Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции

и ордена Трудового Красного Знамени

Государственный университет имени М.В.Ломоносова

ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Направление 511000 ГЕОЛОГИЯ

Кафедра Кристаллографии и кристаллохимии

КУРСОВАЯ РАБОТА

Иная симметрия

Студент Лясников Алексей Дмитриевич

Заведующий кафедрой: академик РАН, профессор Урусов Вадим Сергеевич

Научный руководитель: доктор хим. наук Ерёмин Николай Николаевич

МОСКВА

2013 г.

Содержание

Введение…….стр. 3

Глава I.Ось симметрии 5го и более 6го порядка. Радиальная симметрия ……..стр. 4

Глава II.Скользящая симметрия……..……..стр. 6

Глава III.Орнаментальная симметрия…….. стр. 8

Глава IV.Винтовая симметрия…….……. стр.11

Заключение…….. стр.15

Список используемой литературы……. стр.16

Введение.

В курсе кристаллографии нами было изучено понятие симметрии, а также несколько ее видов, существующих в кристаллическом мире, также некоторая симметрия микромира(трансляционная симметрия). Но та симметрия, что мы изучали в первом семестре лишь часть того огромного и богатого разнообразием мира симметрии.

Согласно основному закону геометрической кристаллографии: В кристаллических многогранниках порядок осей ограничен числами n=1,2,3,4,6 - хотя в природе существует порядок осей любого числа [2+5] (Рис.1).

Рис.1 – Красивый цветочек, с осью симметрии 5го порядка

Таким образом я бы хотел предоставить вашему вниманию некоторую симметрию ,не встречающуюся в кристаллах, но тем не менее существующую в мире, и более того имеющую геометрическое обоснование.

Но для начала коротко о симметрии, для тех, кто забыл что это такое. Симметрия (согласно определению русского кристаллографа Е.С. Федорова) – это свойство геометрических тел повторять свои части [1] . В курсе кристаллографии мы изучили поворотную, зеркальную и трансляционную симметрию. Операция симметрии – это преобразования, совмещающие симметричную фигуру с собой (поворот,

отражение). Элемент симметрии – Вспомогательные геометрические образы, с помощью которых обнаруживается симметрия фигур (точки, прямые, плоскости). [2+5]

Операции и элементы симметрии можно разделить на 2 рода. К первому роду можно отнести элементы, совмещающие конгруэнтные фигуры. Элементы симметрии второго рода связывают энантиоморфные фигуры или их части (например, левые и правые). [2+5]

Глава I. Ось симметрии 5го и более 6го порядка. Радиальная симметрия.

Вне кристаллографического мира существуют поворотные оси симметрии любых порядков. К примеру, морская звезда, изображенная на рисунке 2, имеет ось симметрии 5го порядка. [4]

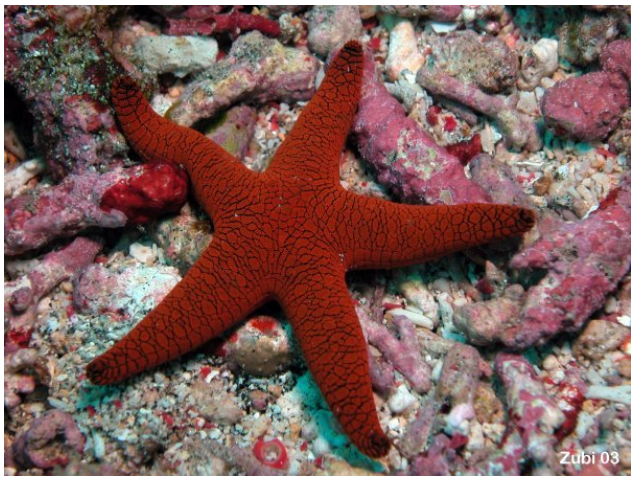

Рис. 2 – морская звезда, имеющая ось симметрии пятого порядка, а также зеркальные плоскости

