

# МФК «Симметрия кристаллов»



# <https://lk.msu.ru/course/view?id=4057>

[Главная](#) / [МФК](#) / [Просмотр курса](#)

## Симметрия кристаллов

Геологический факультет

Предлагаемый межфакультетский курс «Симметрия кристаллов» является актуализированной версией межфакультетского курса «Симметрия кристаллического макромира», читаемого авторами с 2017 года в Московском университете. Он представляет собой популярное изложение фундаментальных симметричных законов, управляющих внешней формой и внутренним строением кристаллов. Лекции включают в себя основы классической макро- и микро-кристаллографии с элементами кристаллохимии. Будут рассмотрены основные операции и элементы симметрии, законы их взаимодействия, закономерные сочетания элементов симметрии (точечные и пространственные группы симметрии в пространствах различной размерности) и их реализация в кристаллических многогранниках и кристаллических структурах.

Большое внимание будет уделено практическим навыкам работы с кристаллами и моделями кристаллических структур, в рамках которой к услугам занимающихся будет предоставлена уникальная коллекция наглядных пособий кафедры кристаллохимии и кристаллографии. Рассмотрение пространственных групп будет проиллюстрировано практическими навыками вычерчивания некоторых ромбических, тетрагональных и гексагональных пространственных групп симметрии и построения чертежей-схем некоторых бинарных химических соединений. Помимо классической кристаллографии, в цикл лекций будут включены основы черно-белой и многоцветной симметрии. Курс также включает в себя вывод икосаэдрических групп точечной симметрии, интерес к которым актуализировался в рамках изучения квазикристаллов, фуллеренов и нанотрубок.

Предлагаемый курс может представить интерес для студентов как естественных факультетов (в первую очередь химических, физических и математических специальностей), так и гуманитарных направлений подготовки, а также для всех, интересующихся пространственным строением твердых тел. Программа курса доступна широкому кругу слушателей без особой специфической подготовки. Зачет по курсу проходит путем сдачи практических заданий и интерактивного тестирования (с неограниченным числом попыток прохождения теста).

### Факультет

Геологический факультет

### Преподаватели

### Преподаватели

Еремин Николай Николаевич  
Еремина Татьяна Александровна

### Где

Главное здание, ауд. 415

### Когда

Среда 15:10–16:40

### Нагрузка:

Аудиторная [ч]: 24  
Самостоятельная [ч]: 12

### Семестр

Весенний семестр 2025/2026  
учебного года

### Записалось / всего мест

62 / 150

# Лекторы

**Еремин Николай Николаевич**, доктор химических наук, член-корр. РАН, заведующий кафедрой кристаллографии и кристаллохимии геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова (ну и декан, заодно).



**Еремينا Татьяна Александровна** – кандидат Химических наук доцент кафедры кристаллографии и кристаллохимии геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.



## Ассистент

**Демина Анна Алексеевна** - кандидат геолого-минералогических наук, научный сотрудник лаборатории кристаллохимии минералов ИГЕМ РАН



# *Полезная литература (для макро-кристаллографической части)*

**Еремин Н.Н., Еремина Т.А.** «Занимательная кристаллография», М. МЦНМО, 2013 г. 150 с.



**Егоров-Тисменко Ю. К.** «Кристаллография и кристаллохимия» М. Изд-во «Книжный Дом Университет», 2005 г., 587 с.



**Егоров-Тисменко Ю. К., Литвинская Г. П., Загальская Ю. Г.** «Кристаллография», М. Изд-во МГУ, 1992 г. 288 с.



# Аннотация курса, лекционный и справочный материал, интерактивный зачет (в свое время) доступны на странице курса:

<http://cryst.geol.msu.ru/courses/mfk2/index.php>

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА, ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра кристаллографии и кристаллохимии



