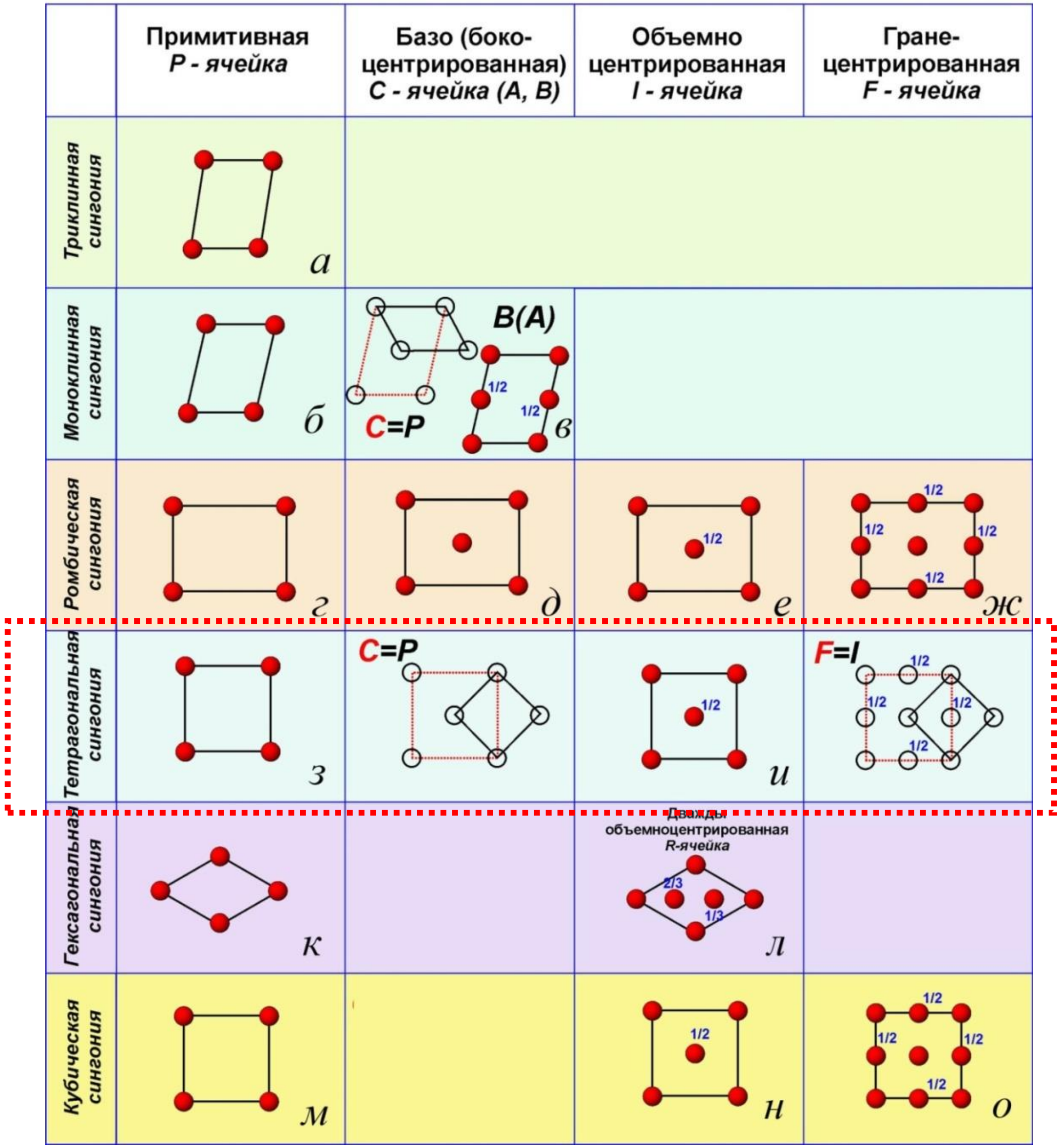
Тетрагональные пространственные группы симметрии

