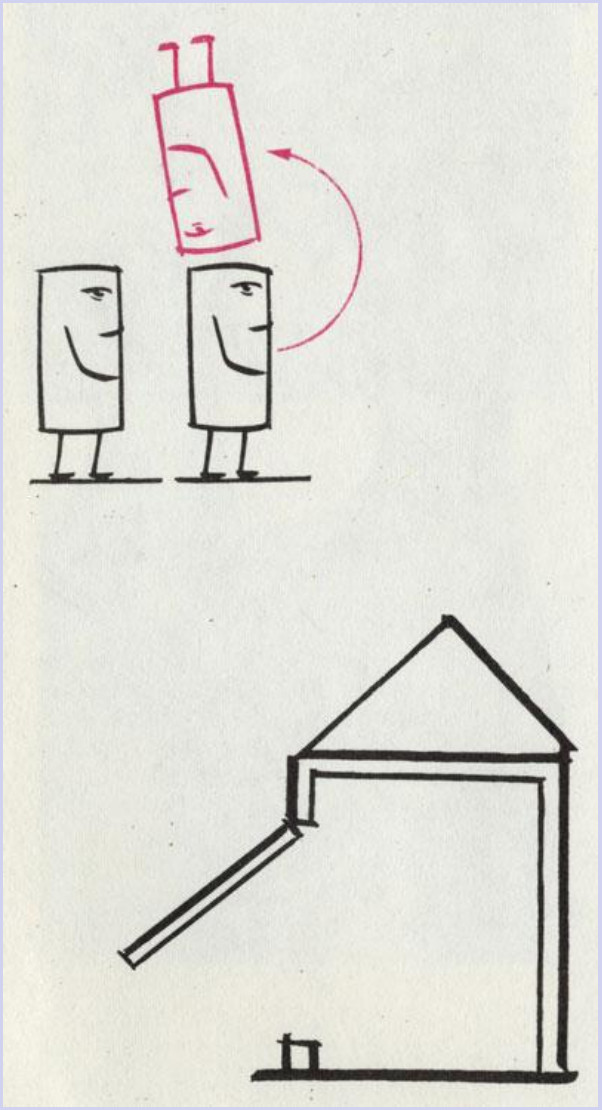
Роман о четвертом измерении с иллюстрациями автора, Квадрата

Посвящение

Всем обитателям Трехмерного Пространства вообще
и Г. К. в частности
посвящает свой труд
скромный житель Флатландии
в надежде,
что, подобно тому как он смог постичь тайны
Трех Измерений,
хотя до того был знаком
лишь с Двумя,
обитатели небесной области
смогут воспарить еще выше
и постичь тайны Четырех, Пяти и даже Шести Измерений,
тем самым способствуя
развитию воображения

и распространению
наиболее редкого и превосходного дара
скромности
среди высших рас обитателей
Трехмерия

ФЛАТЛАНДИЯ



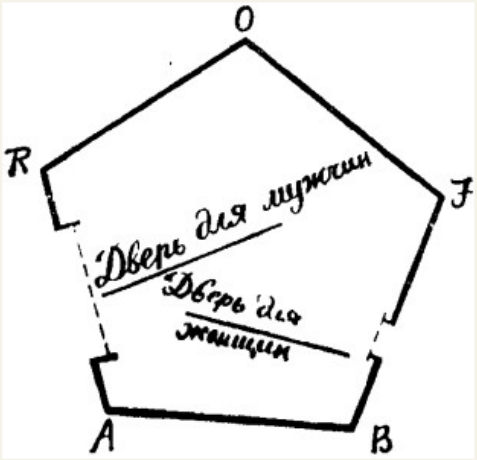
Жители этой страны маленькие прямоугольники с глазом (а глаз у них только один) в одном из углов. Видеть такой прямоугольник может, конечно, только в плоскости, и ему никогда не удается взглянуть на эту плоскость сверху.

Так что ***ни один флатландец никогда не сможет представить себе, как на самом деле он выглядит: для этого уже необходим взгляд из трехмерного пространства***.

2 флатландца смогли бы взглянуть друг на друга лишь в том случае, если бы одному из них удалось встать на голову.

Домики у флатландцев были бы примерно такими, как на детских рисунках. С той разницей, что двери находились бы сбоку и открывались бы только в этой же плоскости. Но вот дверные петли пришлось бы делать вне плоскости, выше или ниже ее.

Вернемся к жилищам флатландцев.



Флатландский дом.

Дома наши чаще всего имеют форму пятиугольника. Две северные стороны RO, OJ образуют крышу, и в них, как правило, не прорезают дверей. В восточной стороне имеется небольшая дверка для женщин, а в западной прорезана дверь гораздо больших размеров — для мужчин. В южной стене (или в полу) дверей обычно не делают.

Строить квадратные или треугольные дома флатландцам не разрешается, и вот почему. Поскольку углы квадрата (а тем более равностороннего Треугольника) гораздо острее, чем углы Пятиугольника, а края неодушевленных предметов (каковыми являются дома) испускают более тусклое свечение, чем края мужчин и женщин, острые вершины квадратных или треугольных домов представляли бы немалую опасность для неосмотрительных или рассеянных путников, которые могли бы внезапно наткнуться на них. Поэтому еще в одиннадцатом веке нашей эры треугольные дома были повсюду запрещены законом. Исключение составляли лишь крепости, пороховые погреба, казармы и другие государственные сооружения, посещение которых без особого разрешения властей было нежелательным.

Дом флатландских шпионов

Типичные флатландцы

Типичные флатландцы,
познавшие
3-ее
измерение

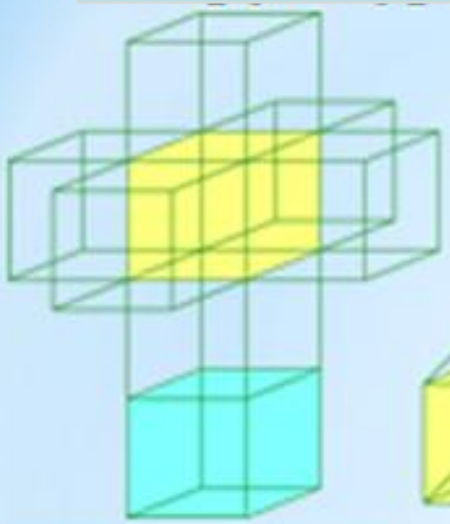
Очевидные преимущества,
не так ли?

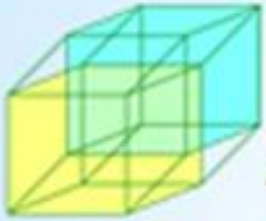
Пространства большей размерности существуют!

Давайте посмотрим мультик

http://cryst.geol.msu.ru/courses/crgraf/3dimension.mp4

Посчитаем вершины, ребра и грани у кубов большей размерности





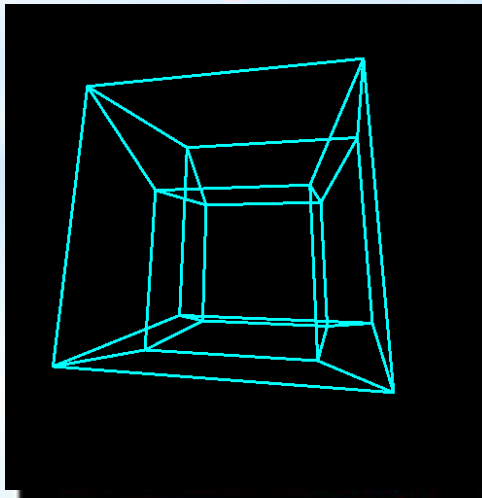
Трехмерный куб: *8 вершин, 12 ребер,*

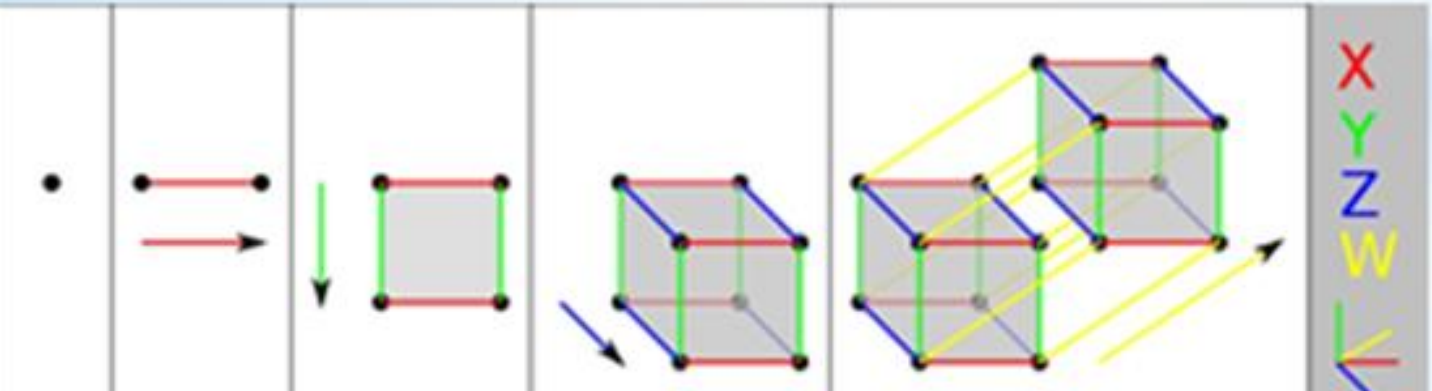
6 граней

Четырехмерный куб: *16 вершин, 32 ребра*

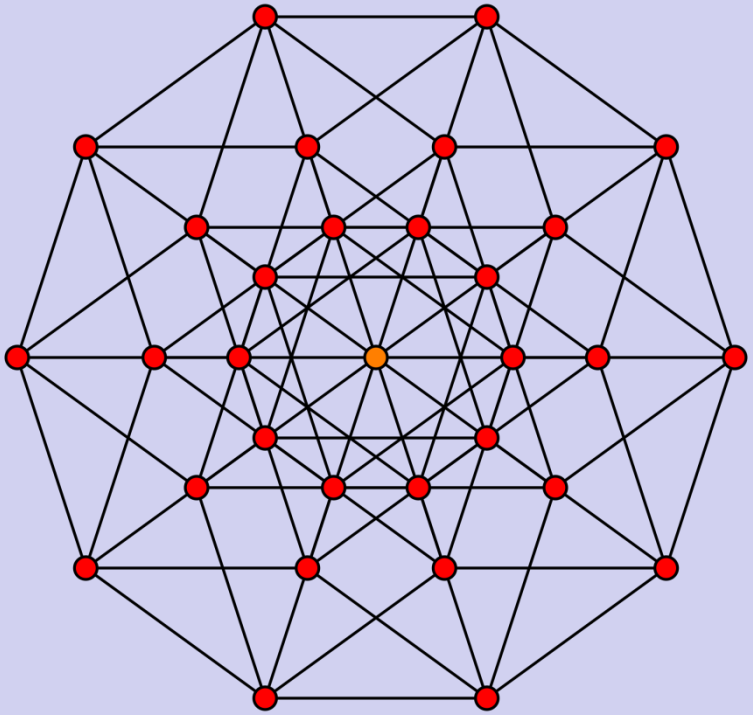
24 грани, 8 кубов

тессеракт



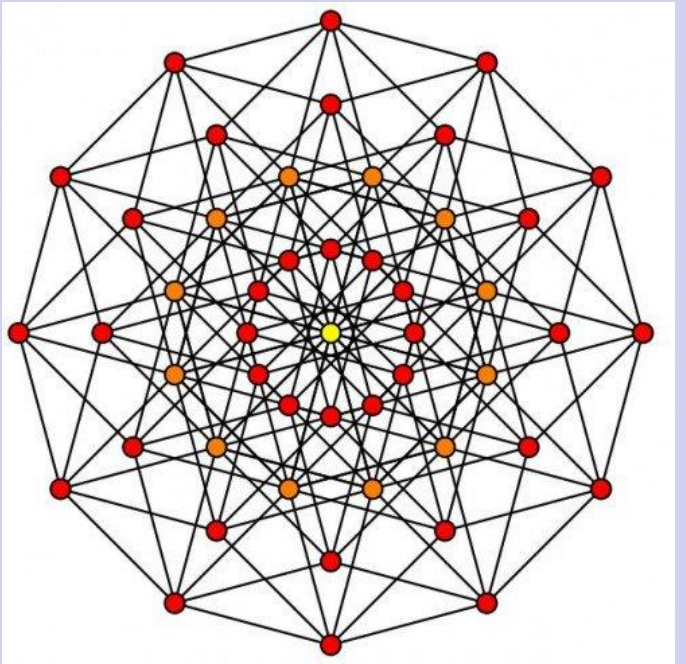


Пятимерный куб:
32 вершины, 80 ребер,
80 квадратов, 40 кубов



пентеракт

Шестимерный куб:
64 вершины, 192 ребра,
240 граней, 160 кубов



гексеракт

К слову, недавно открытые *квазикристаллы* периодичны только в ***шестимерном*** пространстве….

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ГРУППЫ симметрии Кюри.

