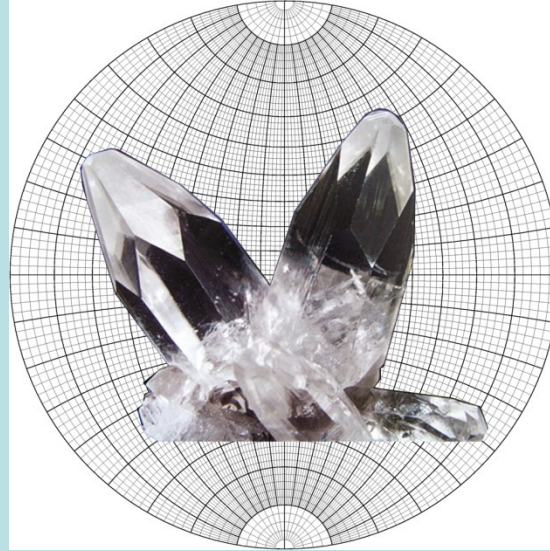


# Симметрия кристаллического макромира



## ***ЛЕКЦИЯ 2***

***Волшебные оси***  
***(это выдумка или нет?)***

# Аннотация курса, лекционный и справочный материал, интерактивный зачет (в свое время) доступны на странице курса:

<http://cryst.geol.msu.ru/courses/mfk2/index.php>



Кафедра кристаллографии и кристаллохимии - Microsoft Internet Explorer

Адрес: <http://cryst.geol.msu.ru/about/>

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА. ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

## Кафедра кристаллографии и кристаллохимии

**Информация о кафедре**

- Исторический обзор
- Страница памяти
- Сотрудники, аспиранты
- Научная работа
- Публикации сотрудников
- Информация для аспирантов
- Информация для магистров
- Информация для студентов
- Учебный план
- Учебные курсы
- Учебные пособия
- Практики
- Абитуриенту
- Новости
- Конференции
- Полезные ресурсы
- Коммерческие предложения

**Информация о кафедре**

Кафедра кристаллографии и кристаллохимии [Геологического факультета МГУ](#) готовит специалистов широкого профиля в области кристаллохимии, рентгеновских методов исследования вещества, роста кристаллов, геоинженерии. Студенты получают глубокую физико-химическую и геологическую подготовку, знакомятся с современными методами кристаллографических исследований.

[Искусство геологии. Интервью декана геологического факультета академика Пуцаровского Д.Ю. Трансляция с сайта \[www.russia.ru\]\(http://www.russia.ru\)](#) [Послушать аудио версию интервью \(6 нб пр3\)](#)

[Таинство красоты минерала. Интервью декана геологического факультета академика Пуцаровского Д.Ю. Трансляция с сайта \[www.russia.ru\]\(http://www.russia.ru\)](#)

**На кафедре функционируют:**

- Лаборатория кристаллографии и роста кристаллов
- Лаборатория РСА и кристаллохимии им. Н.В.Белова
- Кабинет спектроскопии минералов
- Научная группа В.С.Урусова теоретического моделирования структуры и свойств минералов
- Кабинет учебных пособий (одна из самых крупных в мире коллекций структурных моделей минералов и важнейших неорганических соединений)
- Компьютерный класс

**Руководство кафедры:**

- Заведующий кафедрой - академик РАН, профессор [Вадим Сергеевич Урусов](#) тел. 9395575
- Зам. зав. кафедрой - доцент [Галина Игоревна Дорохова](#) тел. 9392330
- Ученый секретарь - старший научный сотрудник [Тамара Николаевна Надежина](#) тел. 9392330

**Координаты кафедры:**

**Дежурный по кафедре**  
4 этаж, сектор А, ГЗ МГУ  
Телефон: 939-3675

**Лаборатория роста кристаллов**  
19 этаж, сектор В-1919 - В-1920, ГЗ МГУ  
Телефон: 939-2681

**Отделение на Моховой**  
Телефон: 203-2845

**Адрес электронной почты:** [crystal@geol.msu.ru](mailto:crystal@geol.msu.ru)

**Факс:** +095 939-5575

**Почтовый адрес:** 119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В.Ломоносова, Геологический ф-т, кафедра кристаллографии и кристаллохимии.

[Телефонная книга](#)

# Разминка

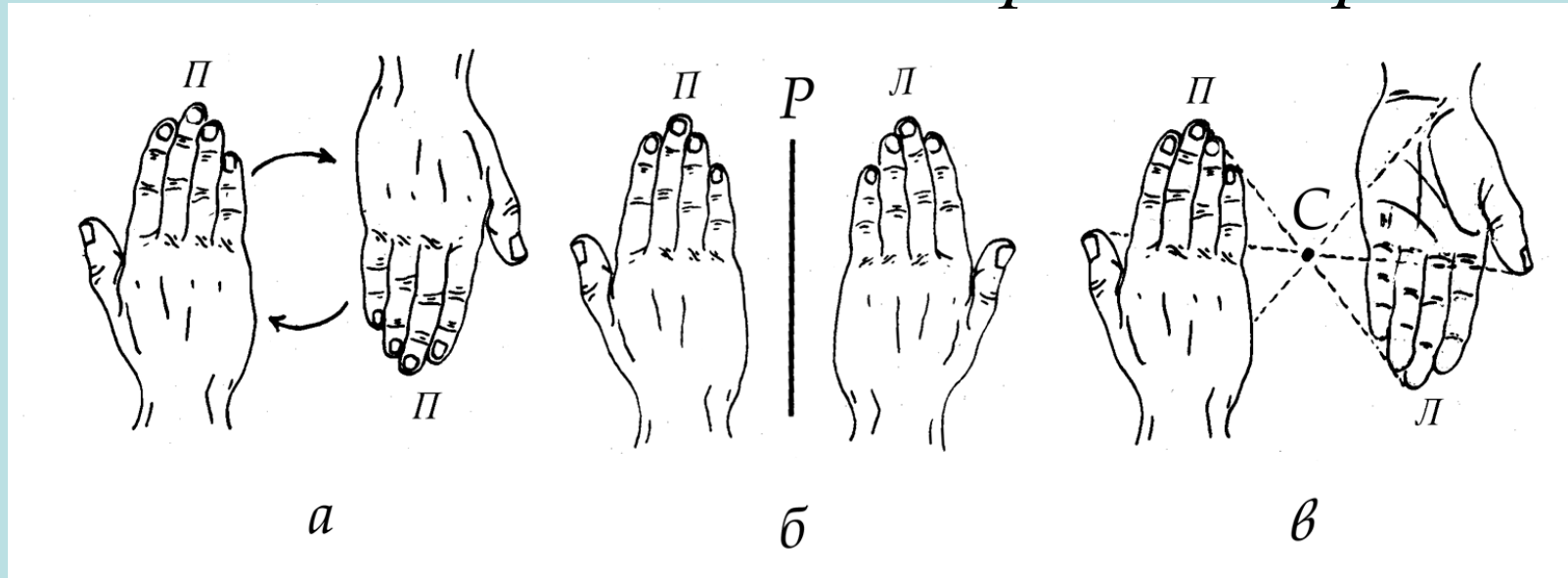


# Немного повторим

Термин «симметрия» (от греч.  $\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$  — соразмерность) ввел, как предполагают Пифагор

Для того, чтобы увидеть симметричное расположение, например, граней или ребер кристалла следует обратиться на *первых этапах изучения симметрии* к идеализированным моделям кристаллов. Идеализация моделей кристаллов состоит в том, что все грани, связанные элементами симметрии кристалла, изображаются равными и по площади, и по контурам. Возникновение таких идеально развитых кристаллических многогранников связано с идеальными условиями роста, требующими всестороннего и равномерного подтока питающего вещества к кристаллу, что *возможно в природе крайне редко*.

В зависимости от характера преобразования различают *элементы симметрии I и II родов*.



**Элементы симметрии I рода** связывают друг с другом **конгруэнтно равные** фигуры (греч. *congruens* - совмещающийся), т.е. фигуры, совмещающиеся при наложении (вложении) – правые (П) с правыми, левые (Л) с левыми.

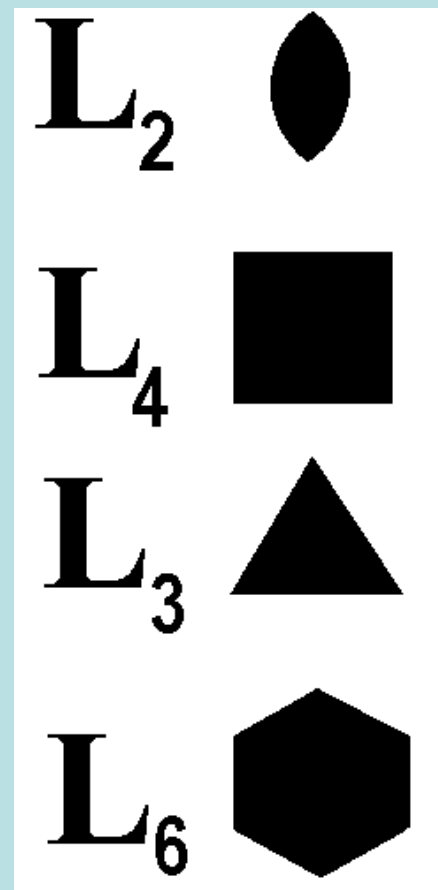
**Элементы симметрии II рода** связывают друг с другом **энантиоморфные** (греч. *enantios* – противоположный, *morphe* – форма), т.е. зеркально равные фигуры или их части – П с Л.

# Операция симметрии I рода - **Поворот**

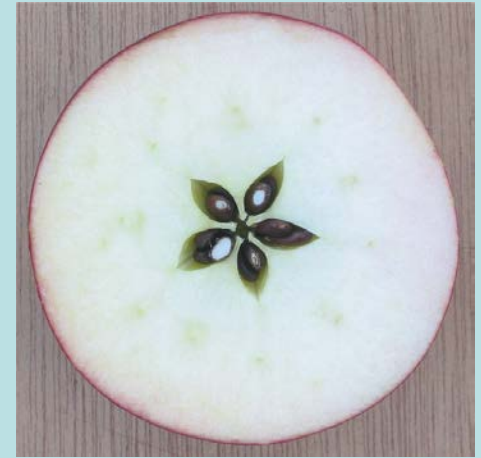
Элемент симметрии - **Поворотная ось  $L_n=360^\circ/\alpha$** ,  
где  **$n$**  – порядок оси,  **$\alpha$**  - элементарный угол поворота

## Обозначение

В предложенной французским кристаллографом О.Браве символике, которой удобно воспользоваться на начальной стадии учебного процесса, оси симметрии обозначаются буквами  $L_n$ , где подстрочный индекс  $n$  соответствует порядку оси. Графически поворотные оси обозначаются прямыми линиями со значками, соответствующими порядку оси. Ось 1-го порядка  $L_1$  графического значка не имеет.