Типы решёток Браве для тетрагональной сингонии



Средняя категория
$a=b\neq c$ и $\alpha=\beta=\gamma=90°$

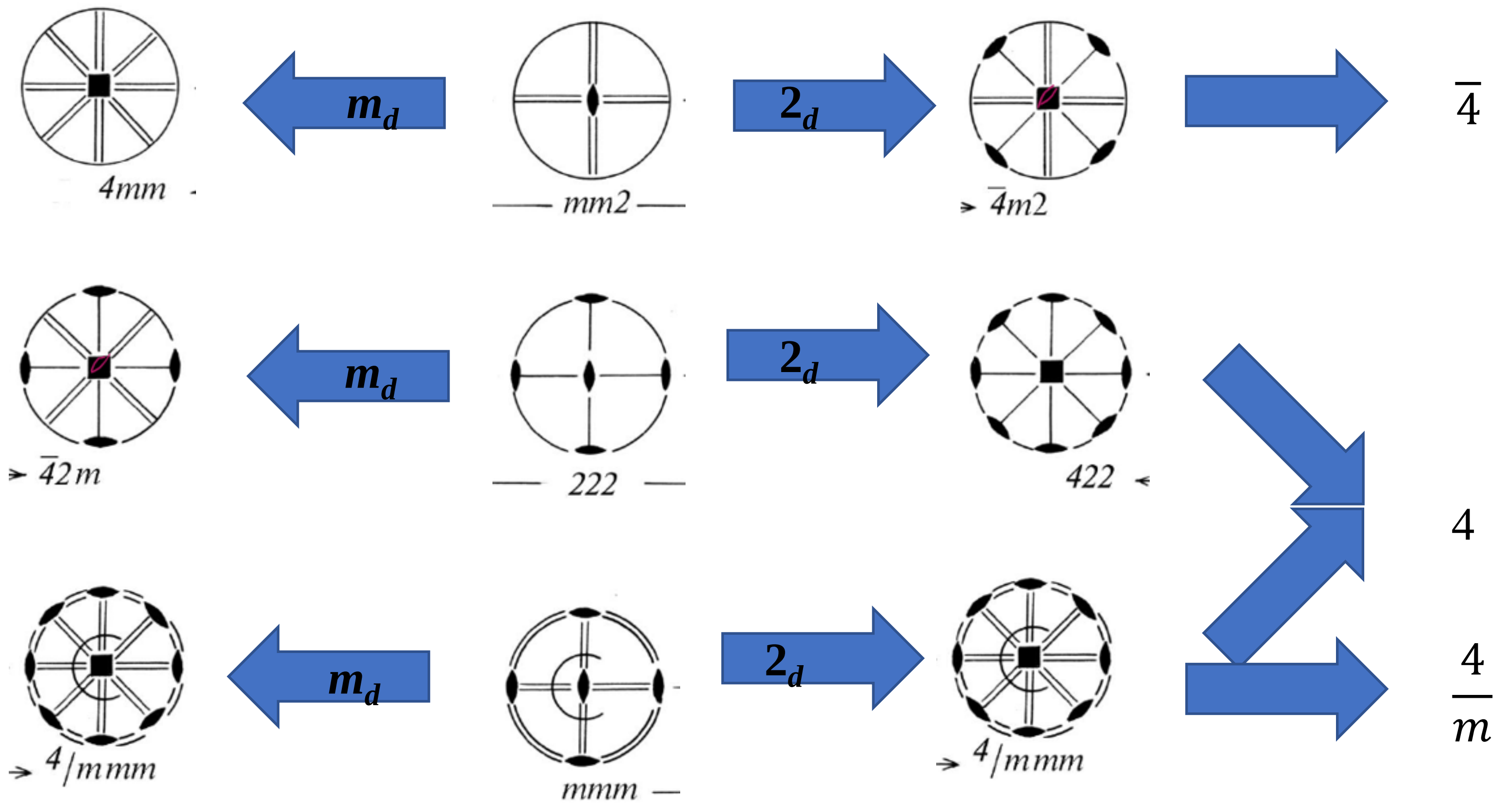
Решеток Браве в тетрагональной системе две: ***P*(=*C*) и *I* (=*F*)**

В этом случае *F* и *C* сводятся к меньшим по объему *I* и *P* ячейкам, соответственно