Часто многие формы жизни обладают осями симметрии очень высокого порядка, вплоть до 100, и т.д. Некоторые даже обладают, так называемой, радиальной симметрией. Чаще такими телами обладают объекты в форме шаров, дисков, конусов (пример изображен на рисунке 3). [4]

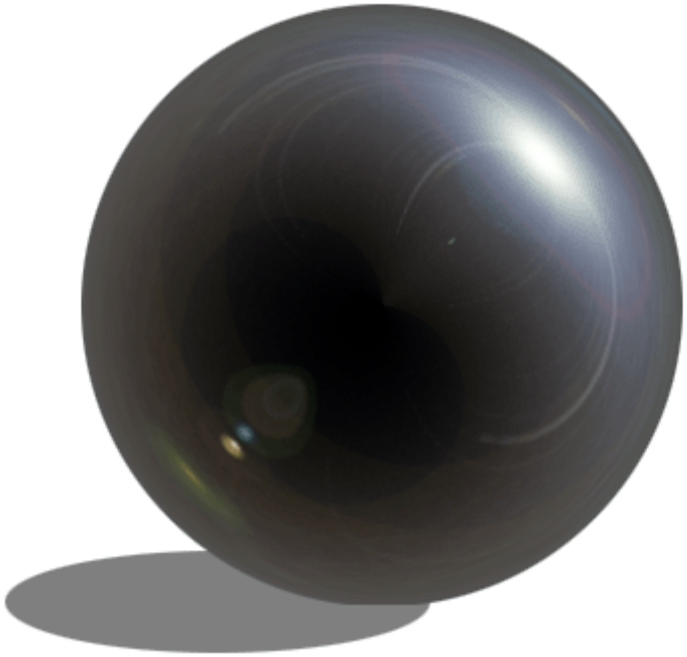

Рис.3 – Идеальное тело, обладающее абсолютной симметрией.

Радиальная симметрия — форма симметрии, при которой тело (или фигура) совпадает само с собой при вращении объекта вокруг определённой точки или прямой. Часто эта точка совпадает с центром симметрии объекта, то есть той точкой, в которой пересекается бесконечное количество осей.

Тем не менее, то под каким углом мы наблюдаем за той же медузой с рис.4 , то есть в зависимости от ее ориентации относительно Оси Z на гоностереографической проекции, мы можем наблюдать ось радиальной симметрии, которая и будет отвечать бесчисленному множеству осей и плоскостей, проходящих через эту ось. Но таже медуза не будет иметь плоскости и оси симметрии относительно других направлений(X или Y к примеру). Такой виды Радиальной симметрии называется моноасконной.

Соответственно, исходя из названия моноаксоной симметрии, должна быть и полиаксонная симметрия. К полиаксонной симметрии относятся фигуры или объекты, имеющие ось радиальной симметрии не по одному направлению, самым наглядным примером является сфера, обладающая абсолютной симметрией (рисунок 3).