## *Поворотных осей в природе полно!*



Кристалл граната –  
альмандин. Можно  
увидеть оси 2, 3 и 4  
порядков

Кристаллы – очень даже симметричные объекты!



Флюорит



Кристаллы – очень даже симметричные объекты!



Кальцит, Англия

Кристаллы – очень даже симметричные объекты!



Кальцит,  
Приморский край

*В кристаллах нет осей 5-го и выше  
6-го порядков.*

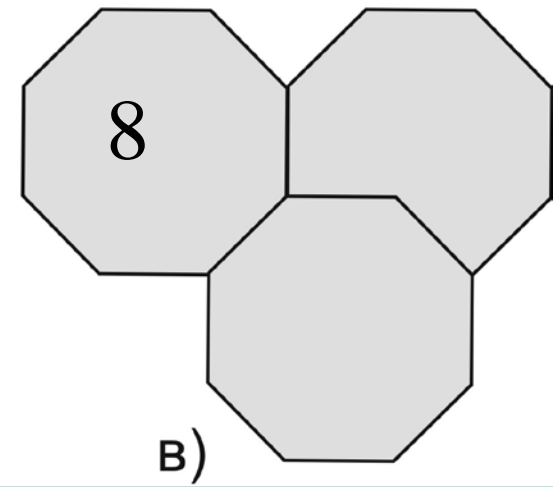
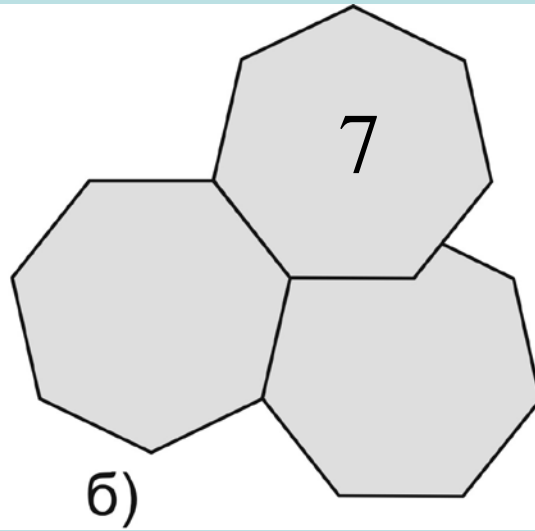
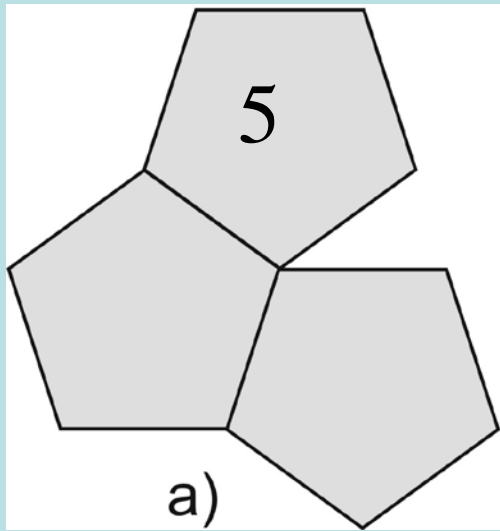
*Основной закон симметрии  
кристаллов*, установленный  
эмпирически, но впоследствии  
подтвержденный «решетчатым»  
строением кристаллов.

*В кристаллических  
многогранниках порядок осей  
ограничен числами  
 $n = 1, 2, 3, 4, 6$ .*



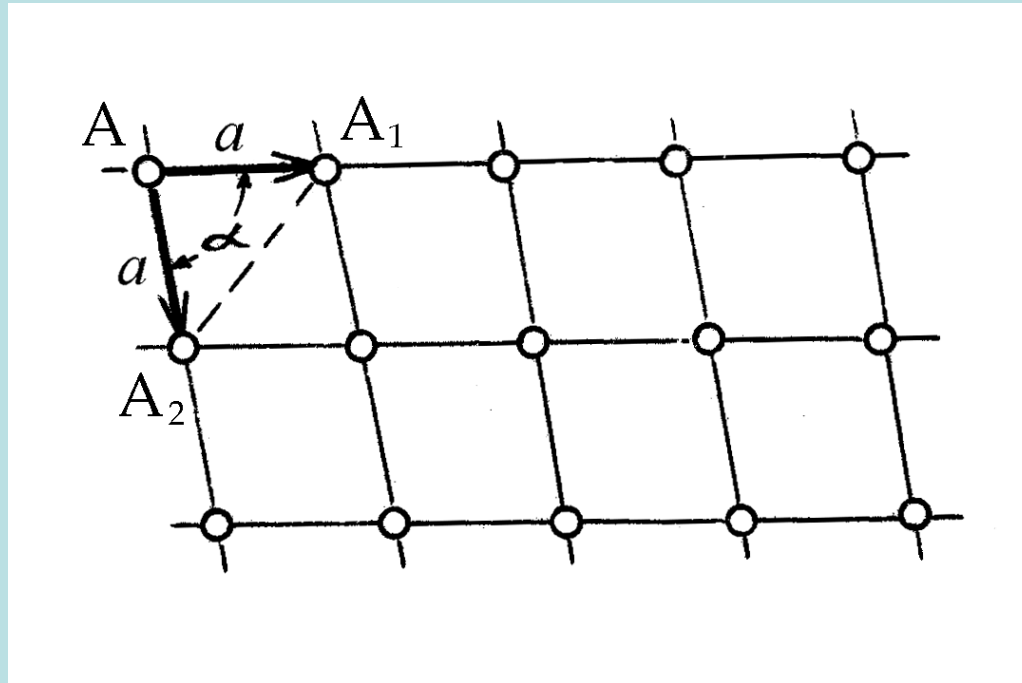
*Рене Жюст Гаюи  
(1743 – 1822 гг.)*

Следствие - на плоскости нельзя правильными  
пяти- или  $n$ -угольниками (где  $n > 6$ ) выполнить все  
двухмерное пространство без зазоров или  
перекрытий



(6-угольниками можно  
– доказано пчелами)

# *Этот закон можно доказать, предположив решетчатое строение кристаллов:*



Пусть два пересекающихся в точке  $A$  узловых ряда определяются одним и тем же межузловым расстоянием, минимальным для данной пространственной решетки ( $a = a_{\text{мин}}$ ). Тогда в треугольнике  $AA_1A_2$  сторона  $A_1A_2$  должна быть равна  $a$ , либо больше  $a$  следовательно,  $\alpha \geq 60^\circ$ . Это значит, что порядок оси не может превышать шести

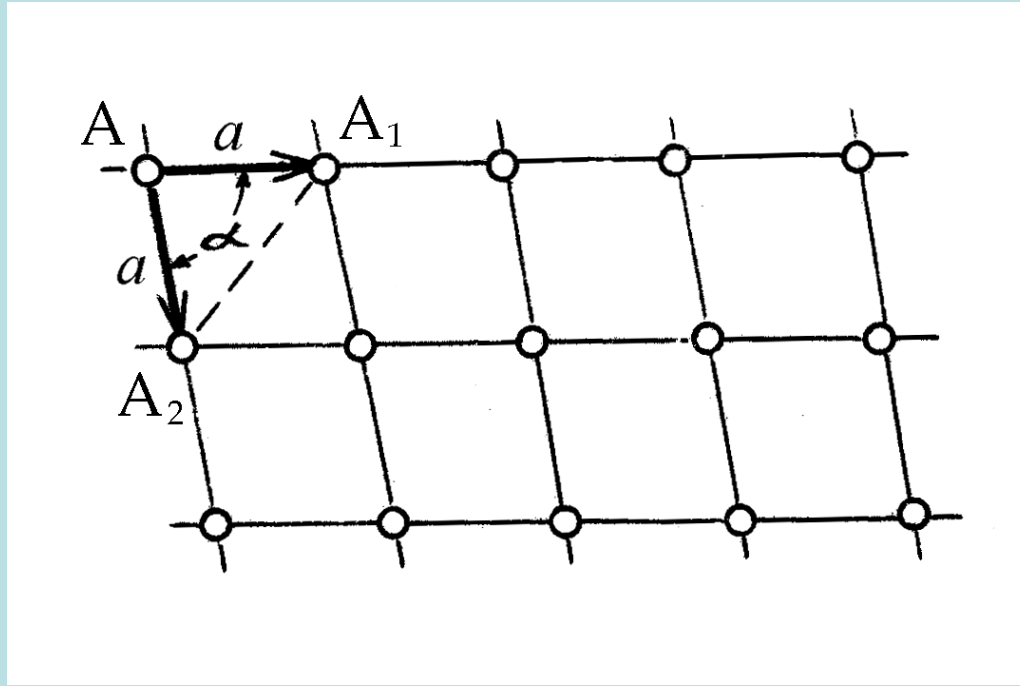
*В кристаллах нет осей порядка  $>6$*



# А В живых организмах ЕСТЬ! $N > 6$



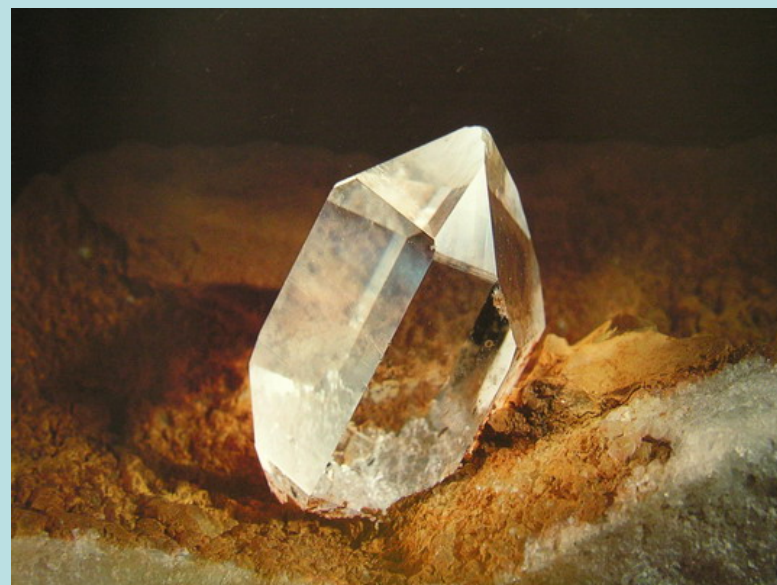
# В кристаллах нет осей 5-го порядка



Любая параллелограмматическая сетка обладает расположенной перпендикулярно к ней осью симметрии 2-го порядка. Если же в кристалле есть ось нечетного порядка, то результат ее взаимодействия с параллельной ей осью 2-го порядка, присущей каждой сетке, обусловит появление четной оси вдвое большего порядка. Следовательно, если предположить возможность присутствия в кристалле оси 5-го порядка, то окажется, что перпендикулярно узловой сетке должна возникнуть ось вдвое большего – **10-го порядка**, что противоречит доказанному выше ( $n \geq 6$ )