«Кюри охватил значение симметрии в физических явлениях тогда, когда связь симметрии с фактами физики не сознавалась. Он указал его там, где его не видели»

Пьер Кюри
(1859 – 1906)

В.И.Вернадский о
П.Кюри

Условия существования сферических треугольников, содержащие в вершинах оси симметрии

1) 180< сумма углов ≤ 540

2) Порядок оси симметрии задает угол между сторонами сферического треугольника, равный половине элементарного угла поворота оси 90, 60, 45, 30

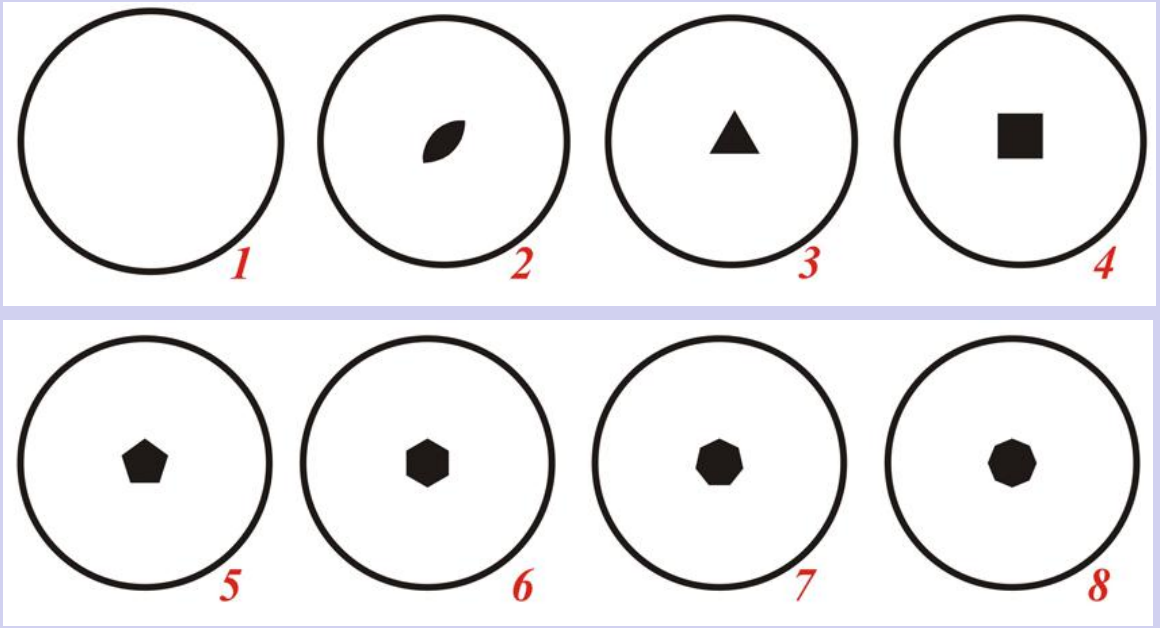
Сочетание осей	сумма углов
2 2 2	90+90+90 = 270 Есть и кристаллографичен
3 2 2	60+90+90 = 240 Есть и кристаллографичен
4 2 2	45+90+90 = 225 Есть и кристаллографичен
6 2 2	30+90+90 = 210 Есть и кристаллографичен
5 2 2	36+90+90 = 216 Есть, некристаллографичен
7 и более 2 2	* +90+90 >180 Есть, некристаллографичен
3 3 2	60+60+90 = 210 Есть и кристаллографичен
4 3 2	45+60+90 = 195 Есть и кристаллографичен
5 3 2	**36+60+90 = 186>180! Потом!**

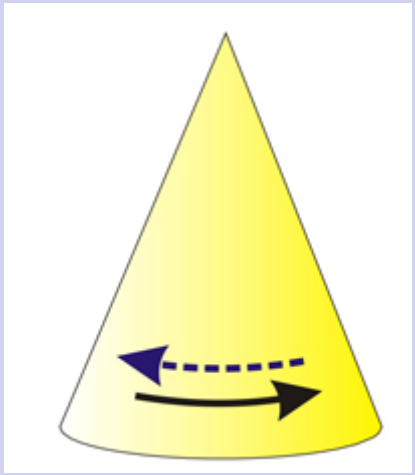
ПРЕДЕЛЬНЫЕ ГРУППЫ симметрии Кюри.

Предельные группы Кюри
описывают симметрию физических явлений, в том числе свойств кристаллов и поэтому
очень даже кристаллографичны

Группы Кюри являются обобщениями конечных точечных групп при условии, что порядок оси симметрии стремится к бесконечности.

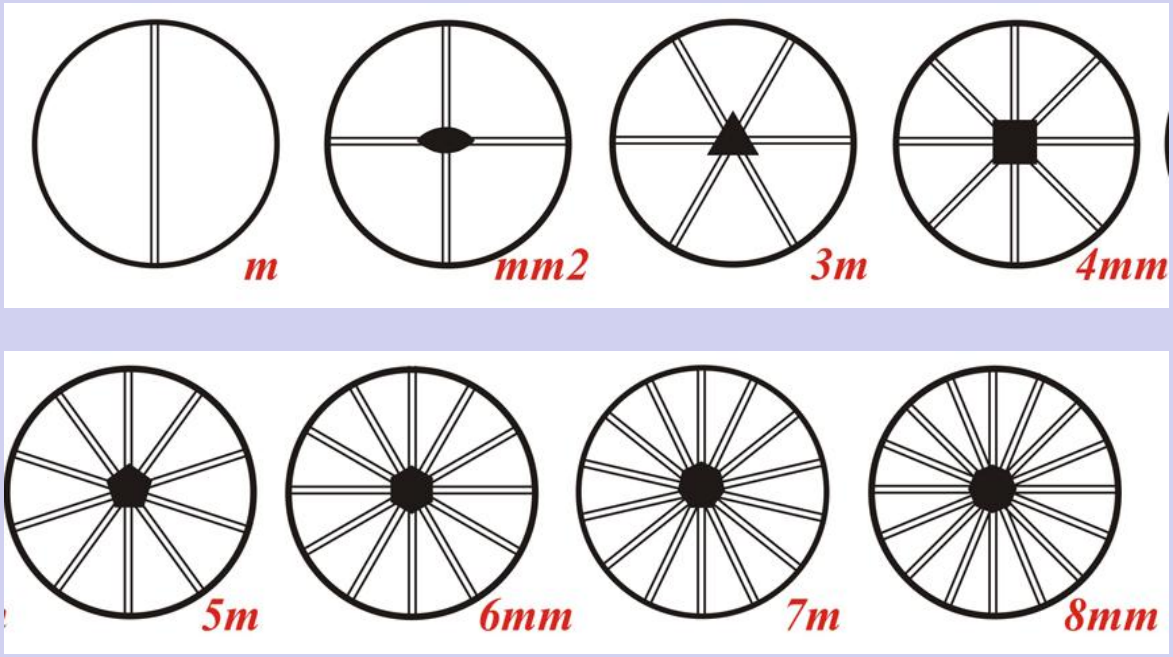
Группа ∞ вращающегося конуса *правая* и *левая*

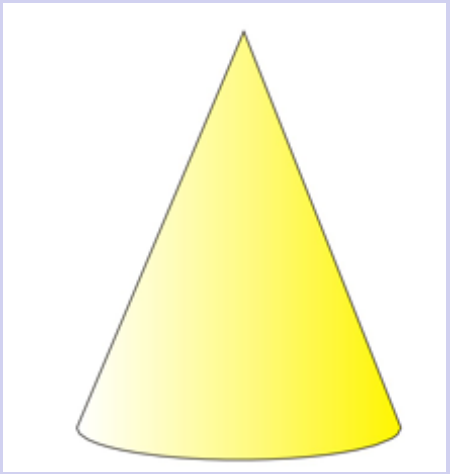




Описывает симметрию среды с особенным полярным направлением

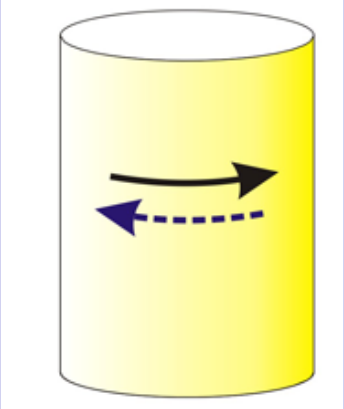
Группа ∞m неподвижного конуса

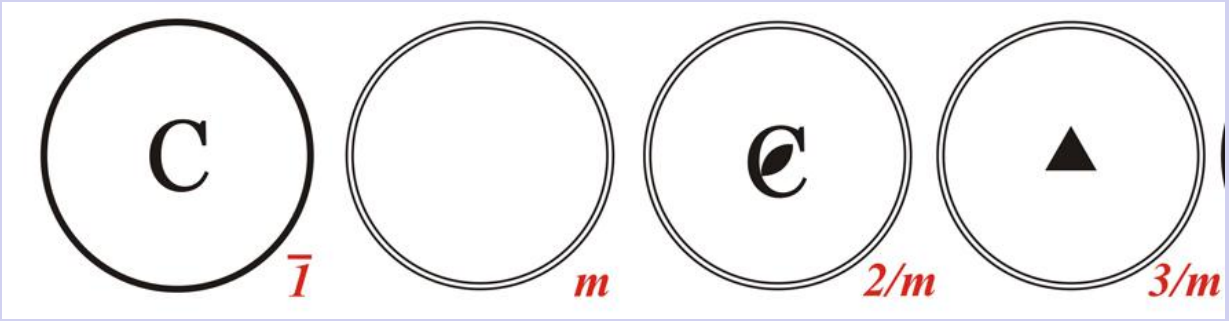


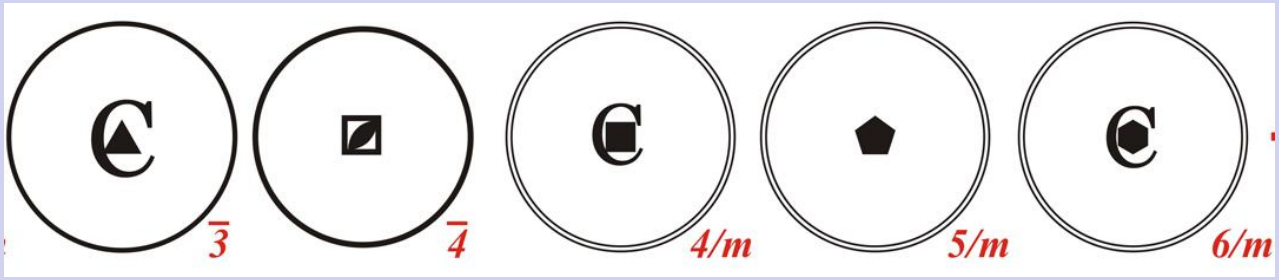


Описывает симметрию однородного электрического поля

Группа ∞/m вращающегося цилиндра *правая* и *левая*

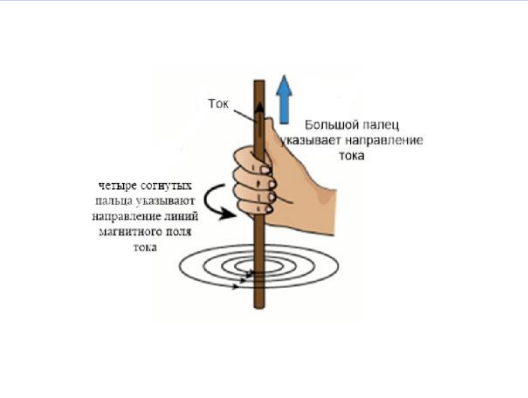






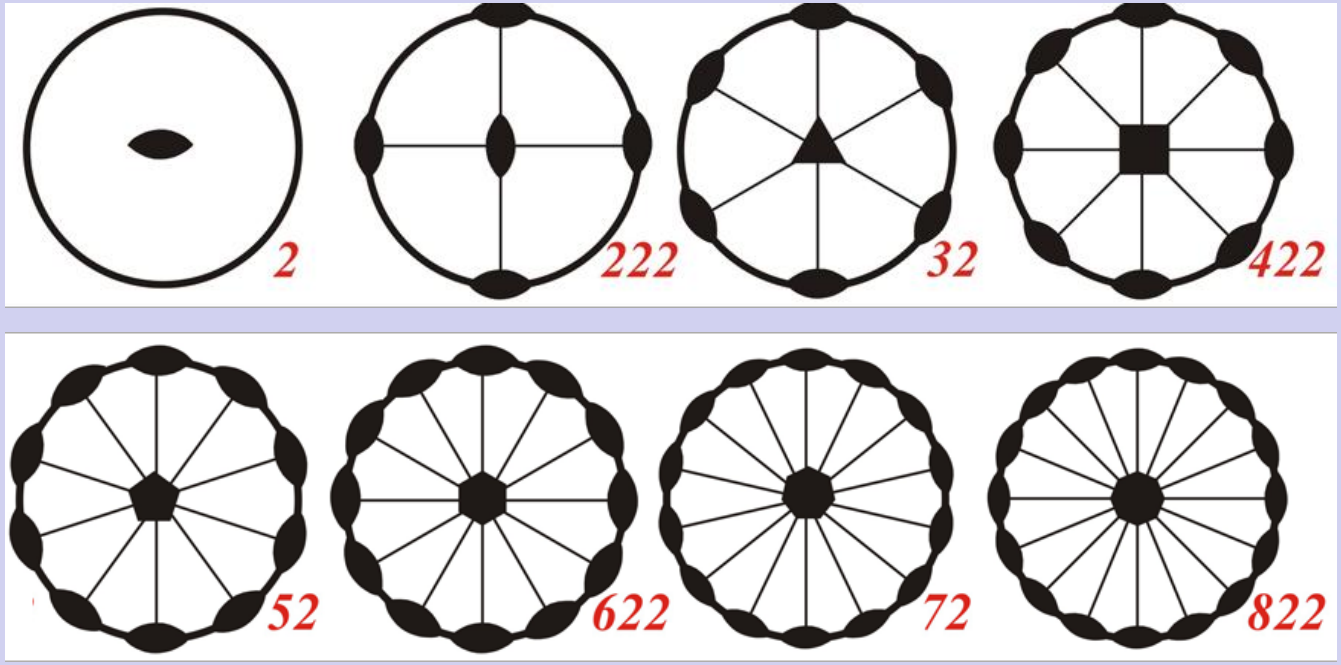
Описывает симметрию однородного магнитного поля

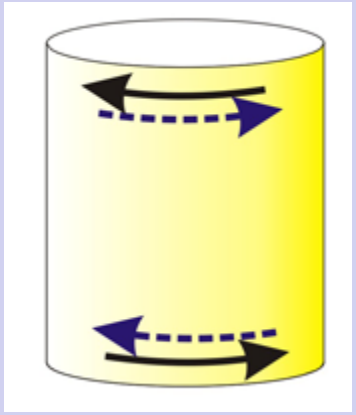
Вспоминаем правило буравчика?