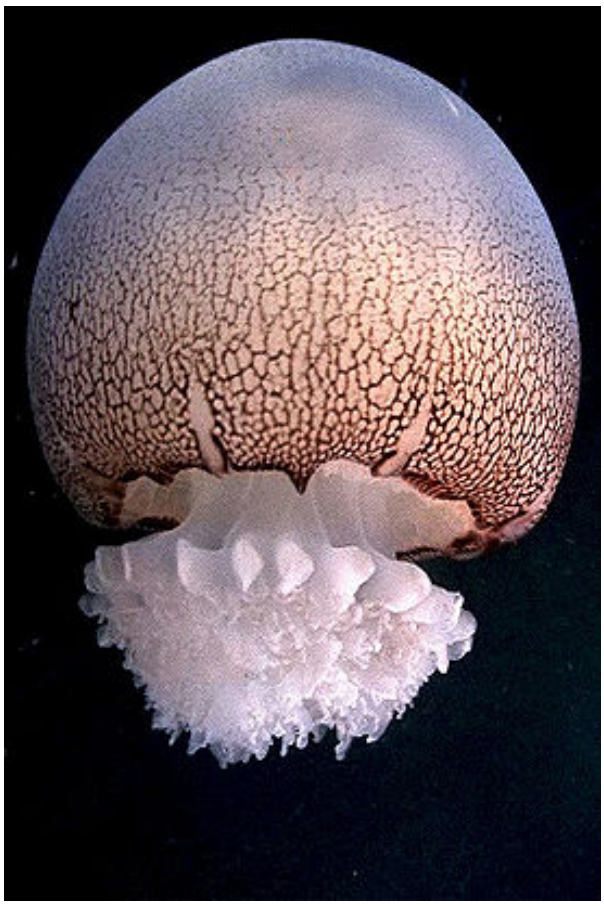

Рис.4 – Данная медуза является ярким представителем радиальной моноаксонной симметрии, она обладает бесчисленным множеством осей симметрии и зеркальных плоскостей, расположенных вдоль одного направления.

Глава II. Скользящая симметрия.

Прежде чем перейти к орнаментальной симметрии, следует рассмотреть симметрию переноса и отражения, вместе образующих, так называемую, скользящую симметрию. Нагляднейшим примером данной симметрии обладает сколопендра (рисунок 5). Ее тело обладает симметрией переноса и продольного отражения, тем самым, делая ее идеальным представителем интересующей нас симметрии.

Рис.5а – Сколопендра. Идеальный представитель скользящей симметрии.

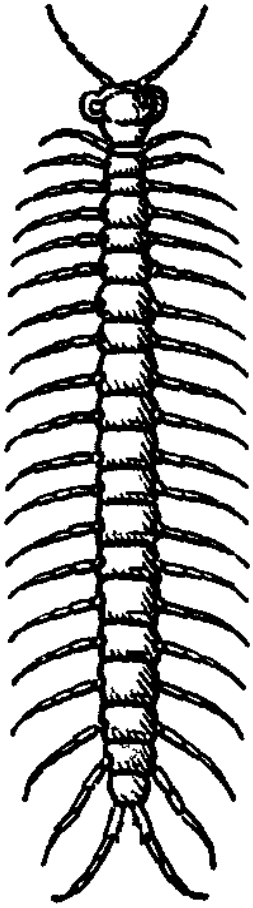

Рис.5б – Сколопендра (модель)

По существу с переносом мы сталкивались, когда говорили о трансляции в микромире, только там часто также происходило отражение.

Глава III. Орнаментальная симметрия.

Во время изучения курса кристаллографии, мы изучили операцию симметрии микромира – трансляцию. Но кроме микромира кристаллов, трансляция присуща многим объектам нашего макромира. По существу трансляция это не что иное как перемещение одного и того же объекта в пространстве с сохранением его формы, размеров, внутреннего наполнения. Герман Вейль назвал данную операцию симметрии переносом, являющиеся разновидностью группы движения (группой называется совокупность операций принадлежащих некому общему множеству Г), ведь (на рисунке 6 наглядный пример переноса) объект, обладающий орнаментальной симметрией, перемещается в пространстве, не изменяясь. Однако это лишь одна из операций орнаментальной симметрии, включающей в себя множество других, даже, таких как поворотные оси, отражения, зеркальные плоскости. Самые простые представители орнаментальной симметрии обладают двумя основными операциями: переносом и отражением. Встречается как чистый перенос, так и перенос и отражение, причём расстояние между каждым повторяющимся объектом одинаковое, если же между некоторыми одинаковыми объектами разное расстояние, то это есть новый перенос. [3]

Рис. 6 – представители морской органики, неотличимые друг от друга, наглядно демонстрируют нам операцию переноса.

Именно на основе переноса и отражения объектов понимается орнаментальная симметрия (которую Герман Вейль признавал самой сложной с точки зрения математических обоснований).