# *В кристаллах нет осей 5-го порядка*



# А В живых организмах ЕСТЬ! $N=5$



1)

2)



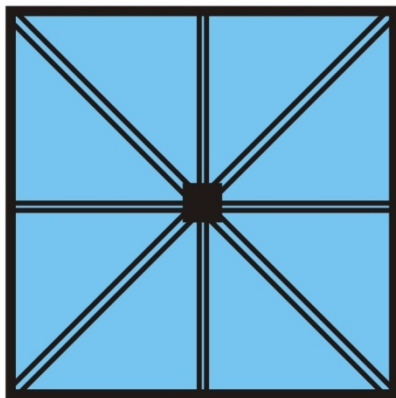
3) *Страх перед неживой природой*



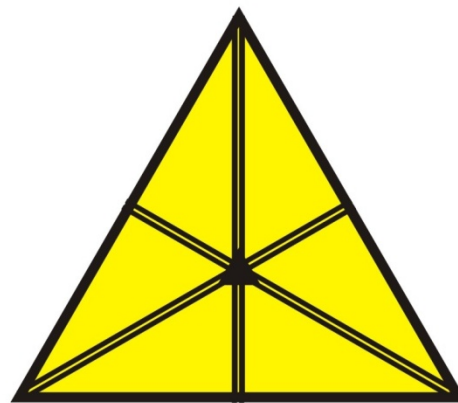
Пьер Кюри  
(1859 – 1906)

*Пьер Кюри сформулировал  
универсальный закон  
симметрии  
(диссимметрии):  
В результате наложения  
нескольких явлений  
различной природы, каждое  
из которых обладает своей  
собственной симметрией, в  
одной и той же системе  
сохраняются лишь  
совпадающие элементы  
симметрии этих явлений.*

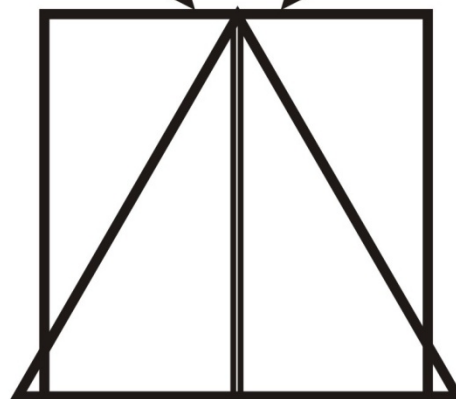
$L_4 2P'2P''$



$L_3 3P$

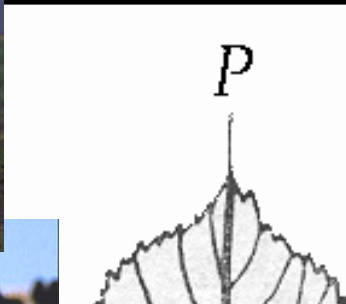


$P$



Демонстрация принципа суперпозиции Кюри:  
в результате наложения двух фигур – квадрата  
с симметрией  $L_4 4P$  и треугольника с

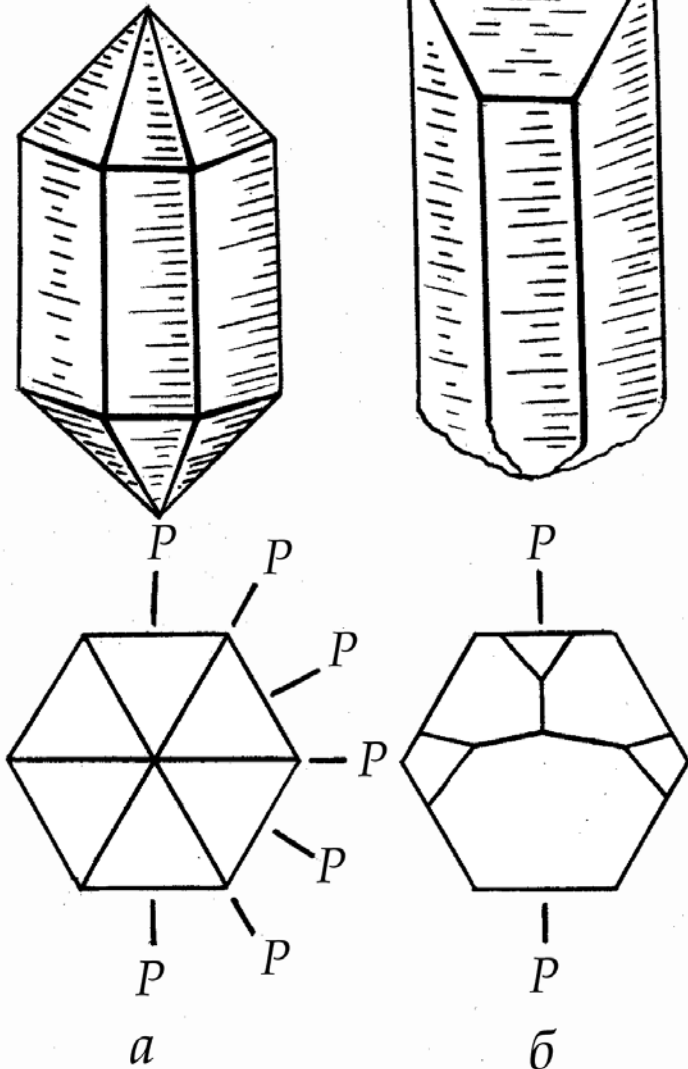
Иллюстрация закона Кюри: лист обладает одной плоскостью симметрии -  $P$  (а), цветок – радиально-лучистой симметрией (б)



**Все, что растет и движется по горизонтали или косо к земной поверхности, характеризуется симметрией листка. Все, что растет и движется по вертикали, имеет симметрию цветка**

## Неприятный для нас ф

Кристаллы кварца, выросшие с вертикально (а) и наклонно (б) ориентированной главной осью.



В первом случае направление роста совпадает с направлением вектора силы тяжести, и кристалл приобретает радиально-лучистую симметрию; во втором — векторы роста и силы

## Неприятный для нас факт

Какой неутешительный вывод приходится сделать? В реальных условиях для выращивания идеальных кристаллов все оказывается достаточно неприятно: симметрия неизбежно понижается, хотя бы под действием закона всемирного тяготения. Не забудем и то, что кристалл растет исключительно медленно и за время его роста условия меняются неоднократно. Неудивительно, что существенное время на орбите международных космических станций космонавты проводят за выращиванием кристаллов в «тепличных условиях».



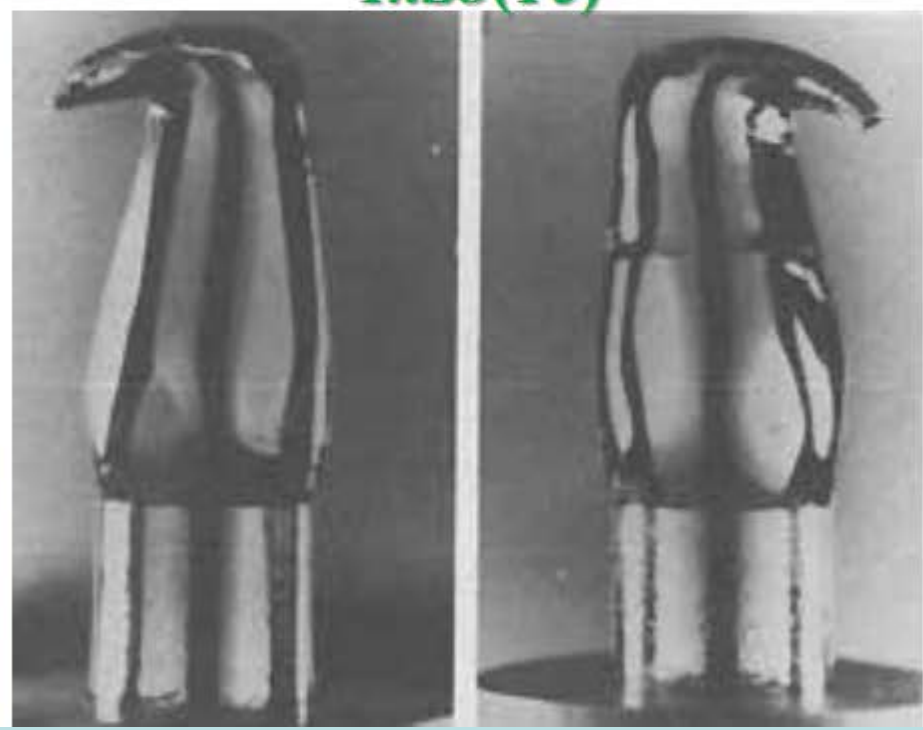
# Кристаллизация в космосе

XX

Кристаллизация в условиях **невесомости** и **микрогравитации** для изучения процессов, определяющих микрооднородность и свойства выращиваемых высокосовершенных кристаллов.