Если силовые линии входят в ладонь, то большой палец покажет на Север!

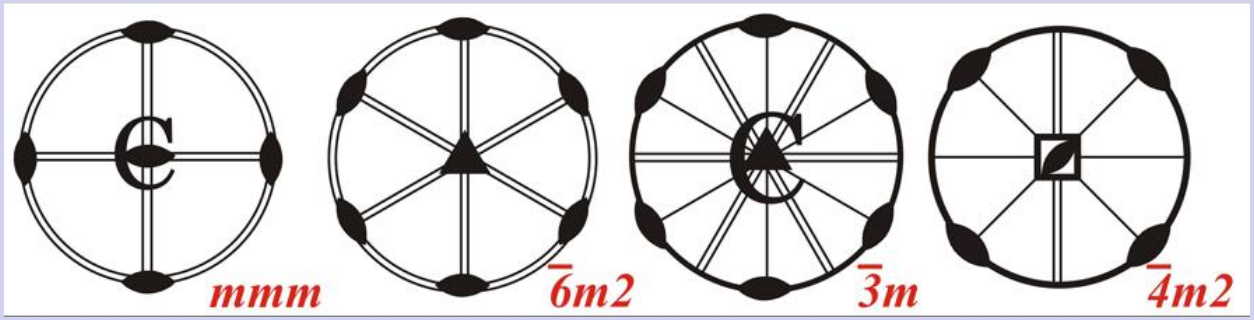
Группа $\infty 2$ скрученного цилиндра *правая* и *левая*

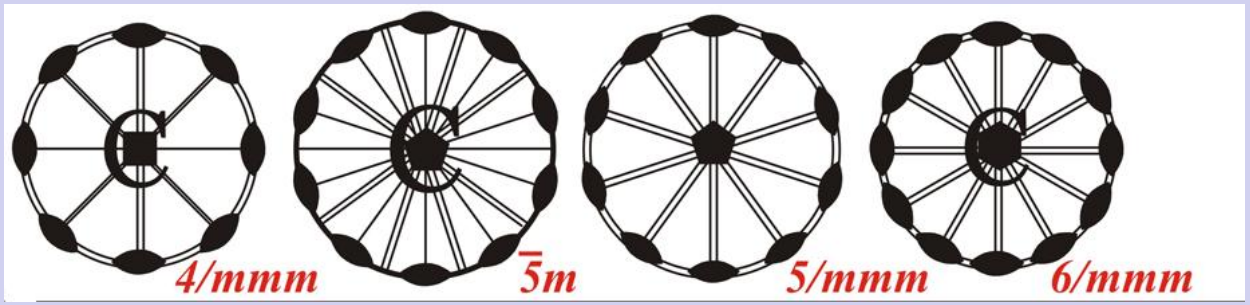


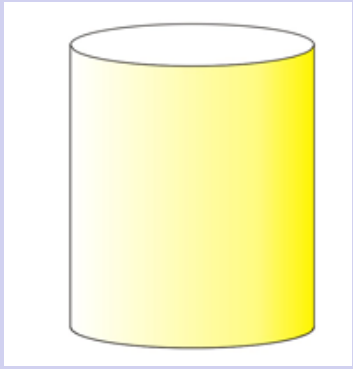


Описывает симметрию оптически активной анизотропной среды

Группа $\infty/m\ mm$ неподвижного цилиндра

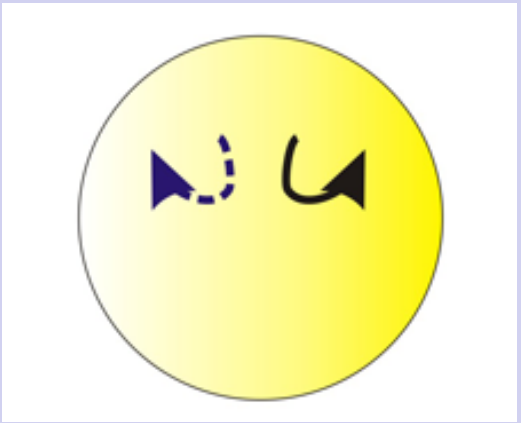


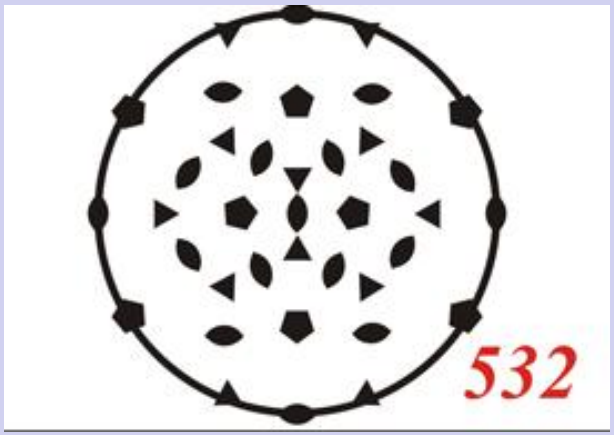




Описывает симметрию однородного поля одноосных механических напряжений (сжатие, растяжение)

Группа ∞ / ∞ вращающейся сферы *правая и левая*

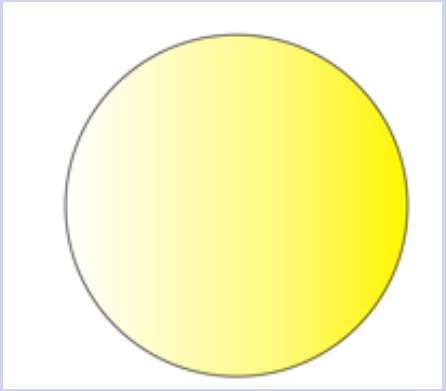




Описывает симметрию оптически активной изотропной среды

Ой, еще не знаем

Группа $\infty / \infty \; m$ неподвижной сферы



Ой, еще не знаем-2

Описывает симметрию **скалярных воздействий** (однородное нагревание, гидростатическое сжатие)

величины, значения которых не зависит от направления, в котором они определяются.

Принцип Неймана

немецкий физик, иностранный член-корреспондент Петербургской АН (1838). Труды посвящены электричеству, оптике, магнетизму. Установил связь симметрии физических свойств кристалла с симметрией его формы.

Принцип Ф. Неймана заключается в том, что ***физическое свойство кристалла может обладать и более высокой симметрией, чем кристалл, но оно обязательно должно включать в себя и симметрию точечной группы кристалла (как подгруппу)***.

Смысл принципа Неймана заключается в том, что преобразование симметрии, свойственное кристаллу, не может изменить его физические свойства.

Принцип Неймана

указывает лишь на возможность, но не обязательность проявления определенного физического свойства у данного кристалла, т.е. является необходимым, но недостаточным условием.

Используя этот принцип, можно:

1) с одной стороны, *зная группу симметрии кристалла, предсказать его возможные физические свойства*,

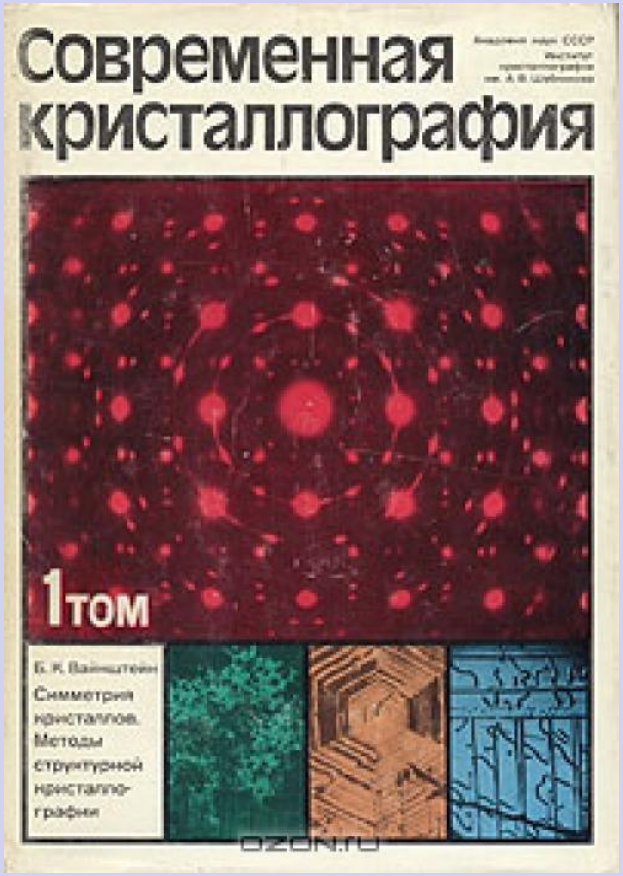
2) с другой стороны, *зная физические свойства, установить у кристаллов каких классов симметрии они возможны*.

немецкий
физик-теоретик
(1850-1919)

Вольдемар Фойгт

уточнил принцип Неймана и
сформулировал его следующим образом:

группа симметрии любого физического свойства должна включать в себя все элементы точечной группы симметрии кристалла.



Группа симметрии физического свойства должна включать в себя все элементы точечной группы симметрии кристалла.

Таблица 5. Соотношения между симметрией кристаллов и симметрией их физических свойств

Группа K	Симметрия тензорных свойств									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	1	1	1	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$
$\bar{1}$	—	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	—	—	—	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$
m	m	∞/m	$2/m$	$2/m$	m	m	m	$2/m$	$2/m$	$2/m$
2	∞mm	∞/m	$2/m$	$2/m$	2	2	2	$2/m$	$2/m$	$2/m$
$2/m$	—	∞/m	$2/m$	$2/m$	—	—	—	$2/m$	$2/m$	$2/m$
222	—	—	mmm	—	222	—	222	mmm	mmm	mmm
$mm2$	∞mm	—	mmm	—	—	$mm2$	$2mm$	mmm	mmm	mmm
mmm	—	—	mmm	—	—	—	—	mmm	mmm	mmm
4	∞mm	∞/m	∞/mmm	∞/m	$\infty 22$	∞	∞	∞/m	$4/m$	$4/m$
$\bar{4}$	—	∞/m	∞/mmm	∞/m	$\bar{4}$	—	$\bar{4}$	∞/m	$4/m$	$4/m$
$4/m$	—	∞/m	∞/mmm	∞/m	—	—	—	∞/m	$4/m$	$4/m$
422	—	—	∞/mmm	—	$\infty 22$	—	$\infty 22$	∞/mmm	$4/mmm$	$4/mmm$
$4mm$	∞mm	—	∞/mmm	—	—	—	∞mm	∞/mmm	$4/mmm$	$4/mmm$
$\bar{4}2m$	—	—	∞/mmm	—	$\bar{4}2m$	—	$\bar{4}2m$	∞/mmm	$4/mmm$	$4/mmm$
$4/mmm$	—	—	∞/mmm	—	—	—	—	∞/mmm	$4/mmm$	$4/mmm$
3	∞mm	∞/m	∞/mmm	∞/m	$\infty 22$	∞	3	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$
$\bar{3}$	—	∞/m	∞/mmm	∞/m	—	—	—	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$
32	—	—	∞/mmm	—	$\infty 22$	—	32	$\bar{3}m$	$\bar{3}m$	$\bar{3}m$
$3m$	∞mm	—	∞/mmm	—	—	—	$3m$	$\bar{3}m$	$\bar{3}m$	$\bar{3}m$
$\bar{3}m$										
6										∞/m
$\bar{6}$										
$6/m$	—	∞/m	∞/mmm	∞/m	—	—	—	∞/m	∞/mmm	∞/m
622	—	—	∞/mmm	—	$\infty 22$	—	$\infty 22$	∞/mmm	∞/mmm	∞/mmm
$6mm$	∞mm	—	∞/mmm	—	—	—	∞mm	∞/mmm	∞/mmm	∞/mmm
$\bar{6}m2$	—	—	∞/mmm	—	—	—	$\bar{6}m2$	∞/mmm	∞/mmm	∞/mmm
$6mmm$	—	—	∞/mmm	—	—	—	—	∞/mmm	∞/mmm	∞/mmm
23	—	—	$\infty/\infty mm$	—	∞/∞	—	$\bar{4}3m$	$m3m$	$m3m$	$m3$
$m3$	—	—	$\infty/\infty mm$	—	—	—	—	$m3m$	$m3m$	$m3$
432	—	—	$\infty/\infty mm$	—	∞/∞	—	—	—	$m3m$	$m3m$
$\bar{4}3m$	—	—	$\infty/\infty mm$	—	—	—	$\bar{4}3m$	—	$m3m$	$m3m$
$m3m$	—	—	$\infty/\infty mm$	—	—	—	—	—	$m3m$	$m3m$

Примечание. Цифры в головках колонок означают свойства, описываемые следующими тензорами: 1 — полярным вектором и антисимметричным псевдотензором 2-го ранга, V и $\varepsilon\{V^2\}$; 2 — аксиальным вектором и антисимметричным полярным тензором 2-го ранга, εV и $\{V^2\}$; 3 — симметричным полярным тензором 2-го ранга, $[V^2]$; 4 — несимметричным полярным тензором 2-го ранга, V^2; 5 — симметричным псевдотензором 2-го ранга, $\varepsilon[V^2]$; 6 — несимметричным псевдотензором 2-го ранга, εV^2; 7 — полярным тензором 3-го ранга, симметричным по паре индексов, $V[V^2]$; 8 — псевдотензором 3-го ранга, симметричным по паре индексов, $\varepsilon V[V^2]$; 9 — полярным тензором 4-го ранга, симметричным по двум парам индексов и их перестановке, $[[V^2]^2]$; 10 — полярным тензором 4-го ранга, симметричным по двум парам индексов, $[V^2]^2$.