- Информация о кафедре
- Исторический обзор
- Страница памяти
- Сотрудники, аспиранты
- Научная работа
- Публикации сотрудников
- Информация для аспирантов
- Информация для магистров
- Информация для студентов
- Учебный план
- Учебные курсы
- Учебные пособия
- Практики
- Абитуриенту
- Новости
- Конференции
- Полезные ресурсы
- Спорт на кафедре

## Учебные курсы кафедры кристаллографии и кристаллохимии

Наименование дисциплины	Кол-во часов ауд/ всего	Семестр	Преподаватели
<b>Общесекундарные курсы</b>			
<a href="#">КРИСТАЛЛОГРАФИЯ - КРАТКИЙ КУРС, ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ПОТОК</a> (для групп 101, 102, 103, 119)	54	1	проф. Н.Н.Еремин, доц. Еремина Т.А., асс. Гурбанова О.А., ст. преп. Неп.
<a href="#">Современные проблемы геологии</a>	1	11	заведующие кафедрами факультета
<a href="#">Современные проблемы геохимических наук</a>	24	11	сотрудники геохимических кафедр
<b>Курсы специальности «Геохимия» бакалавриат - группы 105, 112, 205, 212</b>			
<a href="#">КРИСТАЛЛОГРАФИЯ - ПОЛНЫЙ КУРС, ГЕОХИМИЧЕСКИЙ ПОТОК</a> (для групп 105 и 112)	102	1, 2	проф. Н.Н.Еремин, доц. Еремина Т.А., асс. Гурбанова О.А.
<a href="#">КРИСТАЛЛОХИМИЯ - ПОЛНЫЙ КУРС, ГЕОХИМИЧЕСКИЙ ПОТОК 2 и 3 семестры</a>	60	2, 3	проф. Н.Н.Еремин, доц. Еремина Т.А., асс. Гурбанова О.А.
<a href="#">МИНЕРАЛОГИЧЕСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ</a> (для групп 205 и 212)	72	3	проф. Д.Ю. Пушаровский, доц. Т.А.Еремина, в.н.с. Ксенофонтов Д.А.
<b>Курсы для совместного университета МГУ - ППИ в г. Шэньчжэнь (ФНМ)</b>			
<a href="#">Структурная химия и кристаллохимия</a> (для бакалавров материаловедческого направления совместного университета МГУ-ППИ)	108	3	проф. Н.Н.Еремин, в.н.с. Марченко Е.И., доц. Еремина Т.А.
<b>Курсы для филиала МГУ в г. Душанбе (Естественно-научный факультет)</b>			
<a href="#">КРИСТАЛЛОГРАФИЯ</a> (для Геологического направления филиала МГУ в г. Душанбе)	28	3	ст. преп. Напрасников Д.А.
<a href="#">КРИСТАЛЛОХИМИЯ</a> (для направления Физика-Химия и Механика Материалов филиала МГУ в г. Душанбе)	48	6	в.н.с. Марченко Е.И.
<a href="#">Отдельные главы структурной химии. 7-ой семестр осень 2024 - 8 семестр весна 2025</a> (для направления Физика-Химия и Механика Материалов филиала МГУ в г. Душанбе)	76/180	7-8	проф. Н.Н.Еремин
<b>Межфакультетские курсы для студентов НЕ Геологического факультета МГУ</b>			
<a href="#">Симметрия кристаллического микромира с применением алгоритмов машинного обучения</a> <a href="#">Страница курса на сайте кафедры</a>	28	1-11	проф. Белоконова Е.Л.в.с. Марченко Е.И.
<a href="#">Симметрия кристаллов</a> <a href="#">Страница курса на сайте кафедры</a>	26	1-11	проф. Еремин Н.Н., асс. Еремина Т.А.
<b>Курсы для бакалавров кафедры кристаллографии и кристаллохимии (группы 4 и 414)</b>			
<a href="#">ТЕОРИЯ СИММЕТРИИ КРИСТАЛЛОВ</a>	135	5-8	проф. Белоконова Е.Л.
<a href="#">РОСТ КРИСТАЛЛОВ</a>	162	5-8	доц. Е.В. Копорулина
<a href="#">РЕНТГЕНСТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ</a>	131	5-6,8	проф. Д.Ю. Пушаровский
<a href="#">Инструментальные методы исследования кристаллического вещества</a>	32	5	доц. Копорулина Е.В.
<a href="#">Рабочее пространство кристаллохимии</a>	26	6	проф. Еремин Н.Н., в.н.с. Марченко Е.И.
<a href="#">Математическое моделирование кристаллических структур</a>	28	7	н.с. Марченко Е.И.
<a href="#">Инфракрасная и мессбауэровская спектроскопия минералов</a>	26	6	с.н.с. Боровикова Е.Ю.
<b>Курсы магистерской программы «Кристаллография и кристаллохимия» (группы M114 и M214)</b>			
<a href="#">РОСТ КРИСТАЛЛОВ: малоразмерные монокристаллические материалы &gt;</a>	94	9-10	доц. Копорулина Е.В.
<a href="#">Физическая и теоретическая кристаллохимия. Суперкомпьютерные расчеты &gt;</a>	52	10	проф. Еремин Н.Н.
<a href="#">Структура и свойства кристаллов</a>	28	9	акад. Пушаровский Д.Ю.
<a href="#">Аниоцентрированная кристаллохимия</a>	28	9	асс. Еремина Т.А.
<a href="#">АНТИСИММЕТРИЯ И МНОГОЦВЕТНАЯ СИММЕТРИЯ КРИСТАЛЛОВ</a>	28	9	проф. Белоконова Е.Л.