Первые эксперименты были проведены американцами на станции «Скайлэб» в **1973 – 1974** гг. Методом **Бриджмена** в ампулах были получены кристаллы ***InSb(Te)*** с **более высокой однородностью** и с **меньшей плотностью дислокаций**, чем у их наземных аналогов. Однако в кристаллах ***Ge(Ga)*** по распределению удельного сопротивления была заметна не только **продольная**, но и **поперечная неоднородность**.

***InSb(Te)***



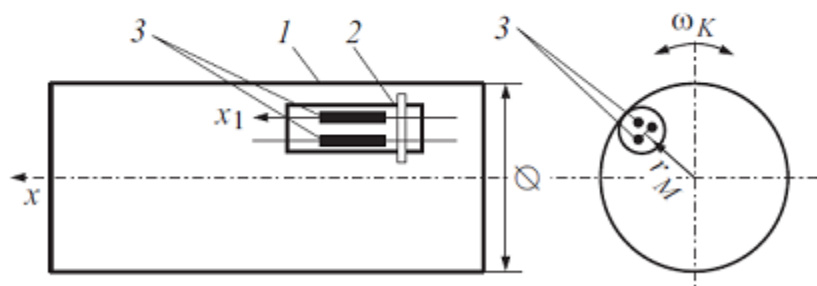


1975 г.

XX

На комплексе «Союз – Аполлон» проведены эксперименты по выращиванию **методом направленной кристаллизации** кристаллов твердого раствора *Ge-Si-Sb* (Институт металлургии АН СССР) и *Ge-Ga* (Массачусетский технологический институт, США). Все кристаллы **получились хуже**, чем выращенные на Земле аналоги.

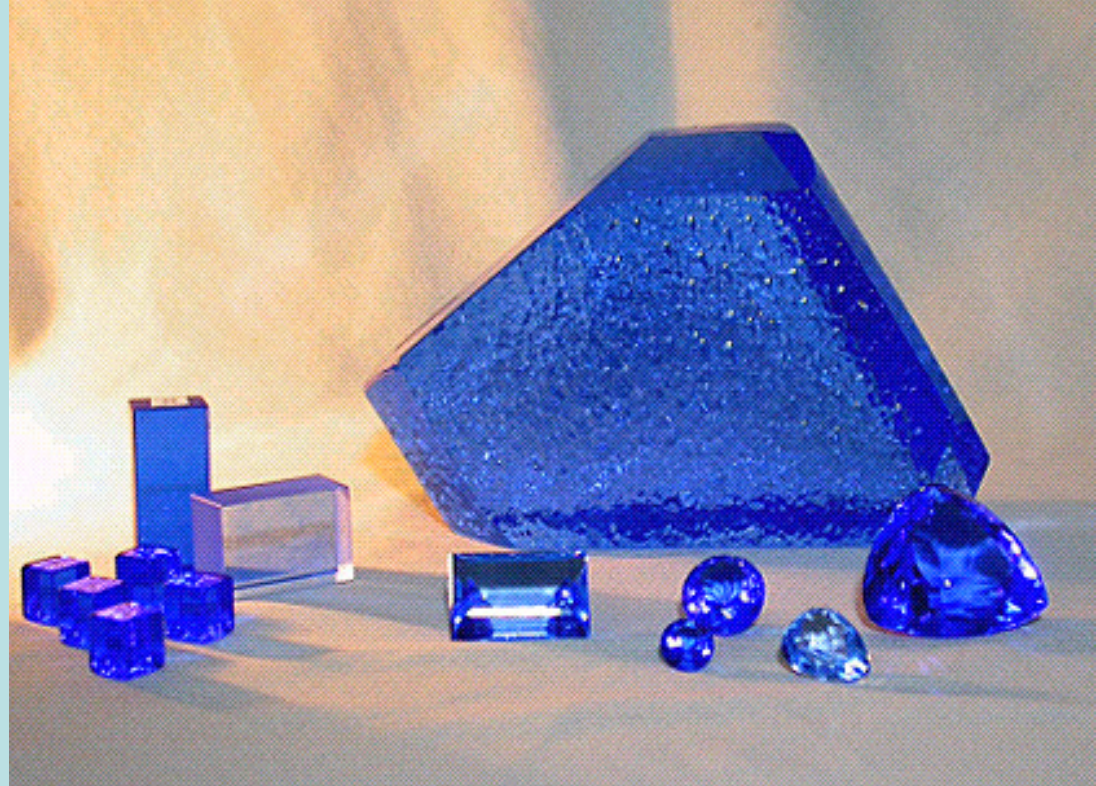
**Наиболее несовершенными** оказались образцы, полученные **горизонтальной кристаллизацией**, а **наиболее совершенными** – полученные **вертикальной кристаллизацией** с подачей тепла сверху.



МА-150-07  
выращен на  
Земле

МА-150-18    МА-150-17    МА-150-16    МА-150-07

Рис. 1. Схема расположения универсальной печи в стыковочном модуле станции „Союз–Аполлон“: 1 — корпус стыковочного модуля; 2 — универсальная печь; 3 — ампула с образцами сплавов; 4 —  $\omega_K$  — угловая скорость колебаний модуля вокруг оси  $x$  [6].



«Одного этого золота достаточно было бы для того, чтобы сжечь вас на костре! — завопил он. — Это дьявольское золото!

*Человеческие руки не в силах изготовить металл такой чистоты!*

К началу 21-ого века  
разработаны многочисленные методы получения  
кристаллов.

Основными методами получения совершенных  
кристаллов большого размера считаются  
технологии выращивания  
из расплава,  
**из растворов,**  
из газовой фазы.

[https://vk.com/crystal\\_msu](https://vk.com/crystal_msu)



# Всероссийский конкурс - олимпиада «Кристалльное дерево знаний» 2024

Геологический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Объединение культурных центров Западного округа Москвы,  
Медико-биологическая школа «Витал»,  
ФИЦ «Нольский научный центр Российской академии наук».

**Всероссийский конкурс по выращиванию кристаллов  
приглашает участников!**

**Вырасти свой кристалл,  
присылай отчет** (презентация и видео ролик (2-3 минуты))

о проделанном эксперименте на электронный почтовый ящик [crystal\\_msu@mail.ru](mailto:crystal_msu@mail.ru).

если сможешь **загрузи фотоисторию его зарождения и развития**  
в альбом официальной группы проекта ([https://vk.com/crystal\\_msu](https://vk.com/crystal_msu)).

**и жди приглашения на очное выступление финалистов!**

**Весенний этап Олимпиады:**

19.01.2024 – 01.04.2024 – подача отчетов;

01.04.2024 – 13.04.2024 – работа жюри, определение финалистов Весеннего этапа;

14.04.2024 – определение победителей Весеннего этапа по результатам очного выступления финалистов;

**Осенний этап Олимпиады:**

15.04.2024 – 01.11.2024 – подача отчетов;

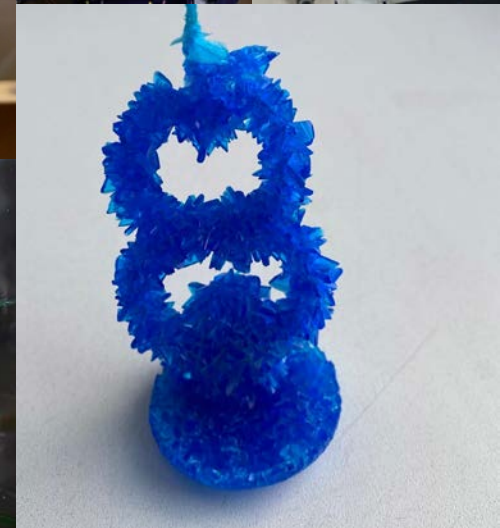
01.11.2024 – 09.11.2024 – работа жюри, определение финалистов Осеннего этапа;

10.11.2024 – определение победителей Осеннего этапа по результатам очного выступления финалистов;

**15.12.2024  
определение победителей Олимпиады**

по результатам очного выступления  
победителей Весеннего и Осеннего этапов  
с презентациями о проделанном эксперименте  
или показа их презентаций и видео  
и ответов на вопросы жюри по видеосвязи,  
если финалисты не могут  
присутствовать в Москве на очном туре,

**награждение победителей Олимпиады.**

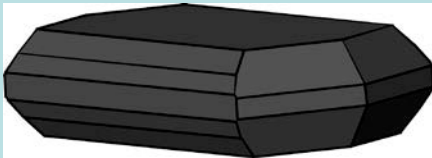


Контактная информация:  
Официальная группа проекта: [https://vk.com/crystal\\_msu](https://vk.com/crystal_msu)  
Вioletta Шанина, куратор Олимпиады: [crystal\\_msu@mail.ru](mailto:crystal_msu@mail.ru) / [vk.com/violetta\\_shanina](https://vk.com/violetta_shanina).

## Неприятный для нас факт

Внешняя среда искусно маскирует истинную симметрию кристалла. Это приводит к тому, одинаковые по своим физическим характеристикам грани могут сильно отличаться в реальном кристалле друг от друга, что может привести к ошибкам в определении симметрии кристалла. В этой связи визуального осмотра образца может оказаться недостаточно, исследователю приходится определять симметрию более строгим образом, а не «на глазок».