Интересно, что в ходе истории, арабы, сколько ни старались, не смогли использовать в орнаменте пятиугольники. После некоторых сложных математических рассуждений, было доказано, что орнаментальная симметрия не может иметь не кристаллографические оси.

Наличие осей только 1,2,3,4,6 порядков в орнаментальной симметрии говорит нам, что она также является кристаллографической симметрией. Так и есть, именно эта симметрия описывает расположение атомов в кристаллических структурах.

Что в свою очередь, казалось бы, ограничивало вариации всевозможных орнаментов, которым мог бы подивиться наш мир. Но взглянув на рисунок 7, 8 и рисунок 9 , можно удивиться и восхититься возможностям человеческого мастерства в сочетании с красотой, создаваемой действием орнаментальной симметрии.

Таким образом, орнаментальная симметрия – это группа взаимодействующих между собой осей симметрии, переносов, отражений, вместе создающих композицию, геометрически не имеющую противоречий с логикой, а, следовательно, имеющее полное место существовать в мире. [3]

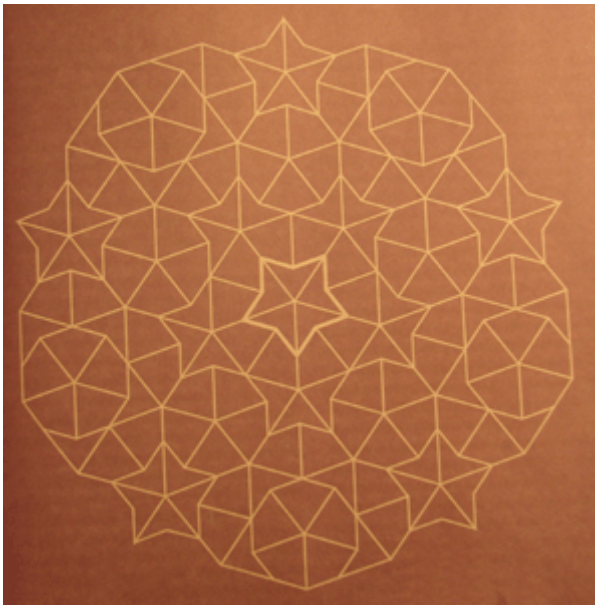

Рис. 7 – Модель орнамента

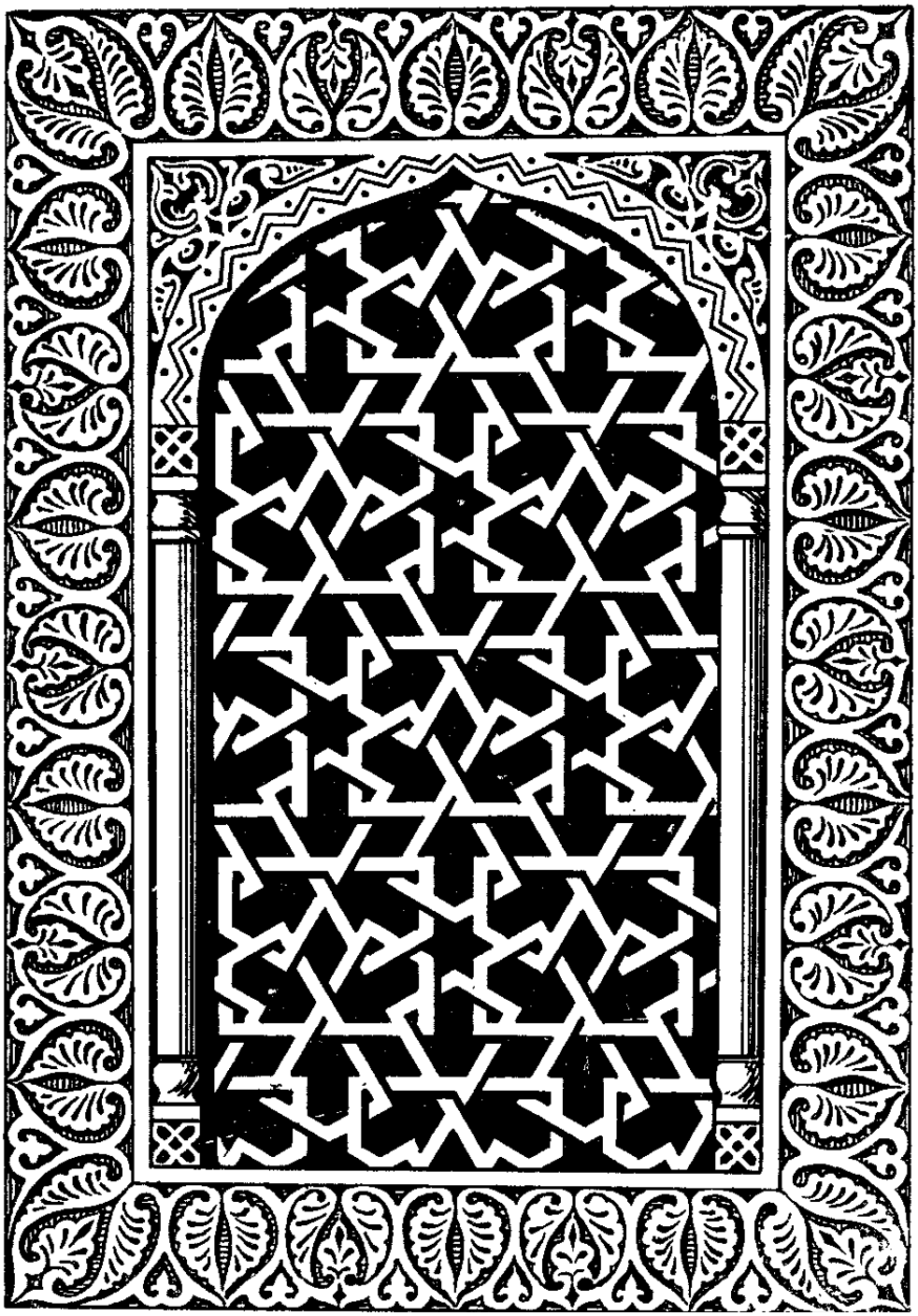

Рис.8 – Орнамент окна мечети в Каире