Общий принцип вывода точечных групп тетрагональной сингонии

Диагональная плоскость m_d

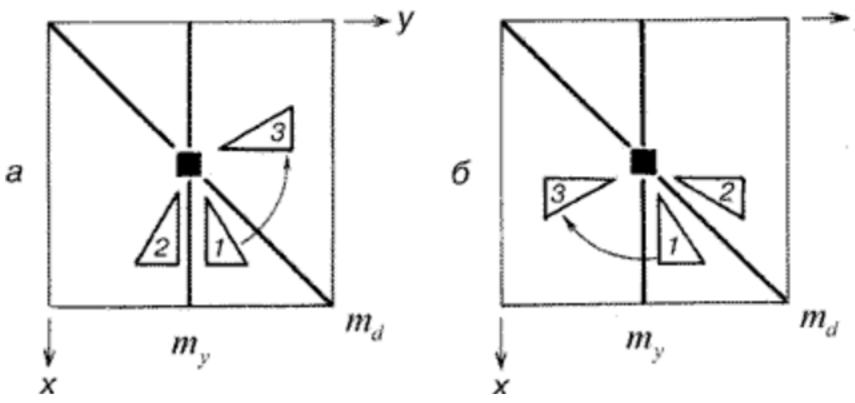
Диагональная ось 2_d



Остальные тетрагональные классы (тетартоэдрия) выводятся как подгруппы голоэдрической ($\frac{4}{m}mm$) и гемиэдрических ($\bar{4}m2$ и $4/m$)

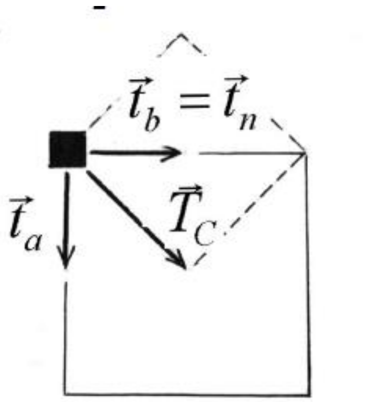
Особенности взаимодействия элементов симметрии в тетрагональной

Взаимодействие двух плоскостей симметрии расположенных под 45° друг к другу



Особенности взаимодействия элементов симметрии в тетрагональной сингонии другу

Взаимодействие диагональных плоскостей с координатными трансляциями



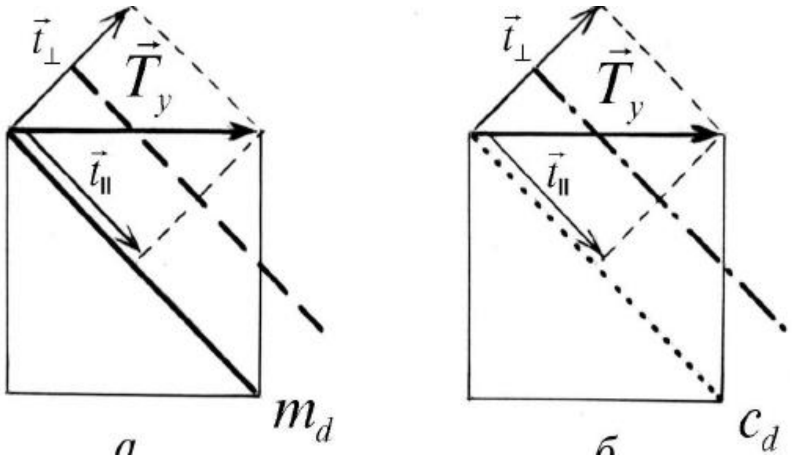
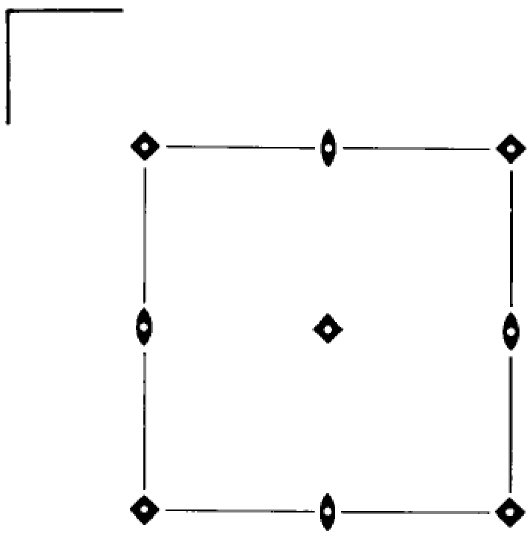