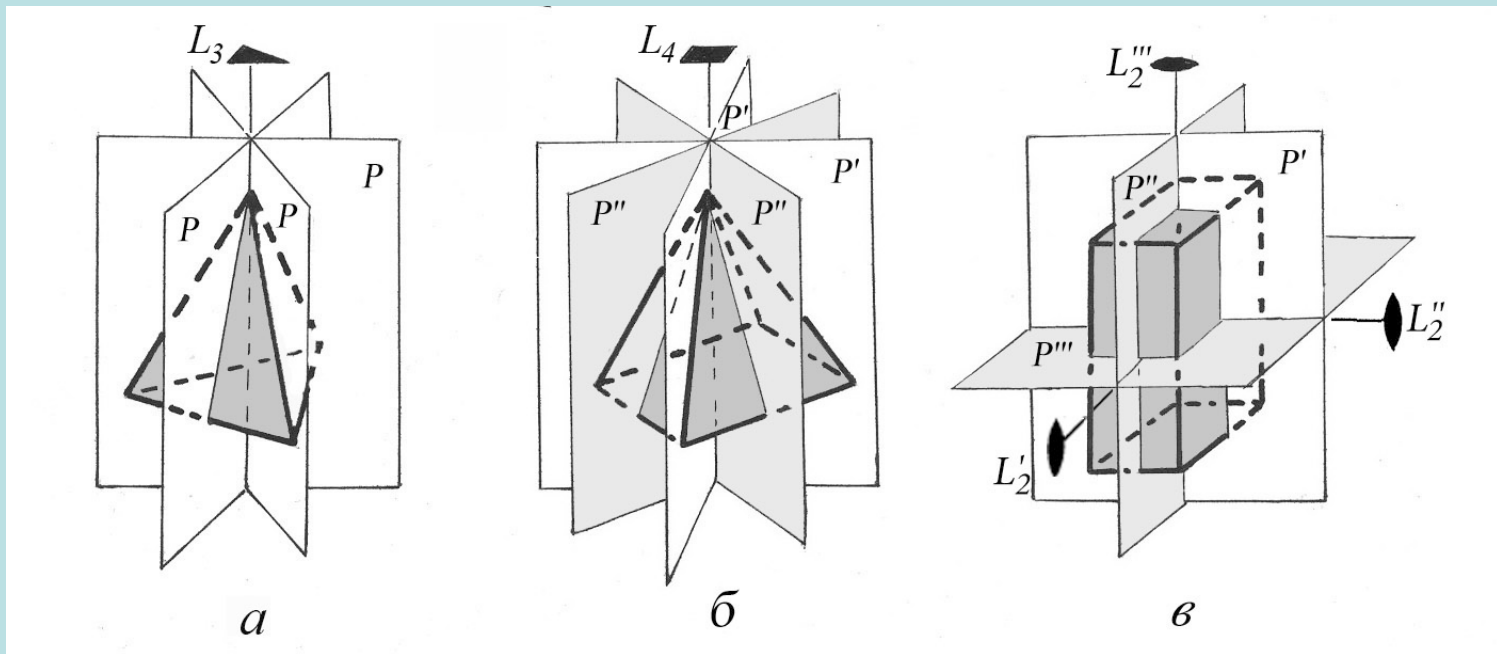
# Приятные новости!



На первых порах работаем с идеализированными моделями где все эти гадости выключены

# Эквивалентные и неэквивалентные элементы симметрии

Эквивалентные элементы симметрии, связанные какими-либо операциями симметрии данного кристалла.



Эквивалентные и неэквивалентные элементы симметрии:  
 $a - L_3 3P$ ,  $б - L_4 4P = L_4 2P' 2P''$ ;  $в - 3L_2 3P = L_2' L_2'' L_2''' P' P'' P'''$  C

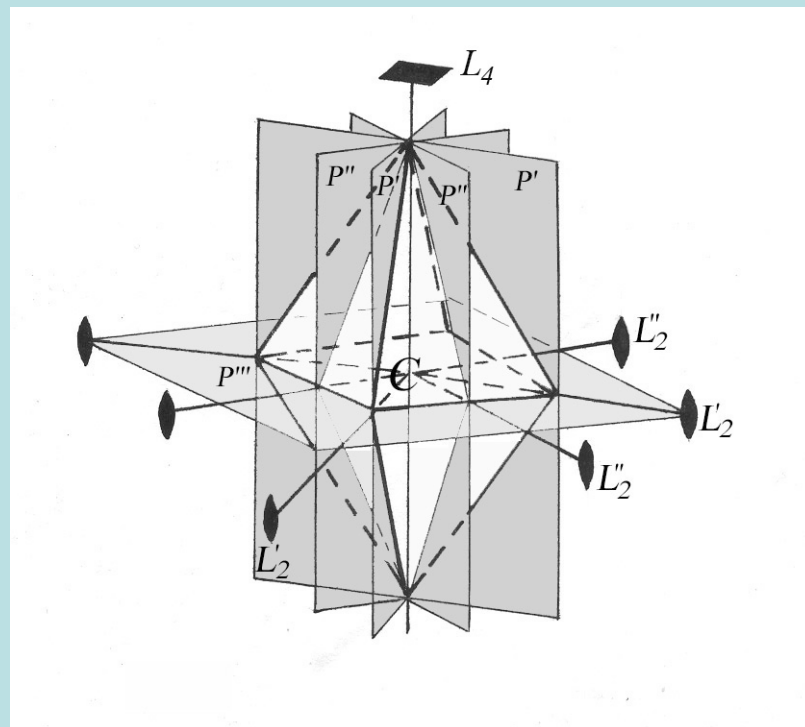


# Описание элементов симметрии

При описании симметрии кристаллов выявленный комплекс элементов симметрии, называемый *классом* (или *группой*) *симметрии*, записывается в строчку в следующей последовательности:

- 1) поворотные оси высшего порядка (если они присутствуют),
- 2) поворотные оси 2-го порядка,
- 3) зеркальные плоскости симметрии,
- 4) центр инверсии.

$$L_4 2L_2 2L''_2 2P' 2P'' P''' C$$



**К элементам симметрии II-го рода  
относятся обычные элементы  
известные в быту:**

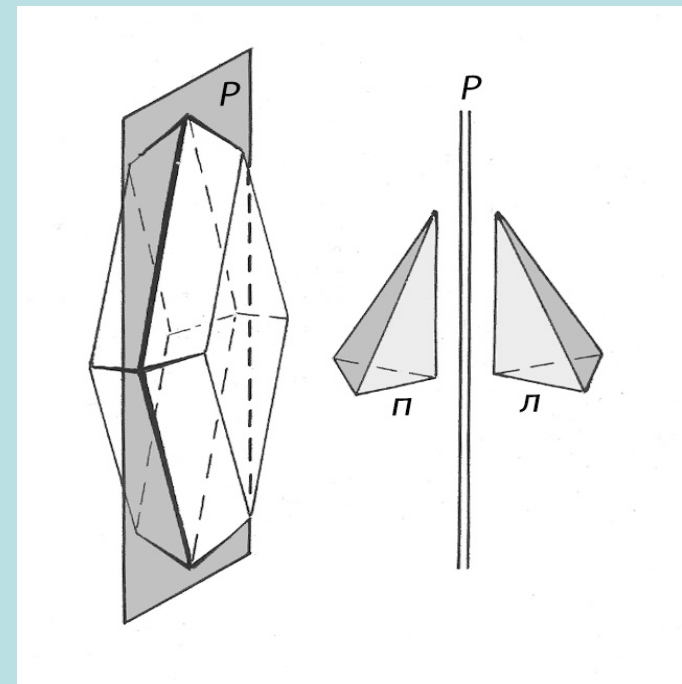
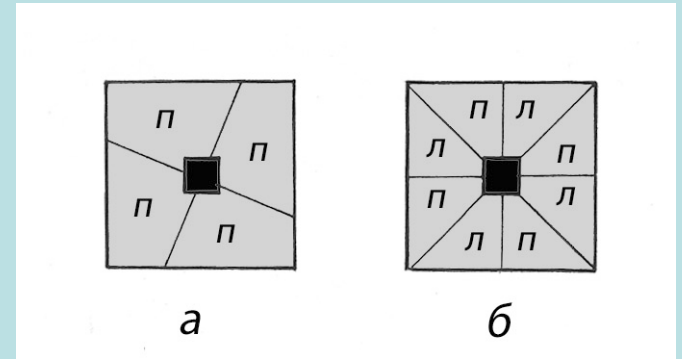
*зеркальные плоскости*

*центр инверсии*

# Операция симметрии - Отражение

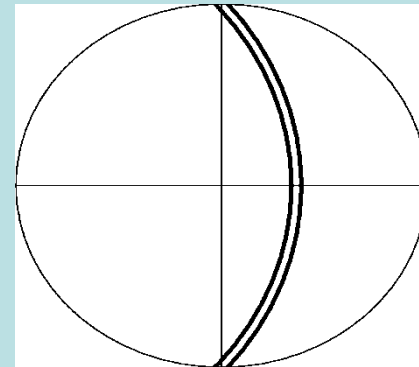
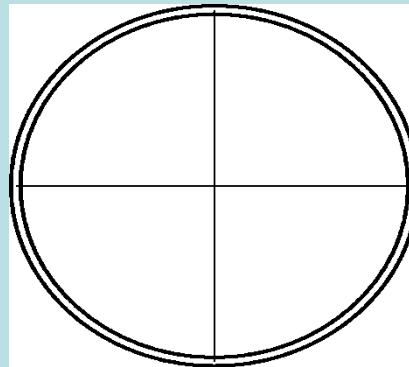
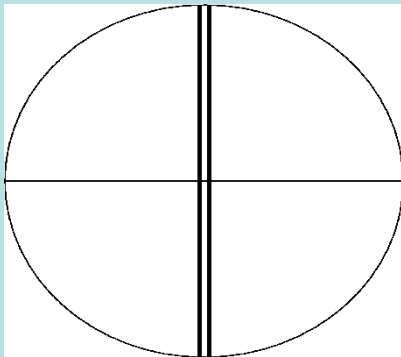
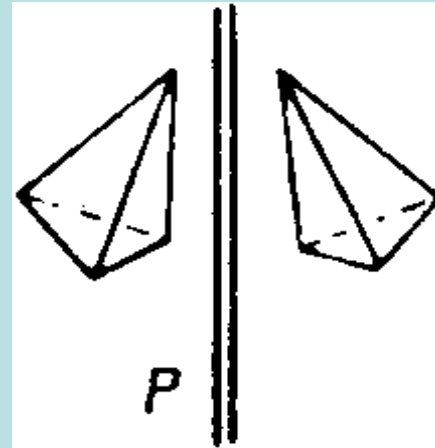
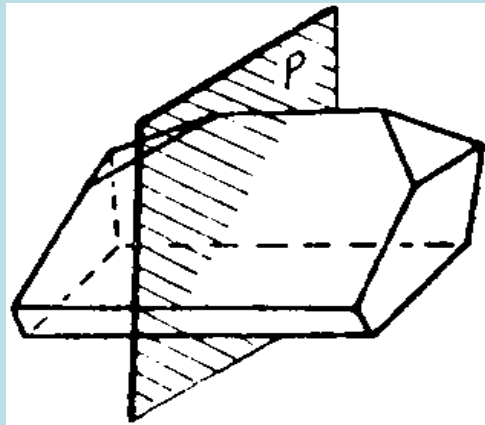
Элемент симметрии –  
**Зеркальная плоскость**