Физические свойства кристаллов определяются:

1) природой химических элементов, входящих в их состав;

2) **взаимным расположением атомов в кристаллической структуре**;

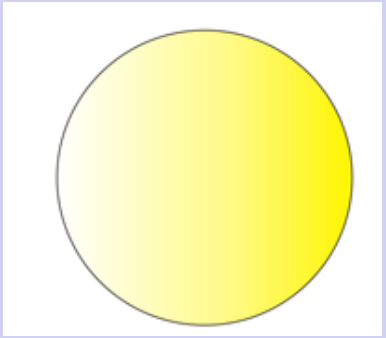
3) несовершенствами структур реальных кристаллов;

4) Размерными характеристиками образца (нано- макро- в 1, 2, 3 направлениях).

Скалярные, векторные и тензорные свойства

Скалярные свойства - физические величины, значения которых не зависит от направления, в котором они определяются.

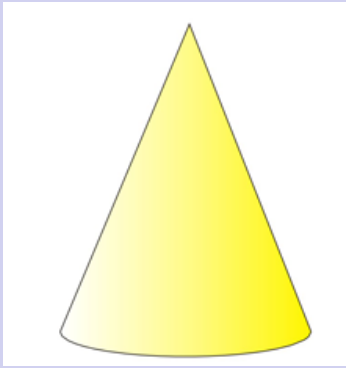
Их симметрия описывается предельной группой $\infty/\infty m$.



Векторные свойства возникают в кристалле, как анизотропной среде, при скалярном – изотропном - воздействии на него, т. е. воздействии, не зависящем от направления.

Вектор ***a*** определенной длины и направления, задается его проекциями – компонентами этого вектора ***a1, a2, a3*** - на координатные оси X, Y, Z.

Симметрия векторного свойства соответствует симметрии неподвижного конуса - ∞mm.



Тензорные свойства – это направленные физические величины, описываемые в некоторой системе координат. Если одна векторная величина $\boldsymbol{b}$ является функцией другой $\boldsymbol{a}$, то в простейшем случае они связаны линейной зависимостью:

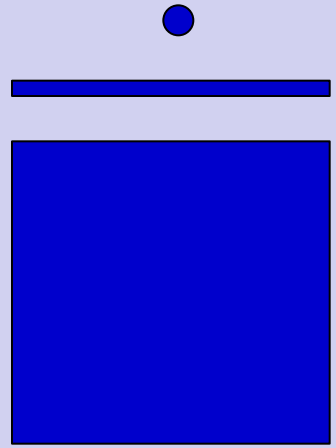
$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{a}.$$

связь между этими векторами ($\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$) зависит от их направления. При этом каждая компонента вектора $\boldsymbol{b}$ ($\boldsymbol{b_1}$, $\boldsymbol{b_2}$, $\boldsymbol{b_3}$) является линейной функцией каждой компоненты вектора $\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$) и может быть выражена системой линейных уравнений:

$$\boldsymbol{b_1} = T_{11} \cdot \boldsymbol{a_1} + T_{12} \cdot \boldsymbol{a_2} + T_{13} \cdot \boldsymbol{a_3}$$
$$\boldsymbol{b_2} = T_{21} \cdot \boldsymbol{a_1} + T_{22} \cdot \boldsymbol{a_2} + T_{23} \cdot \boldsymbol{a_3}$$
$$\boldsymbol{b_3} = T_{31} \cdot \boldsymbol{a_3} + T_{32} \cdot \boldsymbol{a_2} + T_{33} \cdot \boldsymbol{a_3}$$

Девять коэффициентов T_{ij}, где i,j = 1, 2, 3, выписанные для удобства в виде квадратной таблицы и заключенные в квадратные скобки, обозначают ***тензор второго ранга***:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$



скаляр

вектор

тензор 2 ранга

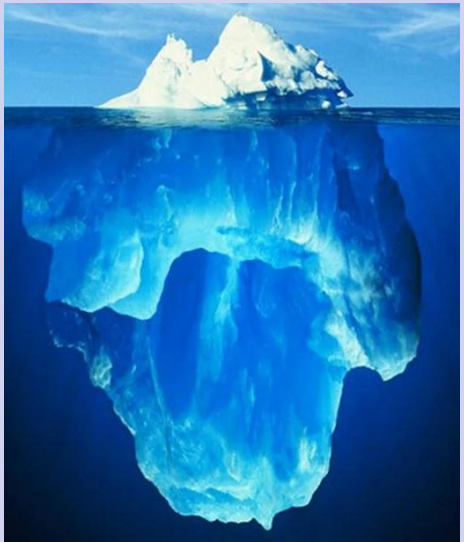
Коэффициенты – ***компоненты*** этого *тензора* – представляют собой ***определенные физические величины*** в заданной системе координат. Число подстрочных индексов у компонент тензора соответствует его ***рангу***.

Механические свойства

способность тел реагировать на механические воздействия – сжатие, растяжение, сдвиг, разрушение.

Твердость

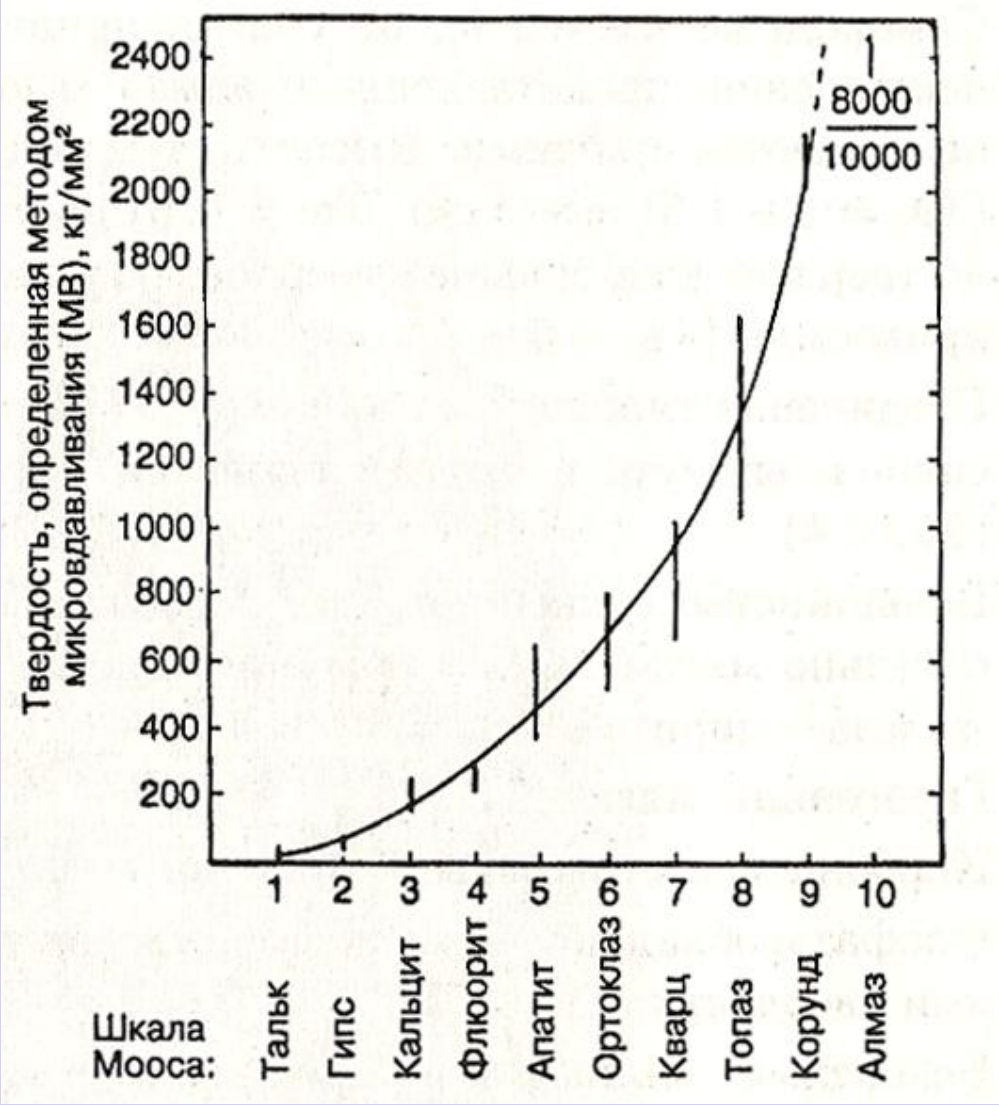
Под твердостью подразумевается степень сопротивления кристалла внешнему воздействию.



10-бальная шкала Мооса (1811 г.)

Минерал	Относительная твердость по Моосу	Абсолютная твердость ($кг/мм^2$)
Тальк $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$	1	2,4
Каменная соль $NaCl$	2	36
Кальцит $CaCO_3$	3	109
Флюорит CaF_2	4	189
Апатит $Ca_5[PO_4]_3F$	5	536
Полевой шпат $K[AlSi_3O_8]$	6	795
Кварц SiO_2	7	1120
Топаз $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$	8	1427
Корунд Al_2O_3	9	2060
Алмаз C	10	10060

Зависимость между шкалой твердости Мооса и результатами, полученными методом микровдавливания



Упругие свойства

Основными понятиями, характеризующими упругость кристалла, являются напряжение (действие любой части тела на соседние части с некоторой силой) и деформация (реакция на прилагаемое воздействие).

Напряжённое состояние в каждой точке упругого тела вполне характеризуется шестью компонентами s_{ij}, и одновременно состояние упругой деформации около той же точки вполне характеризуется шестью компонентами деформации ε_{ij}

Согласно закону Гука при достаточно малых напряжениях деформация пропорциональна величине приложенного напряжения $\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$

Упругие свойства

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$$

C_{ijkl} – константы жесткости, характеризующие сопротивляемость материала упругой деформации

Тензоры напряжений и деформации являются тензорами второго ранга и симметричны относительно своей диагонали, поэтому каждый из них полностью характеризуется шестью независимыми компонентами. Как следствие, *тензор упругости* является тензором четвертого ранга и характеризуются $36 = 6^2$ независимыми компонентами.

Матрица тензора симметрична относительно своей диагонали и, соответственно, только 21 из 36 констант являются независимыми.

Упругие свойства

В случае, когда тело обладает какими-либо элементами симметрии, число независимых констант сокращается.

Так, при повышении симметрии до кубической остается только три независимых константы упругости, вследствие равенств: $C_{11} = C_{22} = C_{33}$, $C_{12} = C_{23} = C_{13}$, и $C_{44} = C_{55} = C_{66}$.