На рисунке 8 представлен орнамент окна мечети в Каире. Здесь мы можем наблюдать, что основным фрагментом является петля в виде трилистника, различные элементы которой переплетены с мастерством. Почти не прерывающиеся лучи в трёх направлениях пересекающие узор, получаются поворотом горизонтальной прямой на 0 градусов, 60 градусов и на 120 градусов. Между этими лучами, на равном расстоянии

от них, проходят скользящие оси. Прямы, служащие обычными осями, можно найти без труда. [3]

Рис.9 – Арабский орнамент, используемый как элемент декора.

Глава IV. Винтовая симметрия.

Отрываясь от привычного переноса по плоскости и представив себе перенос в пространстве, причём не простой перенос, а с поворотом, можно увидеть чудесную картину винтовой симметрии. Главное же в переносе тот факт, что одна из начальных точек (Пусть это будет точка О) не меняет своего положения, тогда получается, что винтовая симметрия представляет собой вращение и растяжении определённой части объекта вокруг определённой заданной точки – центра.

На рисунке 10 представлена чудесная раковина Turritella duplicata. Поистине замечательно насколько каждый из ее последующих витков соблюдает геометрическую прогрессию.

Таким образом, мы говорим не о чистом переносе, а скорее еще и о вращение частей объекта. Перенос осуществляется не в плоскости, а в пространстве. Но если

одна из точек не меняет своего положения, значит, часть объекта растягивается. Так же важным остается то, что данные движения повторяются через равные промежутки времени. [3]

Рис.10 – Turritella duplicata.