Зеркальная плоскость симметрии задает операцию отражения, при которой правая часть фигуры (или П-фигура), отражаясь в плоскости, как в двухстороннем зеркале, совмещается с левой ее частью (Л-фигурой). Кристалл, обладающий зеркальной плоскостью, разбивается этим элементом симметрии на две зеркально равные – энантиоморфные – части



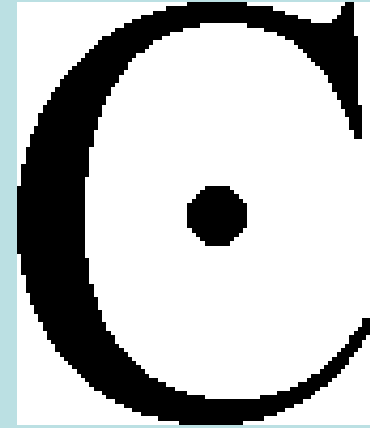
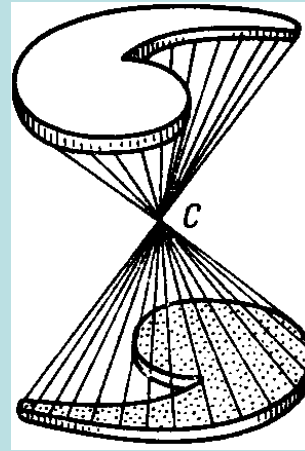
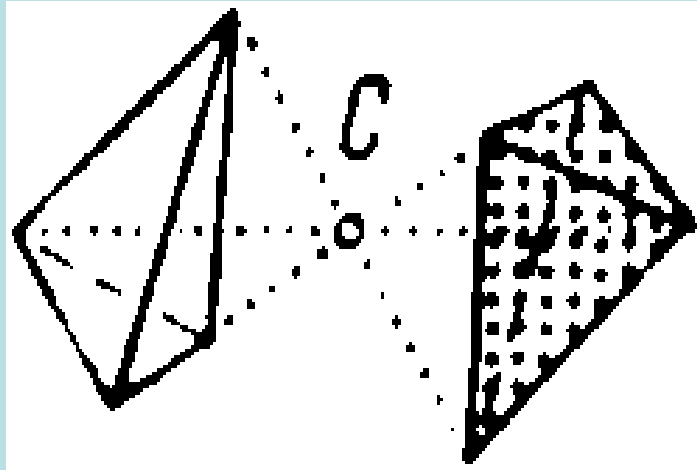
# Операция симметрии - Отражение

## Обозначение



# Операция симметрии - Отражение

Элемент симметрии – Центр симметрии = центр инверсии



Центр симметрии – это особая как бы «зеркальная» точка внутри фигуры, совпадающая с ее центром тяжести, «отражаясь» (инвертируясь) в которой, правая фигура не только переходит в левую, но и, поворачиваясь на  $180^\circ$ , становится антипараллельной исходной.

# Волшебные элементы симметрии 2 рода



**К элементам симметрии II-го рода  
относятся обычные элементы  
известные в быту:**

*зеркальные плоскости      центр инверсии*

**и волшебные элементы  
доступные кристаллографам и  
незаметные «маглам»:**

*зеркально-поворотные оси*

*инверсионные оси*



**КРИСТАЛЛОГРАФЫ**

Видят то, что остальным незаметно

bomz.org

# Волшебные элементы симметрии.

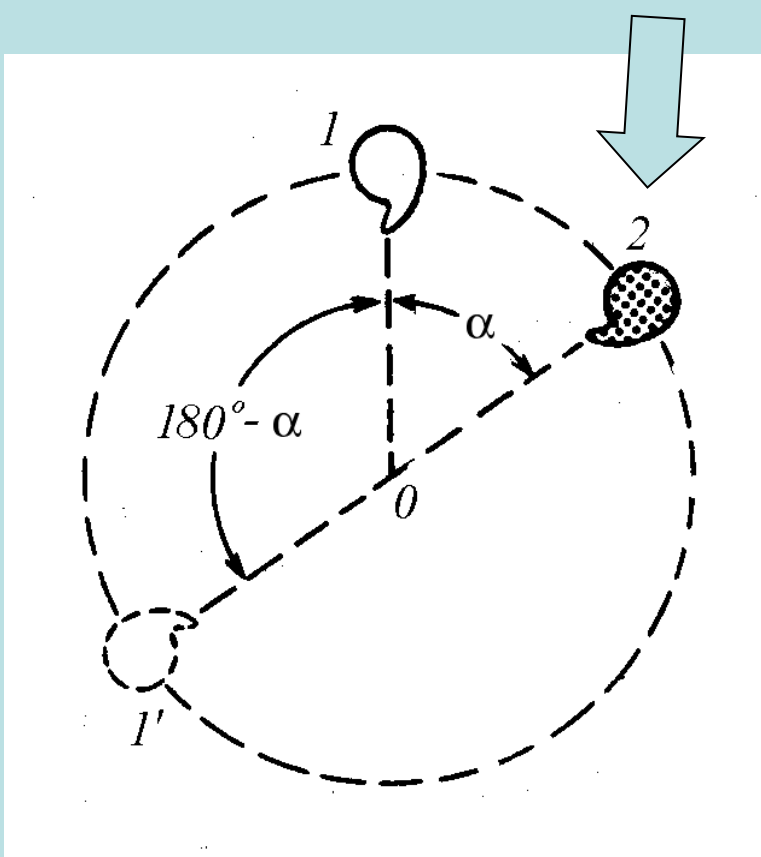
Есть ли они в кристаллах или это выдумка?

*Волшебные (сложные) элементы симметрии* позволяют совмещать фигуры путем двойной мнимой операции – поворота (операции I-го рода) и отражения в плоскости или инверсии в точке (операции II-го рода). При этом промежуточного результата нет! Отдельных операций нет. Есть только суперпозиция

*зеркально-поворотные оси*  $\odot \perp_n$

*инверсионные оси*  $\perp_n$





**Зависимость между зеркальным (угол поворота  $\alpha$ ) и инверсионным (угол поворота  $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ ) поворотами**

**(Операция каждой зеркальной оси с элементарным углом поворота  $\alpha$  может быть заменена операцией инверсионной оси с элементарным углом поворота  $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ )**

**Давайте теперь зададим сами себе вопрос: а зачем это надо?**

Нельзя ли эти сложные (на первый взгляд надуманные) преобразования заменить набором простых, уже знакомых нам, элементов симметрии?

Действительно ли для описания симметрии некоторых кристаллов простых элементов симметрии недостаточно? Для этого давайте проанализируем все кристаллографические порядки осей и посмотрим взаимосвязь между зеркально-поворотными, инверсионными и простыми элементами симметрии.

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



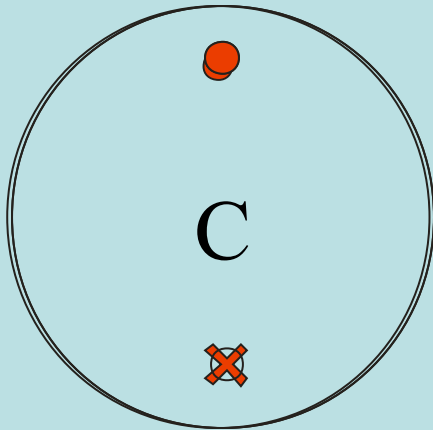
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	плоскость! ( $P_2$ )
2			
3			
6			
4			

Оказывается, по утрам мы смотримся в  
инверсионную ось второго порядка



*Типичная инверсионная ось второго порядка*

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?

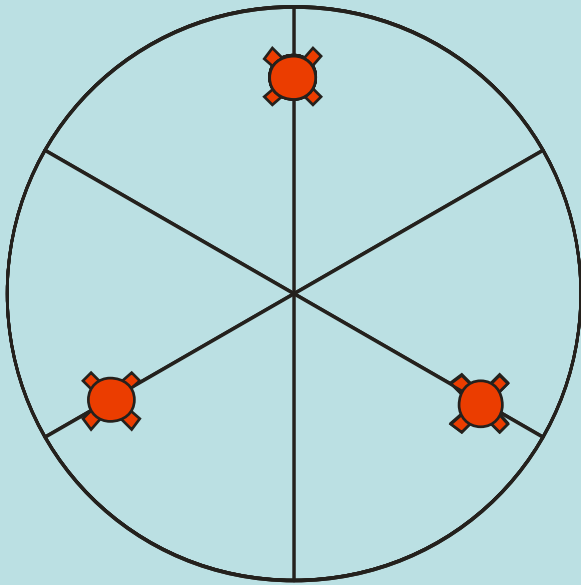


N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2 (\alpha=180)$	$n=1 (\alpha=360)$	центр!
3			
6			
4			



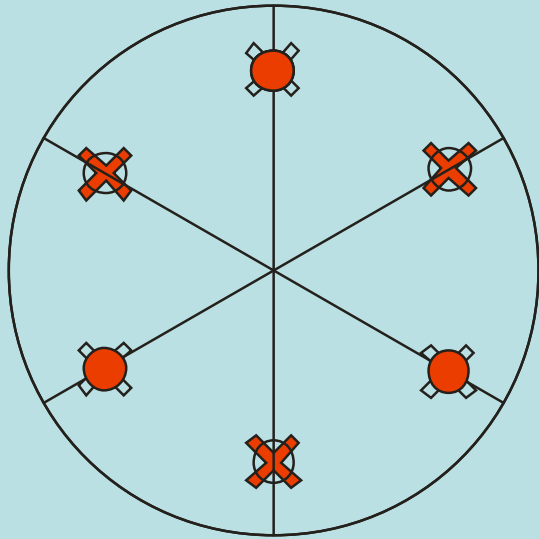
*Типичная инверсионная ось первого порядка*

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3 + P_z!$
6			
4			

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?