Для описания механических свойств полностью изотропного вещества требуется определить 2 модуля упругости, для кристаллического вещества с кубической сингонией – 3, тетрагональной – 6 или 7, тригональной и гексагональной – 5, 6 или 7, ромбической – 9, моноклинной – 13, а триклинной - 21

Таблица 9. Матрицы коэффициентов упругости для кристаллов разной симметрии

Группа I. Триклинная сингония, классы 1, $\bar{1}$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} \end{pmatrix}$$

Группа II. Моноклинная сингония, классы 2, m, $2/m$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & c_{15} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & c_{25} & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & c_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{46} & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & s_{15} & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & s_{25} & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & s_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{46} & 0 & s_{66} \end{pmatrix}$$

Группа III. Ромбическая сингония, классы 222, $mm2$, mmm

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix}$$

Группа IV. Тетрагональная сингония, классы 4, $4/m$, 422, $4/mmm$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix}$$

Группа V. Тетрагональная сингония, классы $\bar{4}$, $4mm$, $\bar{4}2m$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & -c_{16} \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & s_{16} \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & -s_{16} \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ s_{16} & -s_{16} & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix}$$

Группа VI. Тригональная сингония, классы 3, $\bar{3}$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & -c_{25} & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & c_{25} & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & c_{25} \\ -c_{25} & c_{25} & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & c_{25} & c_{14} & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & -s_{25} & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & s_{25} & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & s_{25} \\ -s_{25} & s_{25} & 0 & 0 & s_{44} & s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & s_{25} & s_{14} & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) \end{pmatrix}$$

Группа VII. Тригональная сингония, классы 32, $3m$, $\bar{3}m$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{14} & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) \end{pmatrix}$$

Группа VIII. Гексагональная сингония, классы 6, $6/m$, 622, $6mm$, $\bar{6}m2$, $6/mmm$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) \end{pmatrix}$$

Группа IX. Кубическая сингония, классы 23, $m3$, 432, $\bar{4}3m$, $m3m$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{pmatrix}$$

Группа X. Изотропная среда

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11}-s_{12}) \end{pmatrix}$$

Упругие свойства

Скалярным усреднением тензора упругости являются модуль сдвига G и модуль объемного сжатия K, который существенно проще измерить экспериментально, чем индивидуальные упругие постоянные.

$$K = \frac{1}{9}(C_{11} + C_{22} + C_{33} + 2(C_{12} + C_{13} + C_{23}))$$

$$G = \frac{1}{15}((C_{11} + C_{22} + C_{33} - (C_{12} + C_{13} + C_{23}) + 3(C_{44} + C_{55} + C_{66}))$$

Усреднение Фойгта дает верхние границы K и G;

Подробное обсуждение различных усреднений и прекрасное введение в теорию упругих свойств кристаллов можно найти в книге Ная [*Най Дж.* (1960)]

Упругие свойства

Отношение нормального стресса к продольной деформации (коэффициент сопротивления материала упругой деформации) называется модулем Юнга *E*:

$$E = \frac{1}{S_{11}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)}$$

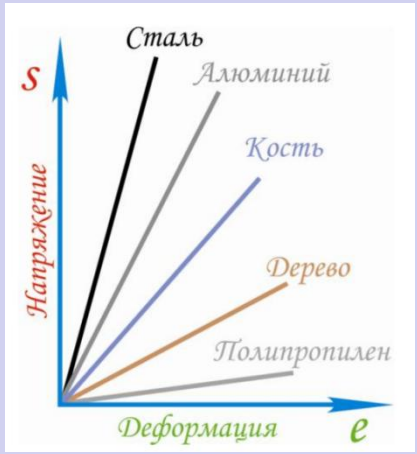
Здесь λ и μ так называемые константы Ламе

$$\lambda = C_{12}$$

$$\mu = C_{44}$$

$$\lambda + 2\mu = C_{11}$$

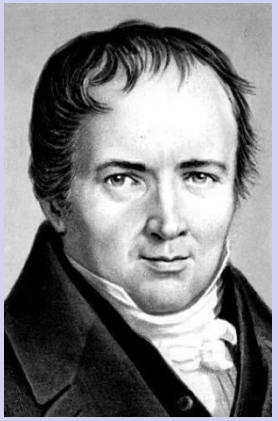
Наиболее простой способ определения модуля Юнга изложен в любом школьном учебнике физики: к вертикально закрепленной проволоке прицепляют грузы известной массы, строят зависимость относительного растяжения от напряжения, затем производят линейную аппроксимацию зависимости и находят модуль Юнга.



Модуль Юнга различных материалов

Материал	Модуль Юнга (ГПа)
Мягкий покров самки саранчи	0,0002
Резина	0,007 – 0,1
Пленка скорлупы яйца	0,008
Полиэтилен	0,2
Карбид кремния	450
Карбид вольфрама	450-650
Одностенные углеродные нанотрубки	1000
Алмаз	1050 - 1200

Упругие свойства



Коэффициент Пуассона ν – это отрицательное отношение поперечной деформации к продольной. Он характеризует изменение площади сечения образца в процессе сжатия – растяжения

$$\nu = -\frac{S_{12}}{S_{11}} \quad \text{где} \quad S_{12} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Акустические свойства

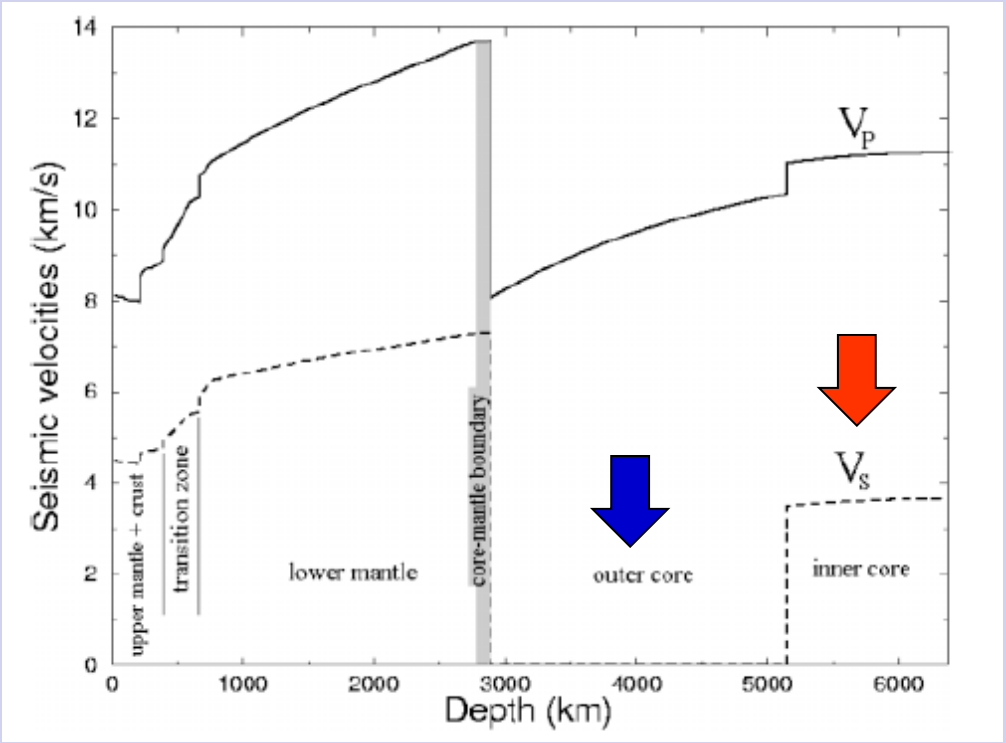
Исследование упругих свойств Земли является важнейшим способом проанализировать минеральный состав земных недр.

В геофизике упругие константы используются для характеристики таких важнейших геофизических параметров, помогающих интерпретировать сейсмические данные, как скорость прохождения акустических колебаний. C_l и C_t – ***средние*** скорости продольных и поперечных звуковых волн, которые измеряются в геофизических экспериментах

$$C_l = \sqrt{\frac{3K + 4G}{3\rho}}$$

$$C_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Сейсмические данные



Продольная волна - это волна сжатия и растяжения, а поперечная - это волна сдвига.

Поэтому в жидкостях могут передаваться только продольные волны, а поперечные - нет, потому что сдвиг слоя жидкости не вызывает деформацию. В твёрдых телах может передаваться как деформация сжатия, так и деформация сдвига. Поэтому твёрдые тела могут передавать и те, и другие волны.

Внешнее ядро – **жидкое**, а внутреннее – **твердое**!

Оптические свойства кристаллов (курс минералогии и петрографии)

1.Преломление, двулучепреломление, дисперсия света

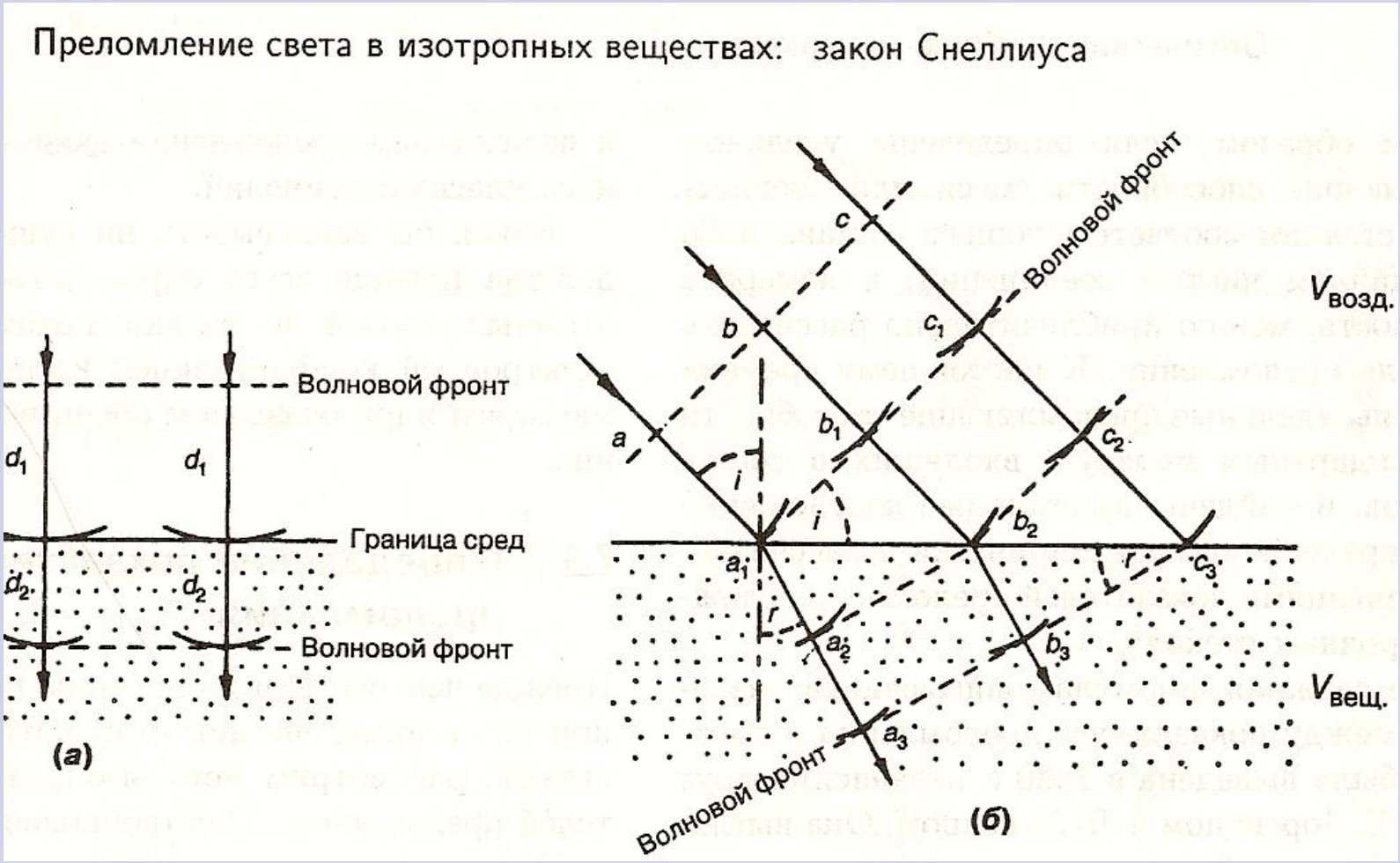
2. Отражение (блеск)

3.Светопроницаемость (прозрачность)

4. Цвет и черта

5.Люминесценция

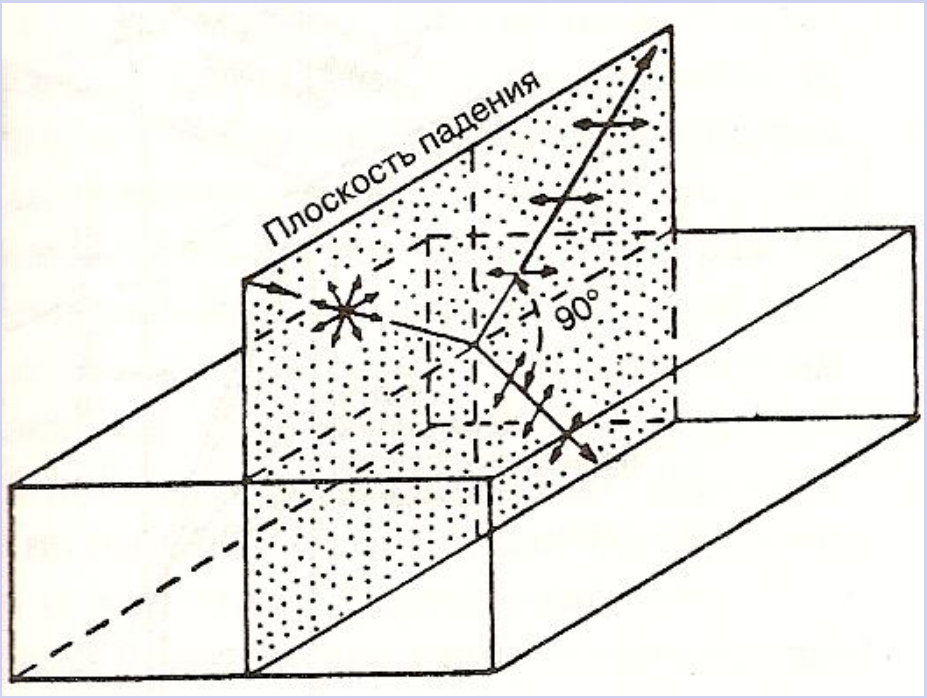
Оптические свойства - преломление



•***Показатель преломления*** **показывает во сколько раз скорость света в одной среде отличается от скорости света в другой. Если одна из сред – вакуум, то такая величина называется *абсолютным показателем преломления* (n).**

$$n = \sin i / \sin r$$

Оптические свойства двулучепреломление



Свет, перпендикулярно падающий на *анизотропный* кристалл, распадается на два луча, только один из которых преломляется – он называется необыкновенным лучом (*е-луч*), луч, который не испытывает преломления, называется обыкновенным (*о-луч*).