График пространственной группы $P4/m$

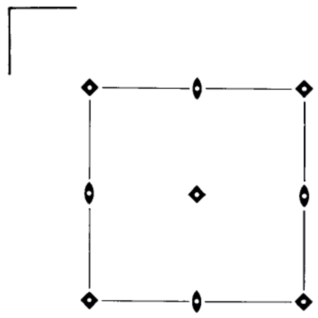


Квадрат Кейли 4/*m*

А́ртур Кэ́ли (другие варианты написания фамилии *Кейли, Кэйлей;* англ. *Arthur Cayley*)– английский математик

1	4^1	4_2 (=2, $\bar{4}^2$)	4^3	$\bar{4}^1$	$\bar{4}^3$	m_z	$\bar{1}$
4^1							
4_2 (=2, $\bar{4}^2$)							
4^3							
$\bar{4}^1$							
$\bar{4}^3$							
m_z							
$\bar{1}$							

*P*4/*m*



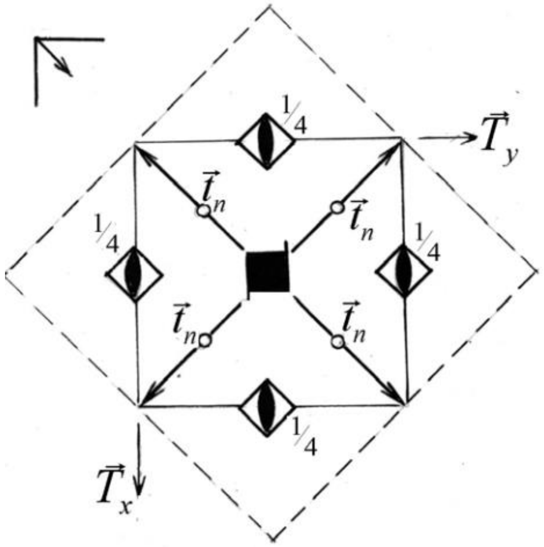
Почему в символе не записывается $\bar{4}$?

Если в одном направлении идет несколько осей симметрии, в международном символе указывается та, размножающая способность которой больше. Если размножающие способности равны, указывается поворотная (или винтовая)

Взаимодействие оси 4 порядка и перпендикулярной к ней плоскости симметрии

$P4_2$

$P4_2/n$

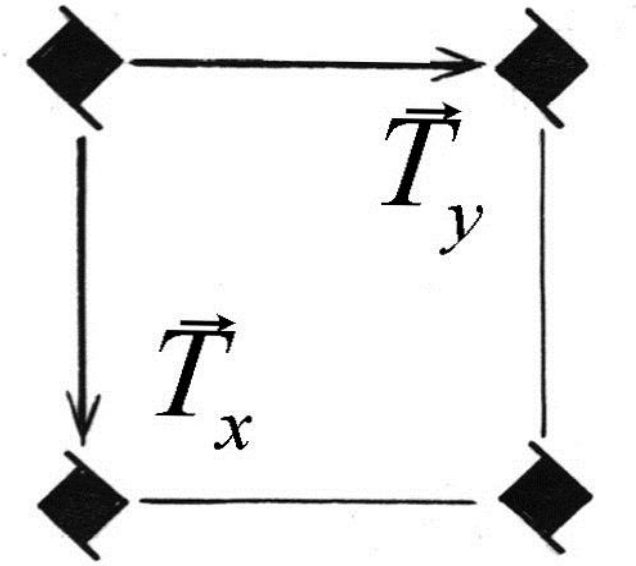


Особая точка оси $\bar{4}$ - это высота «мнимого» центра или «мнимой» плоскости. Ось $\bar{4}$ в этой точке ведет себя как обычная ось 4. Только в этой точке симметрия позиции описывается как $\bar{4}$. Все остальные точки на оси $\bar{4}$ имеют симметрию позиции 2.