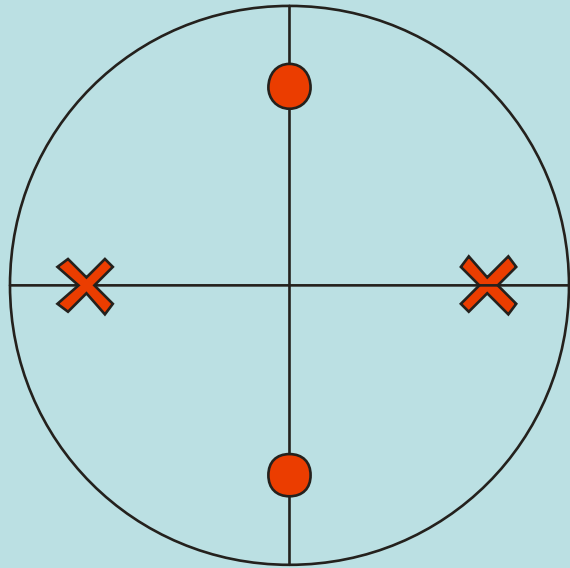



N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3+P_z!$
6	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$L_3+C$
4			

*Похоже чудес на свете нет...*



# Появилась инверсионная ось 4-ого порядка!



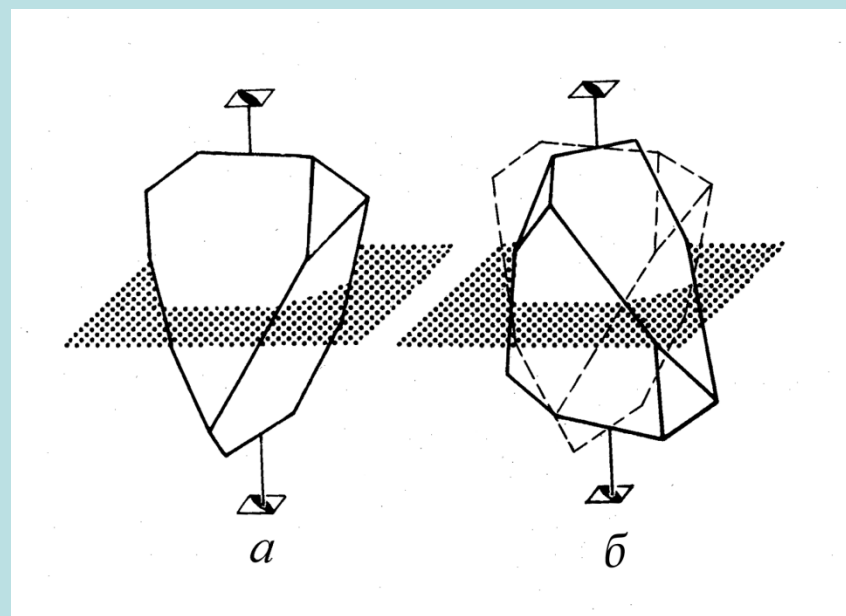
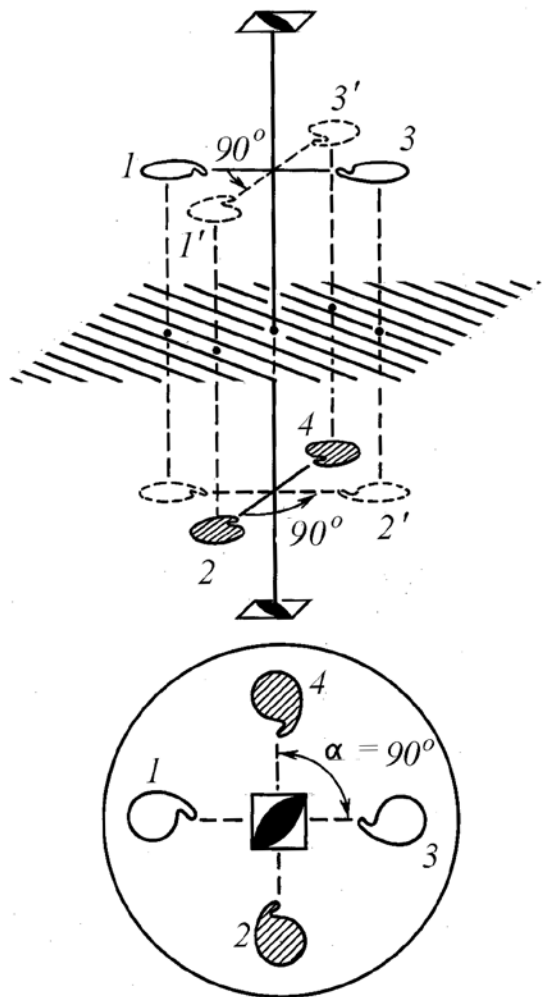
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_2$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3+P_2!$
6	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$L_3+C$
4	$n=4$ ( $\alpha=90$ )	$n=4$ ( $\alpha=90$ )	

Что это?

Зеркально-поворотную ось 4-го порядка невозможно заменить простыми элементами симметрии! Именно поэтому эта ось имеет свое графическое обозначение – темный знак Фюзю в светлом квадратике. Более того, она присутствует в реальных кристаллах, что «узаконивает» все учение о зеркально-поворотных осях.

Иллюстрация действия  
зеркально-поворотной (инверсионной)  
оси 4-го порядка

$L_4$



Многогранник с единственным элементом симметрии

а) -зеркально-поворотной осью 4-го порядка

б) иллюстрация мнимых операций симметрии 4-го порядка

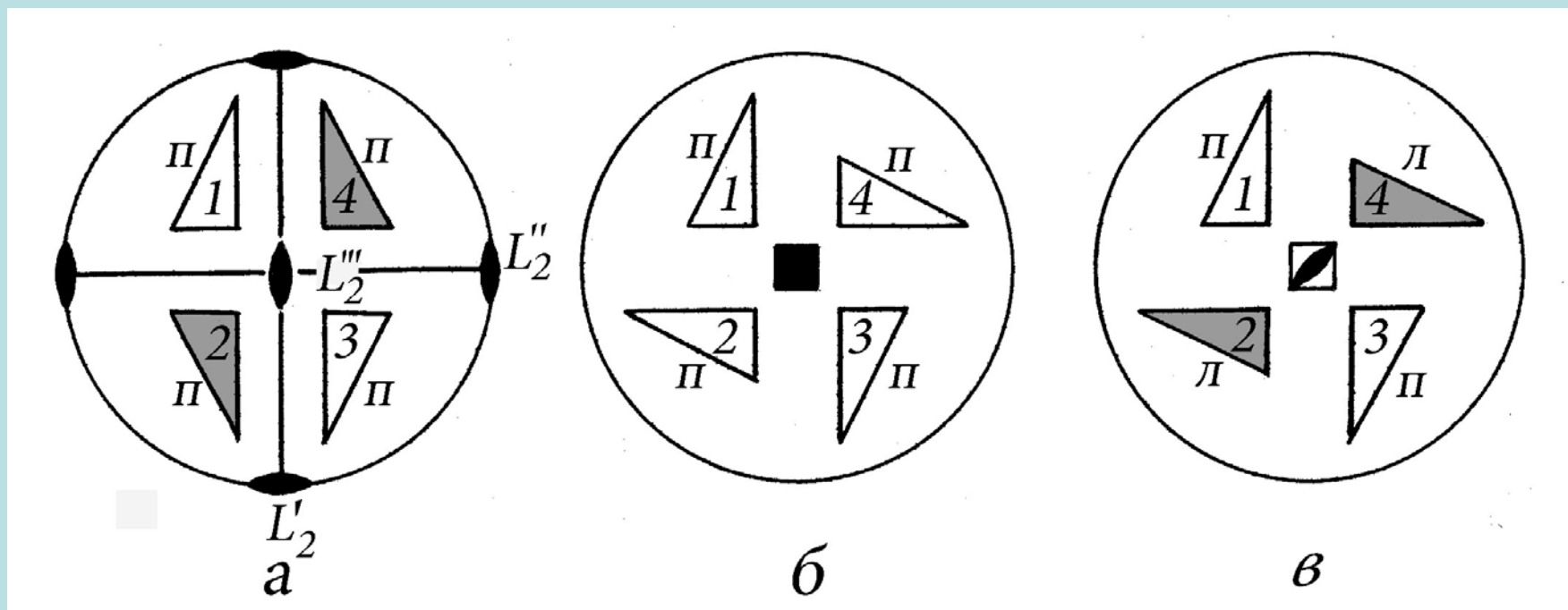
– поворота на  $90^\circ$  и отражения в зеркальной плоскости симметрии

# Иллюстрация действий простых и сложных элементов симметрии:

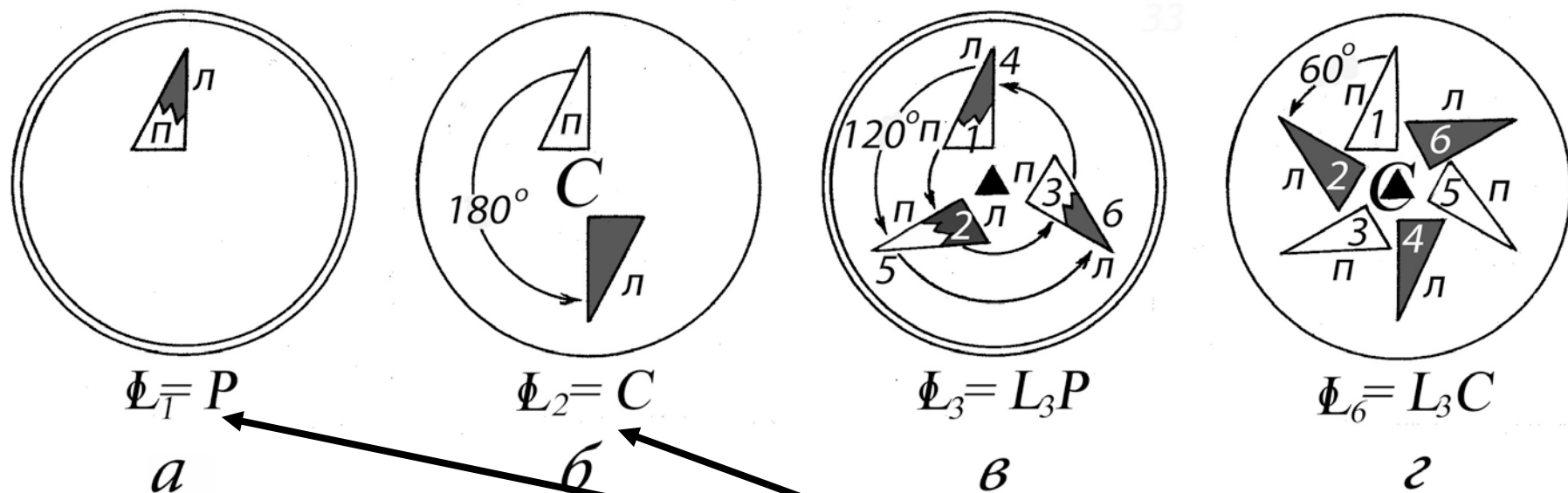
*a* – трех взаимно перпендикулярных осей 2-го порядка  $L_2' L_2'' L_2'''$ ,

*б* – поворотной оси 4-го порядка  $L_4$ ,

*в* – зеркально-поворотной оси 4-го порядка  $\bar{L}_4$ . Цветом выделены лицевые и изнаночные стороны треугольников.