Таким образом, если движение не является чистым переносом, а именно, оставляет одну из точек неподвижной (O), то здесь скорее речь идет о повороте и растяжении. Это преобразование можно получить, если стадию, состоящую из поворота и растяжения, достигающуюся за определённый интервал времени, подвергнуть подобному процессу. Этот процесс переводит точки, отличные от O, в точки лежащие на, так называемое, логарифмической, или равноугольной, спирали, то есть спирали, пересекающей под одним и тем же углом любую прямую, проходящую через точку O. Поэтому эта кривая разделяет вместе с прямой и окружностью их особое свойство переходить в себя при непрерывной группе преобразований подобия. Восхитительным образом воспроизводит эту группу подобия широко известная раковина Nautilus (рисунок 11), на которой видна непрерывная логарифмическая спираль. [3]

Наиболее общим движением твердого тела в пространстве является его винтовое движение, представляющее собой поворот вокруг некоторой оси с переносом вдоль этой оси. Под действием соответствующего непрерывного и равномерного движения,

любая точка, не лежащая на оси этого движения, описывает винтовую линию, имеющую все те же права, что и логарифмическая спираль. [3]

Рис.11 – Раковина Nautilus.

Положения $P_{n,}$ которые, движущаяся точка достигает через одинаковые промежутки времени, равномерно распределены по винтовой линии, подобно ступеням винтовой лестницы. Если угол поворота операции s представляет собой часть m/i полного угла в 360^0 , выражаемую с помощью небольших целых чисел m, i, то каждая i-я точка последовательности P_n лежит на одной и той же вертикали. Необходимо совершить m полных оборотов винта для того, что бы попасть из P_n в точку P_{n+i}, расположенную над ней. Такое правильное спиральное расположение можно часто наблюдать у листьев побега какого-нибудь растения (например, колосья, рисунок 13, 14, или раковина на рисунке 12). [3]

Рис.12 – Колосья пшеницы, идеальный пример винтовой симметрии.

Рис.13– Колосья пшеницы, идеальный пример спирали винтовой симметрии

Заключение.

Подводя итог моей работы, отмечу, что вышеописанные симметрии существуют вокруг нас постоянно. Взглянув под ноги и увидев двухвостку, мы наблюдаем простейший пример скользящей симметрии. Более того люди с давних пор используют симметрию как средство создания прекрасного, те же орнаменты, произведения архитектурного искусства.

На мой взгляд, моя курсовая работа доказательство, что вне кристаллографии мир симметрии богат и наполняет наш мир везде, от примитивных форм жизни до величественных произведений искусства человеческого труда. Так же изучая винтовую симметрию, можно сделать вывод, что рассматривать симметрии на плоскостях и проекциях на плоскости не всегда верно.

Итог моей работы заключается в том, что я рассмотрел несколько основных видов симметрии вне кристаллографического мира: поворотные оси симметрии не кристаллографического порядка, скользящую, Винтовую и орнаментальную. Их особенности, операции и элементы, наглядные примеры, реально существующие в нашем мире.

Список используемой литературы.

(1) Ю.К. Егоров-Тисменко «Кристаллография и Кристаллохимия» М.: КДУ 2005 г.

(2) Н.Н. Еремин, Т.А. Еремина «Занимательная кристаллография» М.: МЦНМО 2013 г.

(3) Г. Вейль «Симметрия» 1952 г. В переводе Б.В. Бирюкова и Ю.А. Данилова

(4) Тарасов Л. «Этот удивительно симметричный мир» М.: Просвещение, 1982 г.

(5) Шаскольская М.П. «Кристаллография» М.: Высшая школа, 1984 г.

(6) Ворошилов Ю.В., Павлишин В.И. «Основы кристаллографии и кристаллохимии. Рентгенография кристаллов» Киев: издательство КТН, 2011 г.