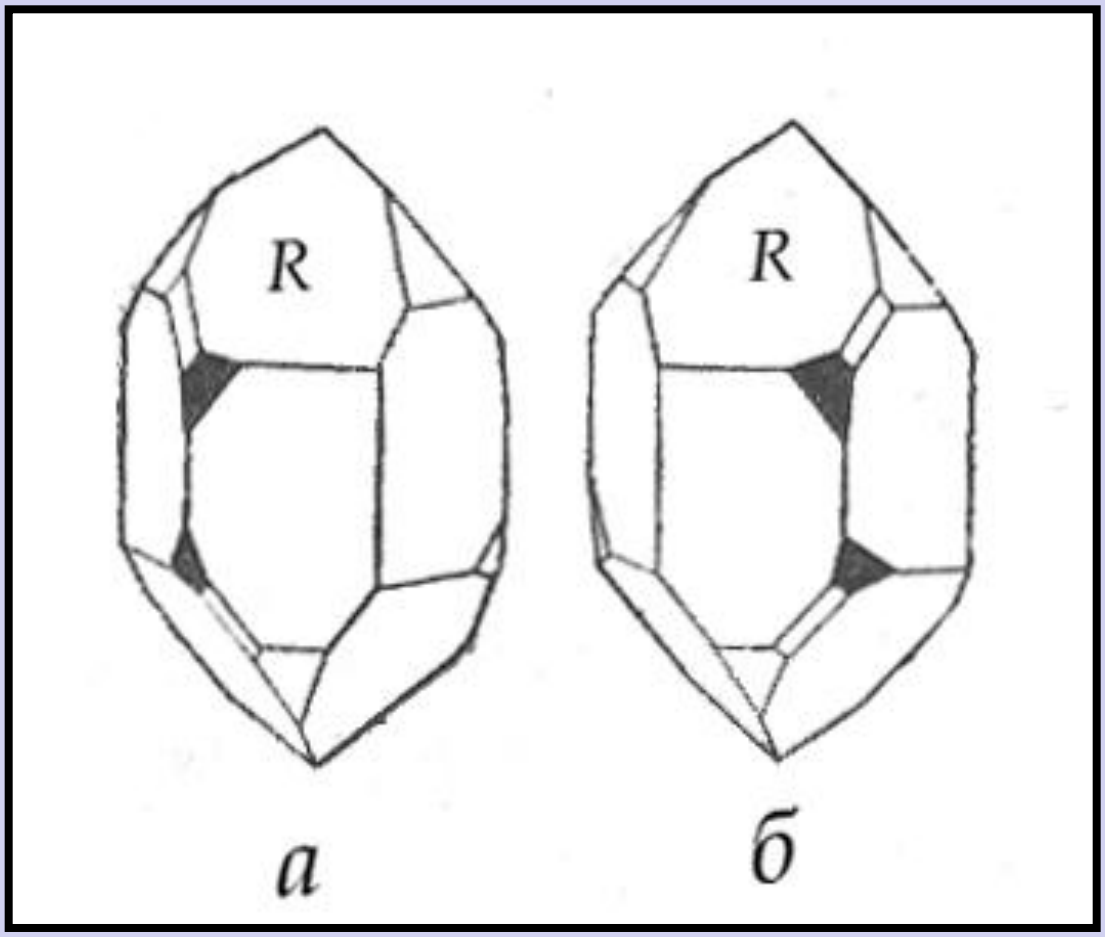
Оптически активные кристаллы

Оптическая активность - способность среды вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через неё оптического излучения (света).

Кристаллы оптически-активных кристаллов всегда существуют в двух формах — правой и левой; при этом они ***энантиоморфны.***

Симметрия оптически активных кристаллов описывается 11 точечными энантиоморфными группами, не содержащими элементы симметрии 2-го рода:

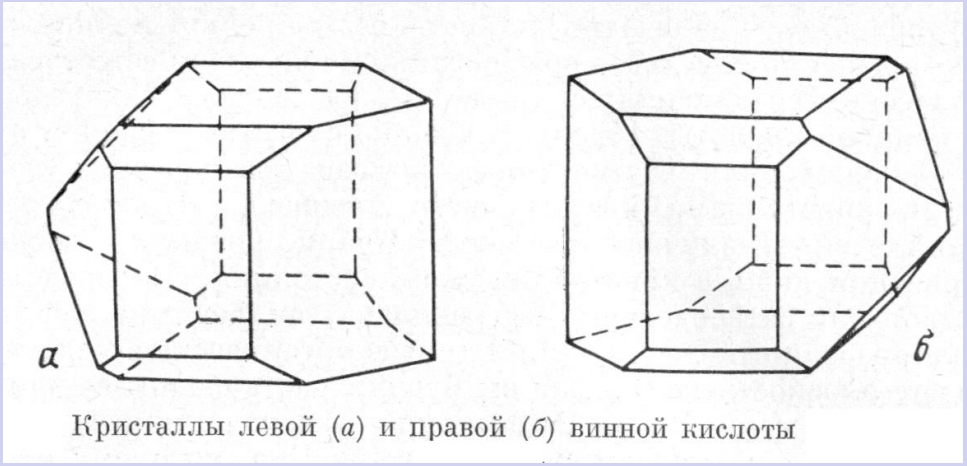
1, 2, 3, 4, 6, 222, 32, 422, 622, 23, 432.



Энантиоморфные кристаллы кварца: в левом кварце (*а*) ближайшие грани определенной простой формы (зачернены) располагаются слева от грани *R*, в правом (*б*) - справа

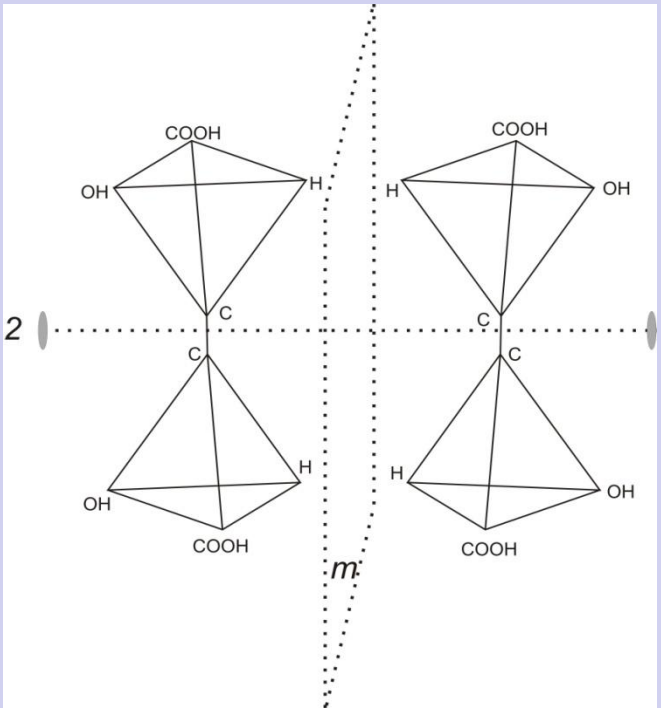
Л. Пастер,
1822-1895

Энантиоморфизм



Кристаллы левой (*а*) и правой (*б*) винной кислоты

Хиральность

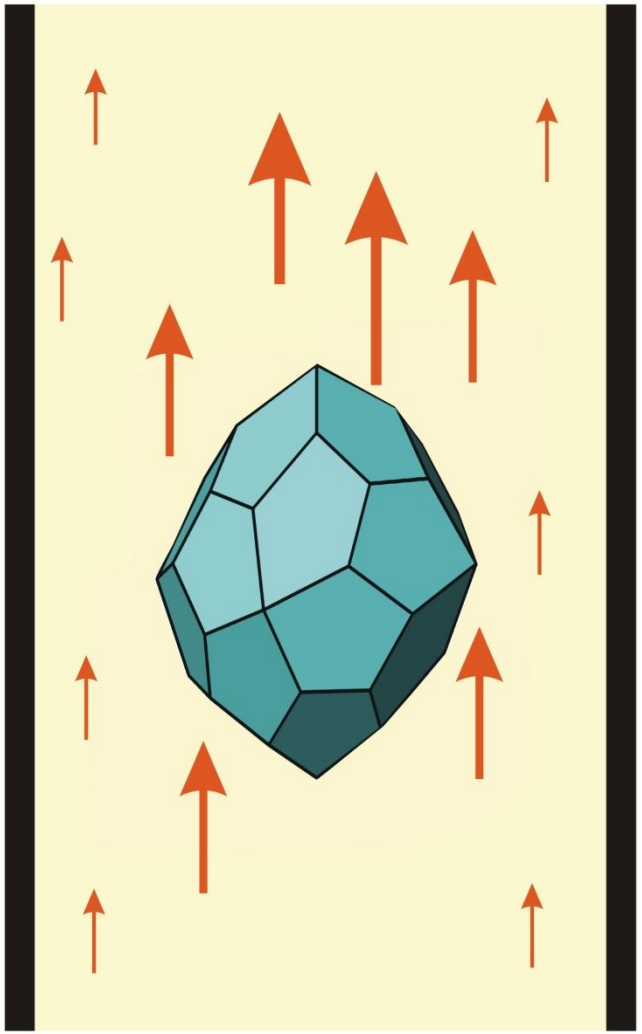


Молекулы правой и левой винной кислоты

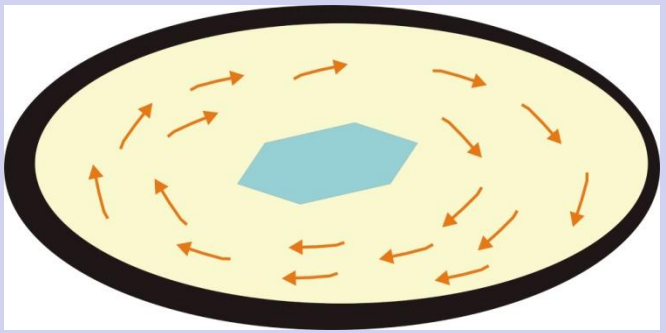
Относительная распространенность правого и левого кварца (Дэна и др., 1966)

Количество изученных кристаллов	Левый, %	Правый, %	Районы
4442	50,05	49,95	Бразилия
2415	50,68	49,32	Колумбия
1811	50,6	49,4	Швейцария
6404	50,61	49,39	СССР
298 (несдвойникованные)	50,7	49,3	США, Аляска
383 (дофинейские двойники)	50,1	49,9	США, Аляска
214 (несдвойникованные)	52,3	47,7	Австрия
840 (дофинейские двойники)	50,7	49,3	Австрия
Всего 16807	50,5	49,5	

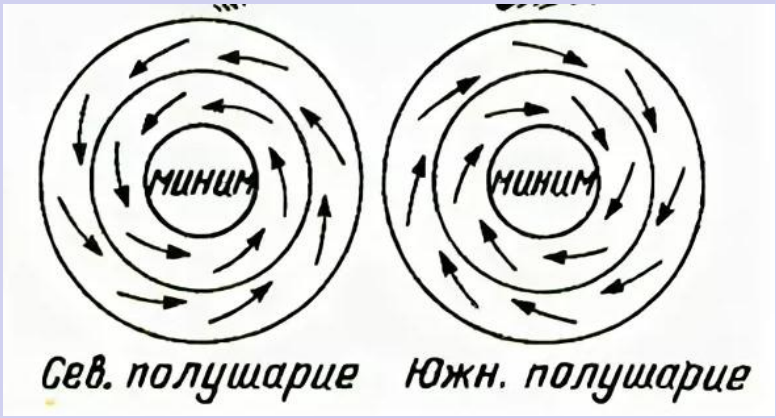
Рост кристаллов и концентрационные потоки в гравитационном поле



Вид сбоку



Вид сверху



Полезные советы заблудившимся в лесу

Если вы заблудились в лесу, то нужно не паниковать, а посмотреть с какой стороны на деревьях растет мох. Говорят, вид мха успокаивает

Если вы заблудились в лесу, чтобы сориентироваться, осмотрите ближайшее дерево со всех сторон:

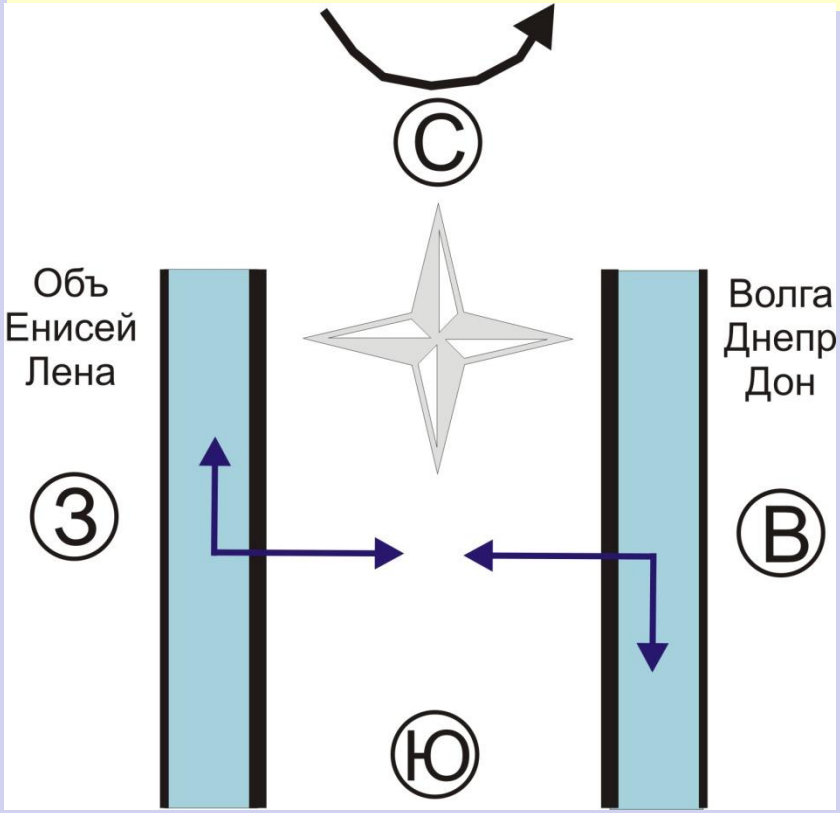
если это пальма - вы на Юге!