Выводы:

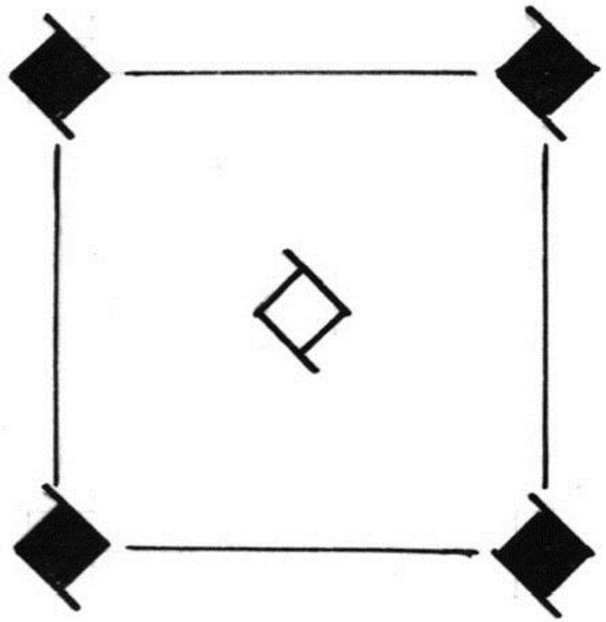
- в пространственных группах тетрагональной сингонии вертикальные диагональные и координатные плоскости принципиально отличаются, так как по разному ориентированы относительно координатных трансляций;
- в диагональном направлении в тетрагональных пространственных группах всегда имеет место чередование плоскостей (c чередуется с n, m чередуется с g)
- пересечение осей 4, 4_1, 4_2, 4_3 с перпендикулярной плоскостью всегда вызывает появление инверсионной оси $\bar{4}$, особая точка которой размножается как центр инверсии

Этапы построения группы $P4_2/n$



2. В результате **действия** координатных трансляций $\vec{T}_x$ и $\vec{T}_y$, расположенных перпендикулярно фиксированной оси $4_{2(z)}$ во всех вершинных позициях появляются эквивалентные оси 4_2

Этапы построения группы $P4_2/n$

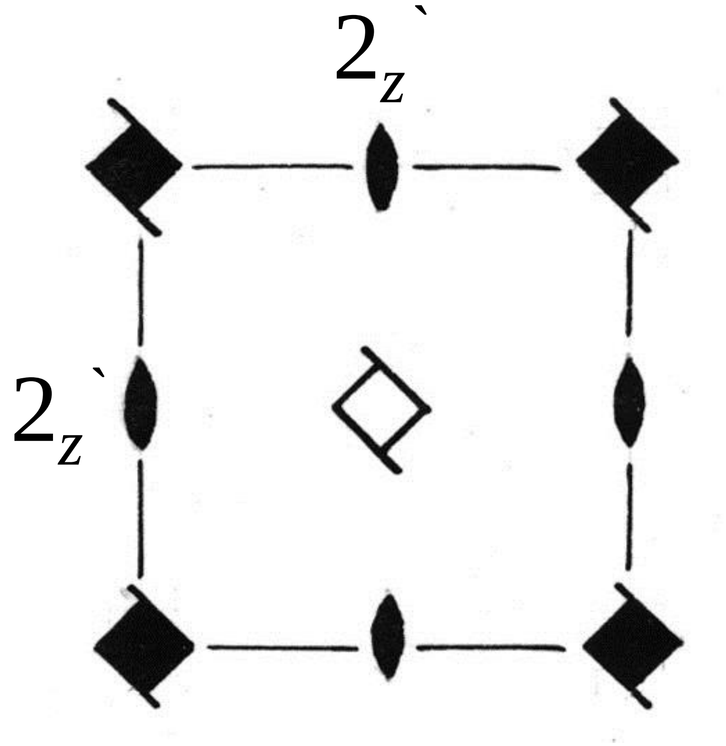


Взаимодействие оси 4_2 с координатными трансляциями $\vec{T}_x$и $\vec{T}_{y,}$ обусловит появление оси того же наименования (4_2), но не эквивалентной! в центре квадрата, построенного на любой из этих трансляций

$4_2 * \vec{T}_x = 4_2'$ в центре квадрата, построенного на $\vec{T}_x$

$4_2 * \vec{T}_\text{y} = 4_2'$ в центре квадрата, построенного на $\vec{T}_\text{y}$