# Иллюстрация замены некоторых сложных осей простыми элементами симметрии



Все операции симметрии – оси  
(настоящие или волшебные!)

Мы живем в мире простых и волшебных осей!

Итого. Сколько всего есть элементов симметрии в кристаллах?

$L_1, L_2, L_3, L_4, L_6$

$L_1(C), L_2(P), L_3(L_3C), L_4, L_6(L_3P)$

Кристаллы живут в мире простых и волшебных осей симметрии!

Легко  
просто 

***Сейчас мы очно поиграем с  
коробочками  
(в моделях могут быть  
волшебные оси!)***

**Поиграем.**

**ищем элементы симметрии модельных объектов.**

**Нам могут встретиться  $L_n$ ,**

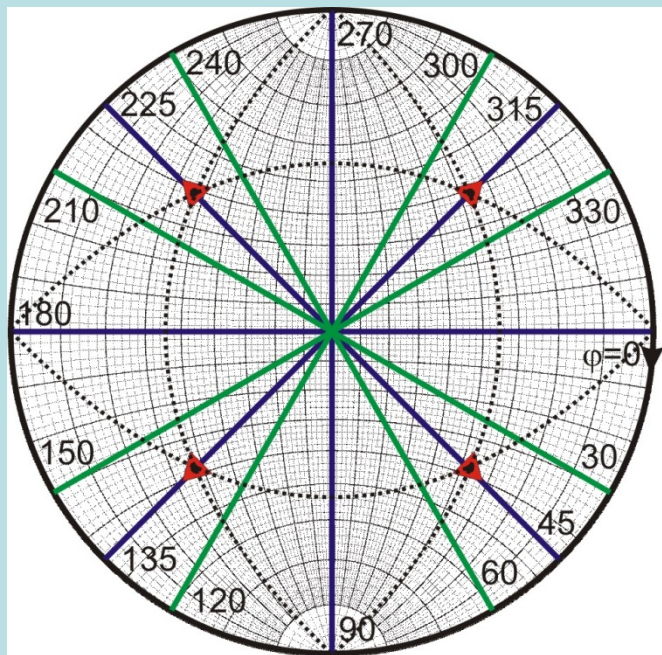
**$\mathcal{L}_n$  (в явном виде только  $\mathcal{L}_4$ )**

**$R$  и  $C$ .**

**Не забываем порядок записи!**



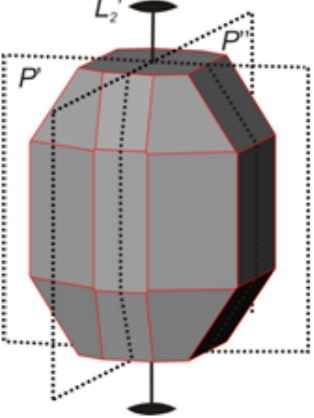
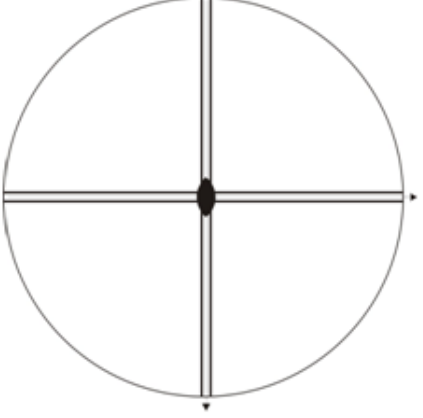
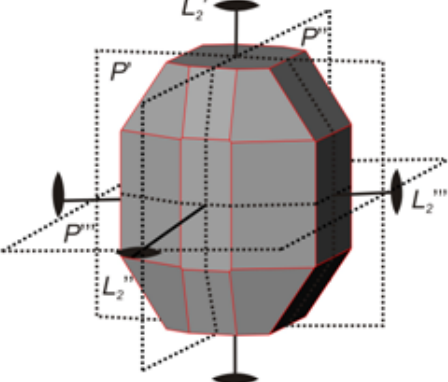
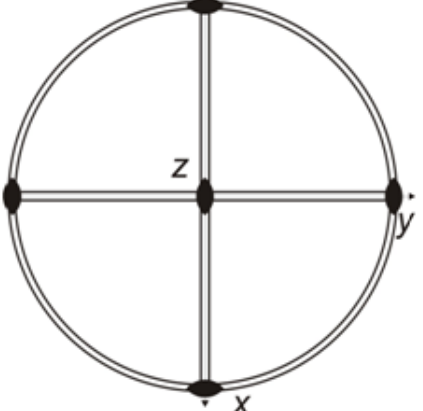
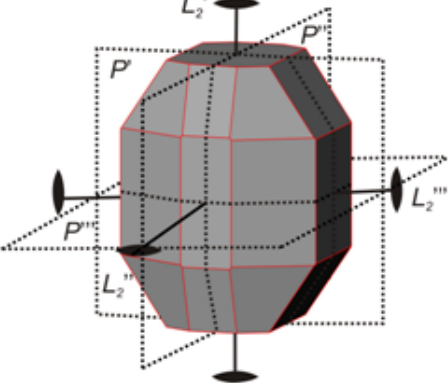
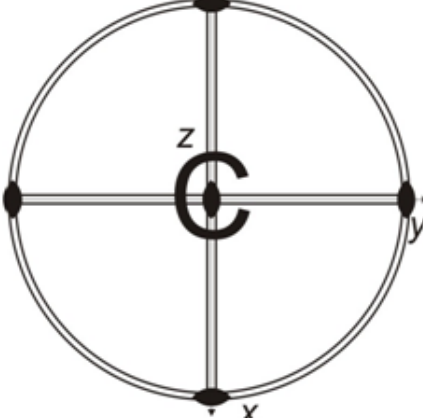
# Трафарет для описания кристаллов



Трафарет для рисования кристаллов. На практике удобно распечатать этот трафарет диаметром в 8 см, что позволит нанести на круг все элементы симметрии и положения граней даже для достаточно сложных кристаллов.

<http://cryst.geol.msu.ru/course/s/crgraf/trafaret8mm.jpg>



Кристалл	На проекции изображено:	Действия
		<p>1) Используя графариет, рисуем окружность, наносим на ней выходы координатных осей <math>x, y, z</math>.</p> <p>2) Наносим графические значки оси <math>L_2'</math> и плоскостей <math>P_x, P_y</math></p>
		<p>3) Наносим графические значки осей <math>L_2''</math> и <math>L_2'''</math> и изображение плоскости <math>P_z</math> в виде двойной окружности</p>
		<p>4) Находим центр и подписываем его на проекции.</p>

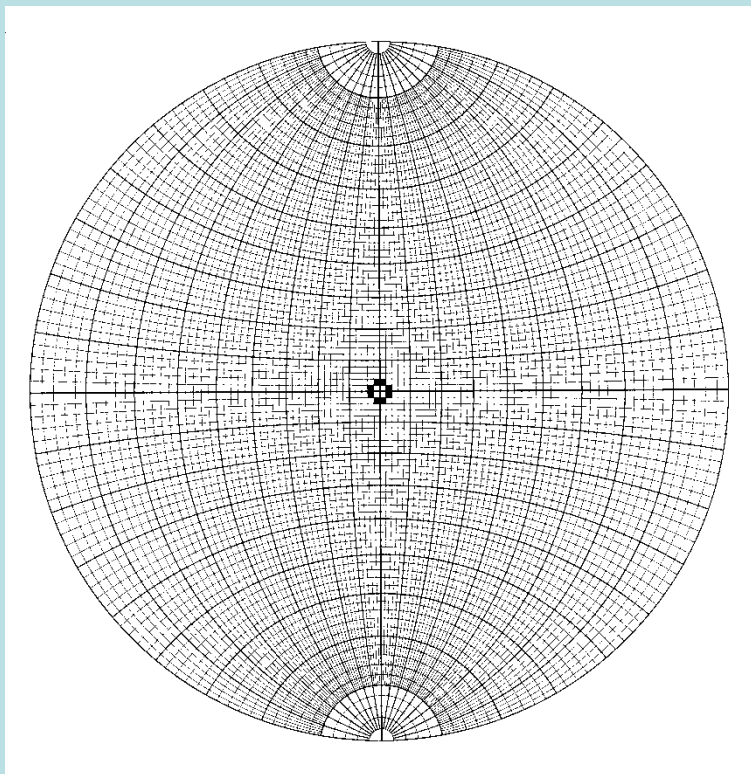
***В следующий раз***

***Нормальное*** проецирование  
(или как изумить Скотта и  
Амундсена)

***Теорема Эйлера***

(и ее наглядное доказательство  
с помощью машины времени).

# Трафареты для рисования



[http://cryst.geol.msu.ru/yaroslav/Wulff\\_nets/Wulff10sm.zip](http://cryst.geol.msu.ru/yaroslav/Wulff_nets/Wulff10sm.zip)

Принято пользоваться сеткой Вульфа диаметром 20 см. В таком разрешении с системой маркированных через  $2^\circ$  меридианов и параллелей погрешность работы будет составлять всего  $1^\circ$ . С помощью сетки Вульфа используя сферические координаты  $\varphi^\circ$  и  $\rho^\circ$  (результат гониометрических исследований), можно строить стереограммы кристаллов, наносить проекции граней и ребер, определять между ними углы и решать другие задачи.