Если вы заблудились в лесу, а компаса под рукой нет, дождитесь осени — птицы полетят на юг.

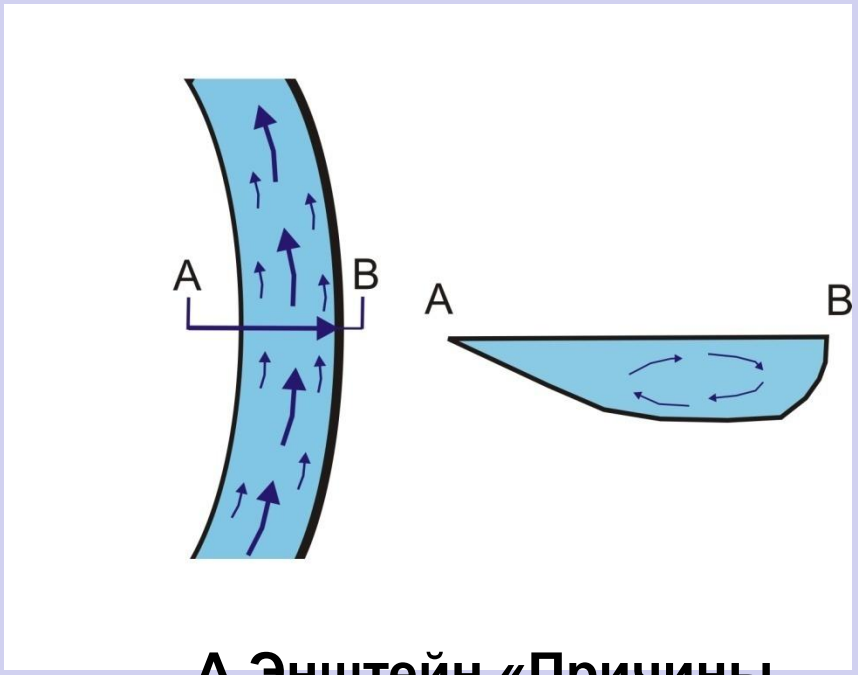
Что делать, если вы заблудились в лесу:

1 - Постарайтесь поймать интернет
2 - Репостните экстремистский пост
3 - Ждите.., вас найдут непременно

Вращение Земли и закон Бэра



В южном полушарии реки ведут себя противоположным образом



А.Энштейн «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра». 1926 г.

«Относительно небольшие постоянно действующие причины способны оказывать значительное влияние» А.Энштейн. 1926 г.

Вращение Земли и закон Бэра

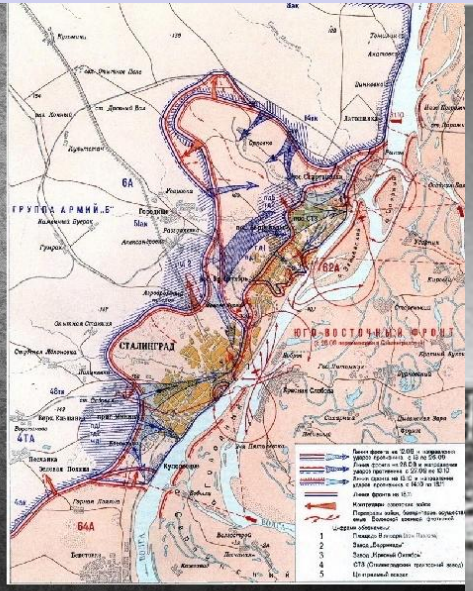
Сталинградская битва (**17 июля 1942 — 2 февраля 1943**). Является крупнейшей сухопутной битвой в истории человечества.

Наступательная операция светских войск "Уран" под Сталинградом

19 ноября 1942 года началось наступление Красной Армии в рамках операции «Уран».

Операция «Кольцо»

Всего в ходе операции «Кольцо» в плен были взяты более 2500 офицеров и 24 генерала 6-й армии. Всего же были взяты в плен свыше 91 тысячи солдат и офицеров вермахта.



Сталинград. Западный берег Волги. 1942.

Вращение Земли и закон Бэра

Киев. Западный берег Днепра. 1943.

Цвет кристалла

Цвет предмета определяется поглощением (абсорбцией) некоторой части естественного спектра, при этом

цвет соответствует не поглощенной части спектра.

Классификация цветов кристалла по происхождению

1. *Идиохроматическая окраска*. Связана с внутренним строением кристалла
2. *Аллохроматическая окраска*. Определяется окрашенными примесями — хромофорами (ионами или более крупными частицами).
3. *Псевдохроматическая окраска*. Возникает при дифракции света, при рассеянии, преломлении, и т.д.

Цвет кристалла

Цвет предмета определяется поглощением (абсорбцией) некоторой части естественного спектра, при этом

цвет соответствует не поглощенной части спектра.

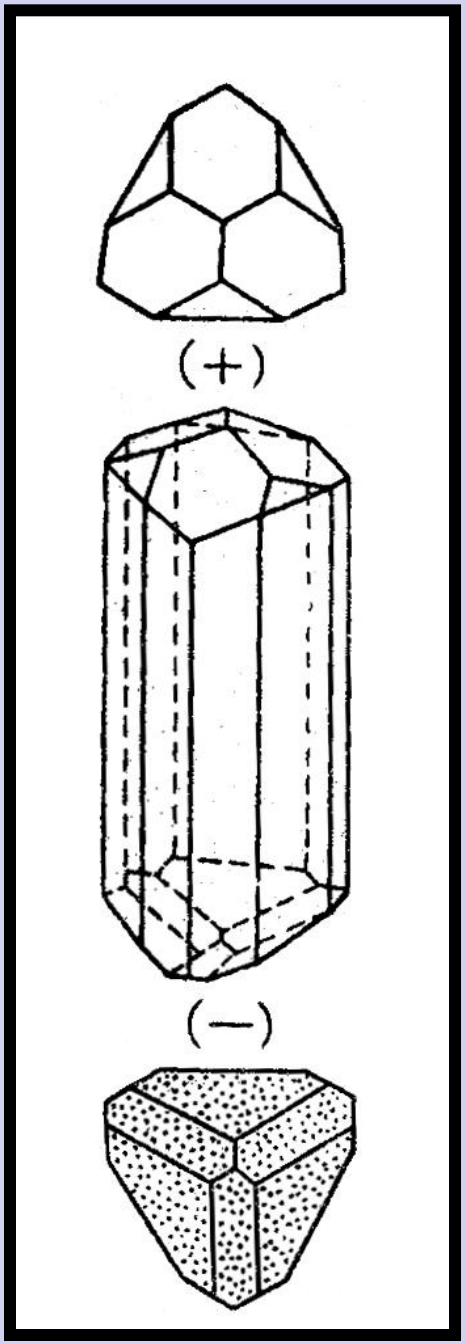
Золото и серебро

Идиохроматическая окраска - примеры

При поглощении атомом металла фотона определенной длины волны, один из его электронов переходит с *d*-орбитали на *s*-орбиталь.

У серебра энергетическая разница между этими орбиталями довольно велика, так что подобный переход могут вызвать только фотоны с ультрафиолетовой длиной волны (менее 3800 Å, что соответствует энергиям фотонов более 3,25 эВ). Фотоны видимого диапазона меньшей энергии отражаются от атома (именно поэтому из серебра можно изготавливать зеркала отличного качества).

Что же касается золота, то релятивистские эффекты приводят к уменьшению энергии его *s*-орбиталей и к повышению энергии *d*-орбиталей. Поэтому величина энергетического зазора между ними сужается по сравнению с серебром, и для перехода электрона с *d* на *s* орбиталь золота достаточно уже энергии фотона от 2,6 эВ, что соответствует «синей» длине волны (4400-4850 Å). Фотоны всех других цветов с меньшей энергией отражаются от поверхности металла, и мы можем наблюдать типичный для золота желтый цвет (желтый = белый - синий).



Пироэлектрический эффект -

возникновение разноименных зарядов на противоположных концах кристалла под действием температуры.

Пироэлектрический эффект - векторное свойство, может возникнуть лишь в диэлектрических кристаллах с единственным полярным направлением - направлением, противоположные концы которого не могут быть совмещены ни одной операцией данной группы симметрии, т. е. в кристаллах, относящихся к одному из

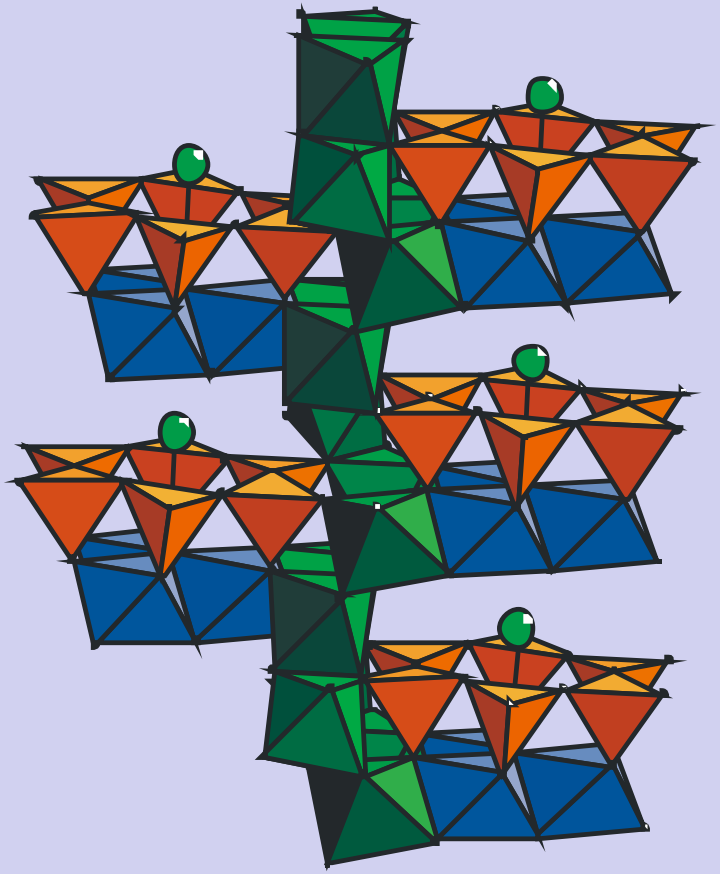
10-ти полярных классов симметрии:

1, 2, 3, 4, 6, *m*, *mm*2, 3*m*, 4*mm*, 6*mm*.

Турмалины (их много разных)

$(Na,Ca)(Li,Mg,Al)(Al,Fe,Mn)_6\,(BO_3)_3\,[Si_6O_{18}]\,(OH)_4$

В структуре турмалина полярные кольца Si_6O_{18} (симметрия кольца $6mm$), ориентированы все в одну сторону, что приводит к появлению пироэффекта



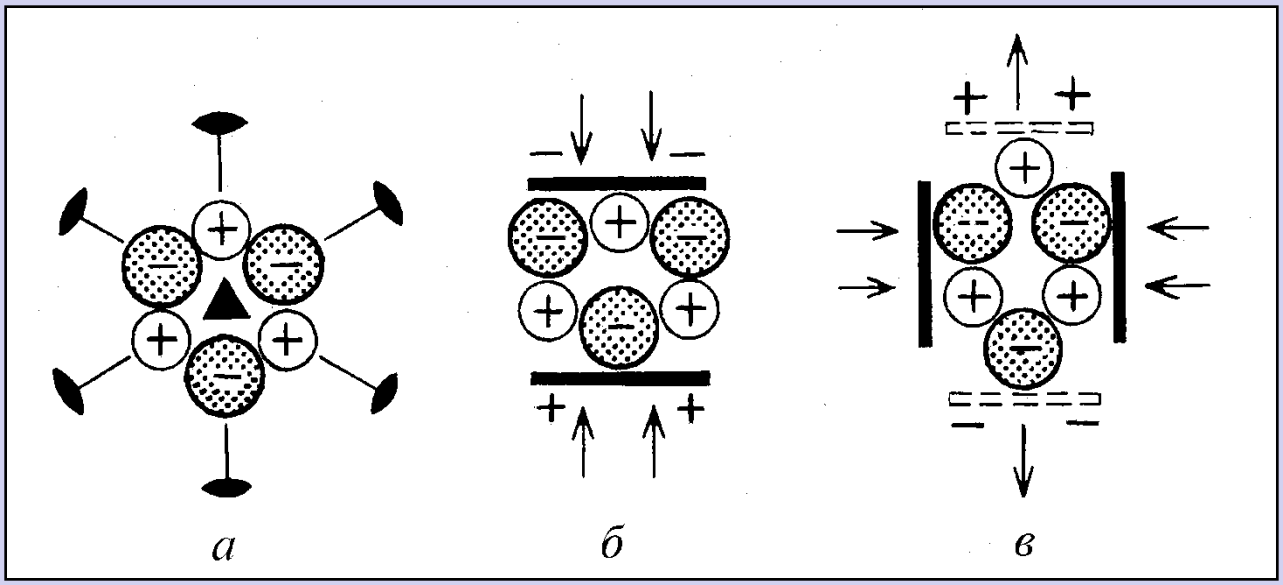
Турмалинщики

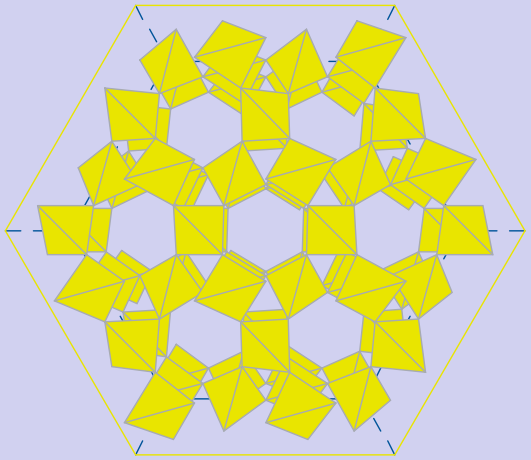
Есть люди, изучающие турмалины всю жизнь.. Это своеобразный закрытый минералогический мировой кружок по интересам, где все друг друга знают.