Этапы построения группы $P4_2/n$



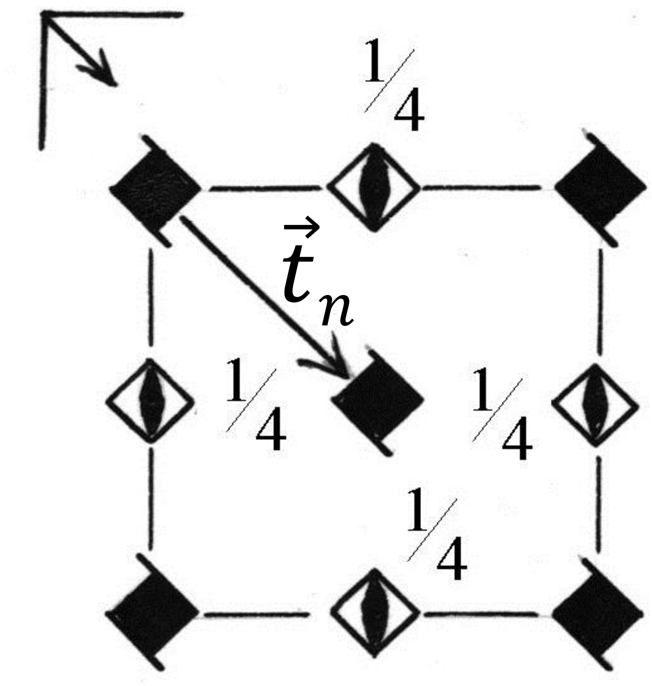
Взаимодействие оси 2_z, содержащейся в 4_2, с координатными трансляциями $\vec{T}_x$ и $\vec{T}_y$ приведет к появлению результирующих осей 2 на их серединах.

$$2_z(4_2)*\vec{T}_x = 2_z`\ (½\ 0\ z)$$

$$2_z(4_2)*\vec{T}_y = 2_z`\ (0½\ \ z)$$

Итак, построен график подгруппы группы $P4_2/n$ - $\boldsymbol{P4_2}$

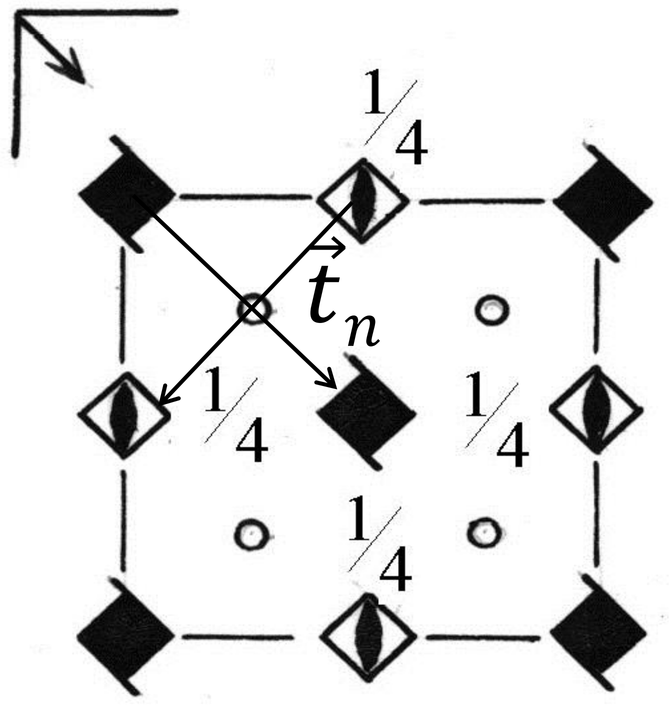
Этапы построения группы $P4_2/n$



Вводим в график пространственной группы $P4_2$ горизонтальную плоскость n_z. В результате **взаимодействия** исходной оси 4_2 с перпендикулярной n_z возникнет инверсионная ось $\bar{4}$ в центре квадрата, построенного на трансляции $\vec{t}_n$ с особой точкой на высоте 1/4.

$4_2 * n_z = 4_2 * m_z * \vec{t}_n = \bar{4}$ в центре квадрата, построенного на трансляции $\vec{t}_n$

Этапы построения группы $P4_2/n$



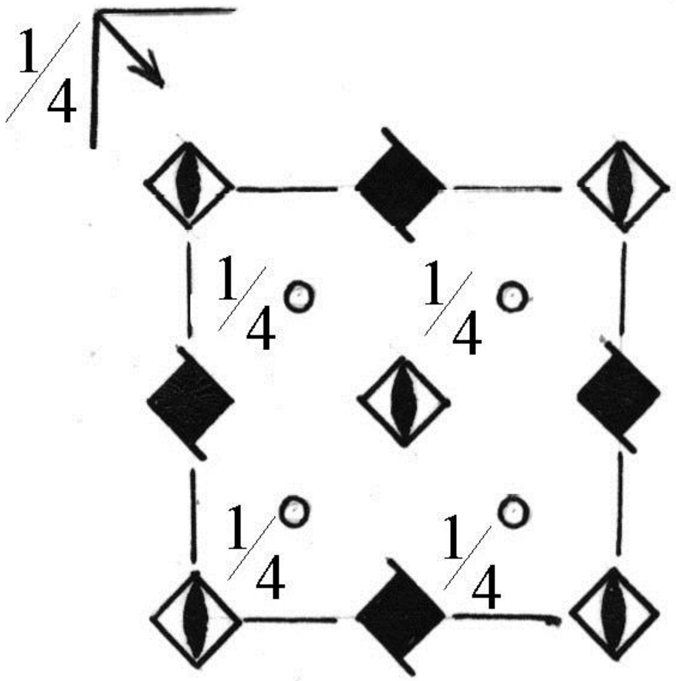
Поворотные оси 2, содержащиеся в осях 4_2, **взаимодействуя** с перпендикулярной к ним плоскостью n_z, дадут центры инверсии $\bar{1}$, смещенные с точки пересечения оси и плоскости на середины векторов $\vec{t}_n$.

$$2_z(\bar{4}) * n_z, = \bar{1}\ (¼\ ¼\ 0)$$

Того же результата можно добиться **взаимодействием** оси 2, содержащейся в 4_2.

$$2_z(4_2) * n_z, = \bar{1}\ (¼\ ¼\ 0)$$

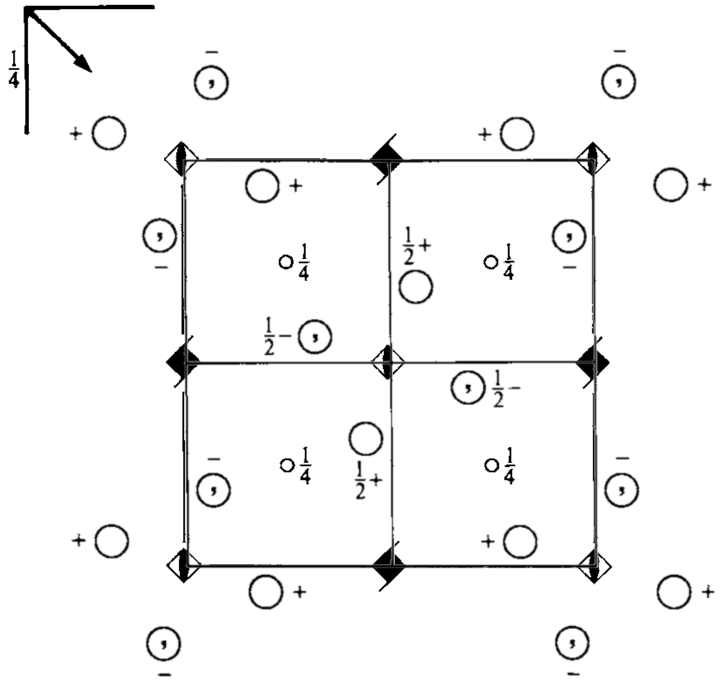
Этапы построения группы $P4_2/n$



В качестве начала координат в этой группе предпочтен, не центр инверсии (с величиной симметрии 2), а более высокосимметричная позиция также без степеней свободы в особой точке инверсионной оси (величина симметрии 4).

Смена начала координат требует перечерчивание графика с изменением высоты (координаты *z*) всех элементов симметрии группы

Квадрат Кэли $P4_2/n$



1	4_2^1	4_2^2 (=2, $\bar{4}^2$)	4_2^3	$\bar{4}^1$	$\bar{4}^3$	n_z	$\bar{1}$
4_2^1							
4_2 (=2, $\bar{4}^2$)							
4_2^3							
n_z							
$\bar{4}^1$							
$\bar{4}^3$							
$\bar{1}$							