Пьезоэлектрический эффект

возникновение электрической поляризации под действием механических напряжений, и обратное явление – деформация кристалла под действием электрического поля. Это свойство возникает только в кристаллах, лишенных центра инверсии, т.е. имеющих полярные направления и принадлежащих к одному из 20-ти ацентричных классов симметрии

1, 2, 3, 4, 6, *m*, *mm*2, 3*m*, 4*mm*, 6*mm*,
222,4, 422, -4*m*2, -6, 622, -6*m*2, 32, -43*m*, -3





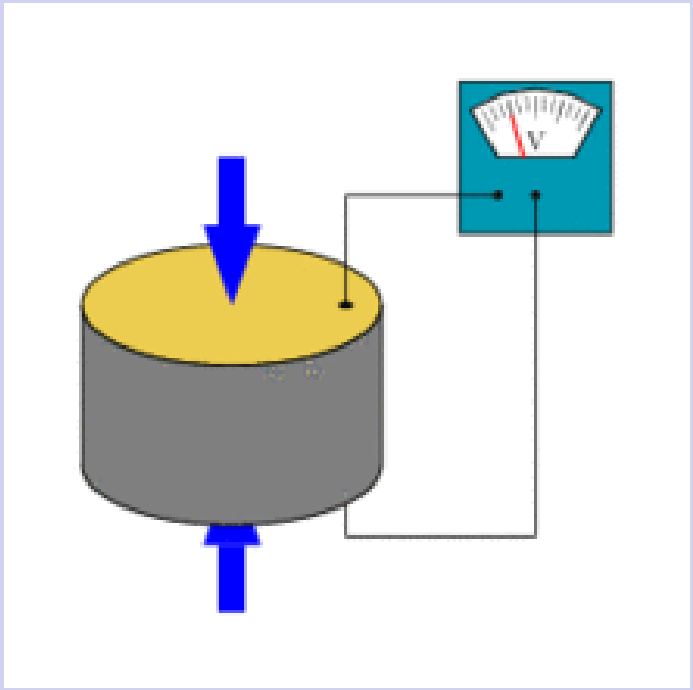


Схема появления пьезо-электрического эффекта при сжатии (б) и растяжении (в) фрагмента структуры кварца (а) вдоль одной из полярных осей 2-го порядка

Во время Второй Мировой Войны существовала огромная потребность в кварце для использования в военных радио- и других приборах Для изготовления пьезокварцевых пластинок пригодны только такие части кристаллов, которые не имеют двойников, трещин, включений и других дефектов.

Острая потребность в незамедлительном производстве большого количества пьезокварцевых пластинок и *низкий уровень кристаллографических знаний*, характерные для военного периода, привели к возникновению ужасающего количества отбросов кристаллосырья

Пьезо- или пиро- кристаллы надеется найти капитан СМЕРШа Алехин в этом вещевом мешке?

(Вопрос для не читавших книжку Богомолова «Момент истины» или кино «В августе 44-ого»)

Высокий уровень кристаллографических знаний в СССР в послевоенные годы позволил создать промышленное производство синтетического кварца высочайшего качества.

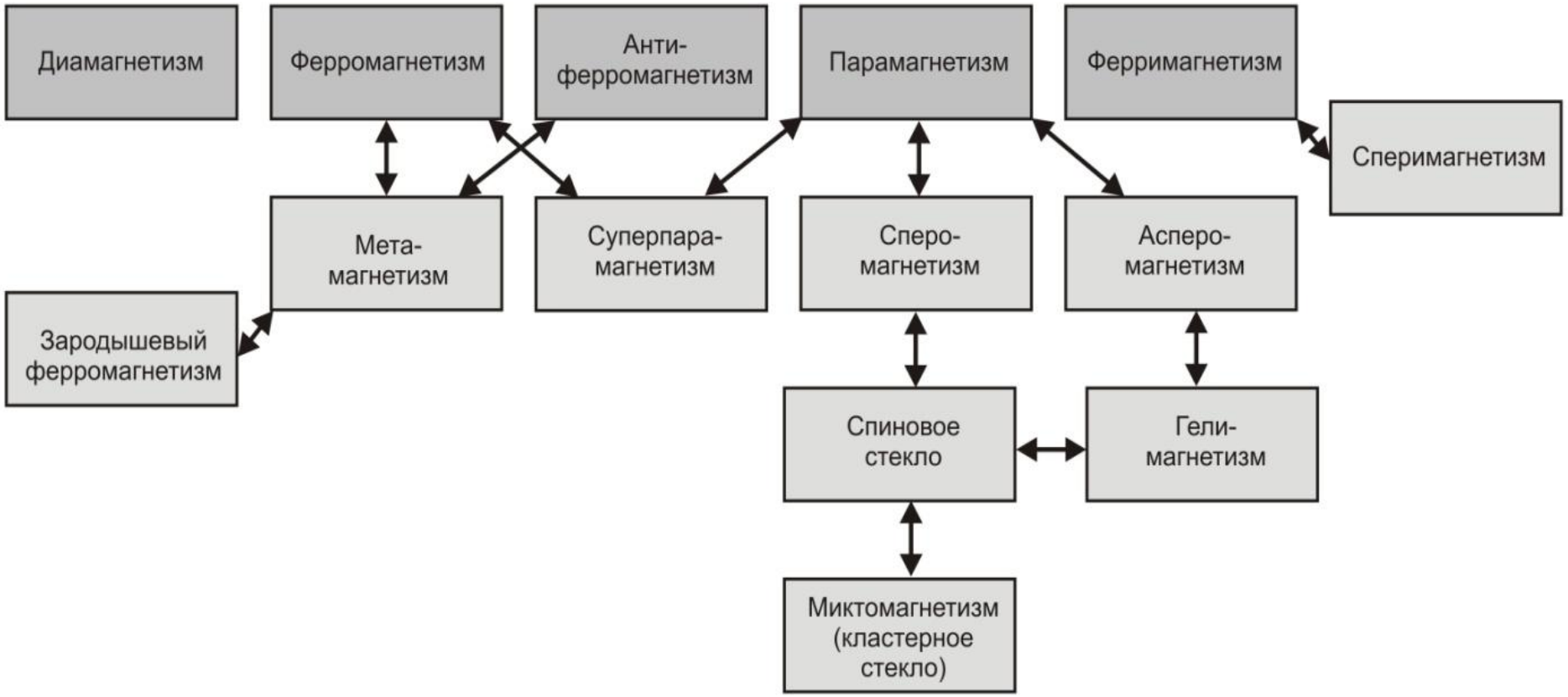
Одного этого золота достаточно было бы для того, чтобы сжечь вас на костре! — завопил он. Это дьявольское золото! Человеческие руки не в силах изготовить металл такой чистоты!

Да, подумал Румата, это он молодец. Этого мы, пожалуй, недодумали.

Магнитные свойства

Магнитные свойства – это способность тел взаимодействовать с магнитным полем, т.е. намагничиваться при помещении их в магнитное поле. Мерой намагниченного состояния вещества служит ***магнитный момент***.

По реакции на внешнее магнитное поле и характеру внутреннего магнитного упорядочения все кристаллы можно подразделить на «пять» групп: ***диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики, антиферромагнетики и ферримагнетики***.



Подробнее об этом поговорим в курсе Кристаллохимия (2-3 семестр)

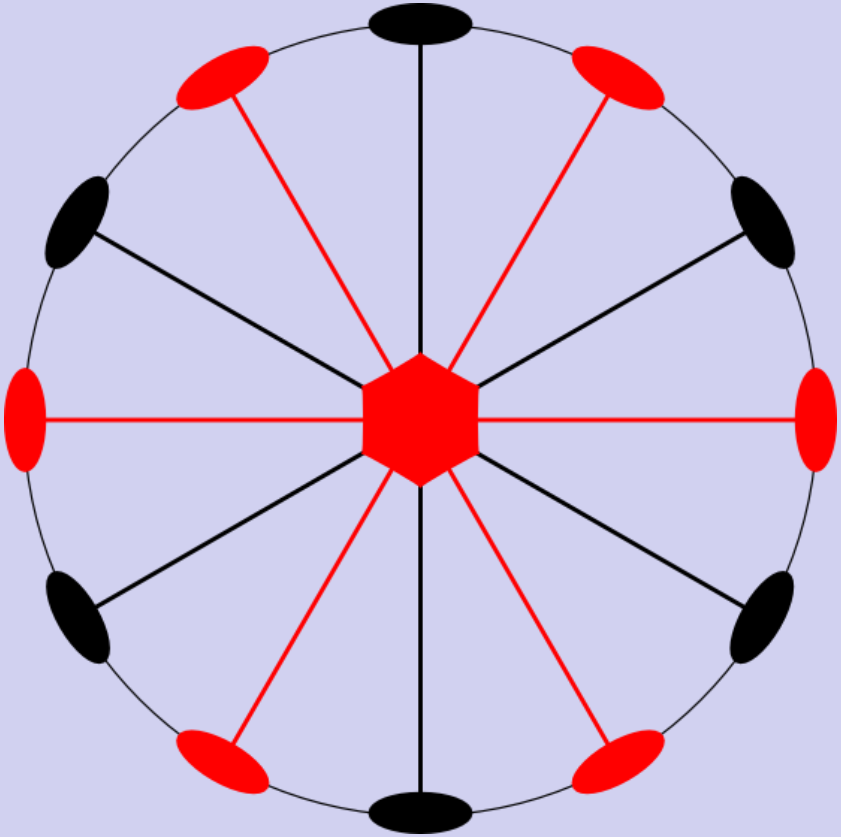
Магнитные свойства описывают в терминах черно-белой симметрии (антисимметрии)

Группа антисимметрии — группа, состоящая из преобразований, которые могут менять не только геометрическое положение объекта,
но также его некоторую двухзначную характеристику.
Такой двухзначной характеристикой может быть, например:

заряд (плюс-минус),
цвет (чёрный-белый),
направление спина или магнитного момента.

Группы антисимметрии называются также группами магнитной симметрии, а также группами чёрно-белой симметрии.

Магнитные свойства описываются в терминах черно-белой симметрии (антисимметрии)



Проекция группы 622

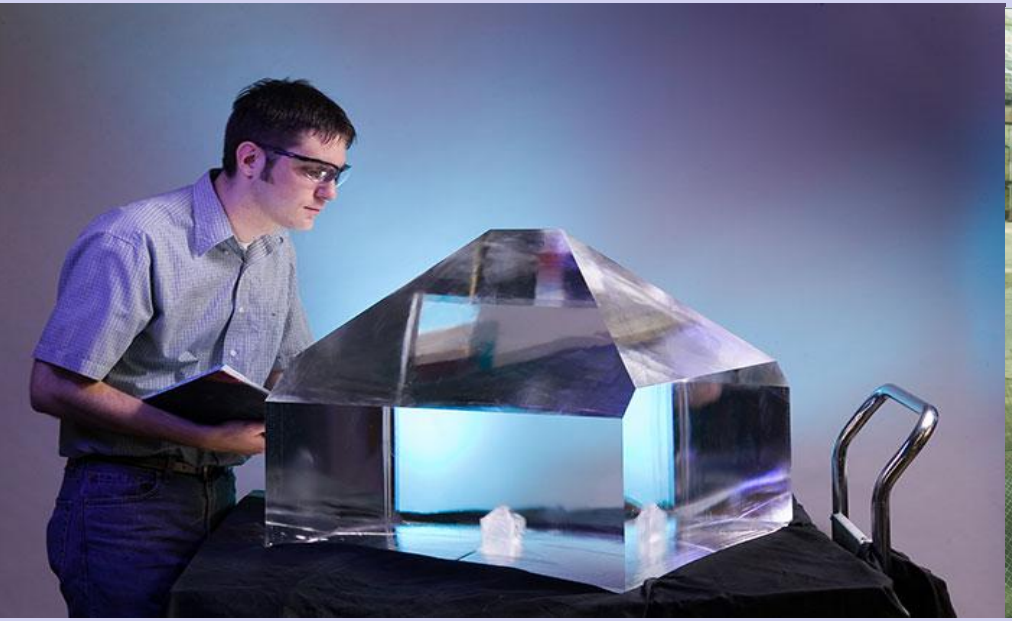
Чёрным цветом обозначены элементы обычной симметрии. Красным - элементы антисимметрии

Существует:
58 чёрно-белых класса,
32 «серых» класса.

Ну и + 32 обычных.

Итого, 122 точечных групп (классов) антисимметрии.

Следующая лекция

ОСНОВЫ РОСТА И МОРФОЛОГИИ КРИСТАЛЛОВ

Методы синтеза