Профком ф-та

Популярная геология

geokniga

Рейтинг@Mail.ru

# Аннотация курса, лекционный и справочный материал, интерактивный зачет (в свое время) доступны на странице курса:

<http://cryst.geol.msu.ru/courses/mfk2/index.php>



https://cryst.geol.msu.ru/courses/mfk2/index.php

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА. ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ



Кафедра кристаллографии и кристаллохимии



- Информация о кафедре
- Исторический обзор
- Страница памяти
- Сотрудники, аспиранты
- Научная работа
- Публикации сотрудников
- Информация для аспирантов
- Информация для магистров
- Информация для студентов
- Учебный план
- Учебные курсы
- Учебные пособия
- Практики
- Абитуриенту
- Новости
- Конференции
- Полезные ресурсы
- Спорт на кафедре

2,756 Pageviews  
Jan 11th - Feb 11th



Рейтинг@Mail.ru

## Симметрия кристаллов



Предлагаемый межфакультетский курс «Симметрия кристаллов» представляет собой популярное изложение фундаментальных симметричных законов, управляющих внешним строением. Лекции включают в себя основы классической кристаллографии с элементами кристаллохимии. Программа курса доступна широкому кругу слушателей без особой

### Содержание лекций :

1. Лекция 01 от 11 февраля 2026 г.

### ЗАЧЕТ:

1. ВХОД В ЗАЧЕТ ПОКА ЗАКРЫТ

### Справочный материал

1. [Сетка Вульфа в формате BMP, радиусом 10 см с разрешением 300 dpi в архиве](#)
2. [Трафарет для рисования, радиус 8 см](#)
3. ["32 класса симметрии" Плакат](#)
4. [Бланк для описания кристаллического многогранника](#)
5. [Правила формирования символа Шенфлиса](#)
6. [Правила формирования международного символа](#)
7. ["47 простых форм" Плакат](#)
8. [Анимация взаимосвязи тетрагональных форм](#)
9. [Анимация взаимосвязи гексагональных форм](#)
10. [Простые формы низшей категории](#)
11. ["Простые формы кубической сингонии" Плакат](#)
12. [Название класса по общей форме](#)
13. [Анимация взаимосвязи кубических форм в pps-формате \(14,5 М\). Выполнил студент 1 курса Волков А.С. в рамках курсовой работы на кафедре кристаллографии](#)
14. [Правила формирования международного символа](#)
15. [Правила формирования символа Шенфлиса](#)

### Литература

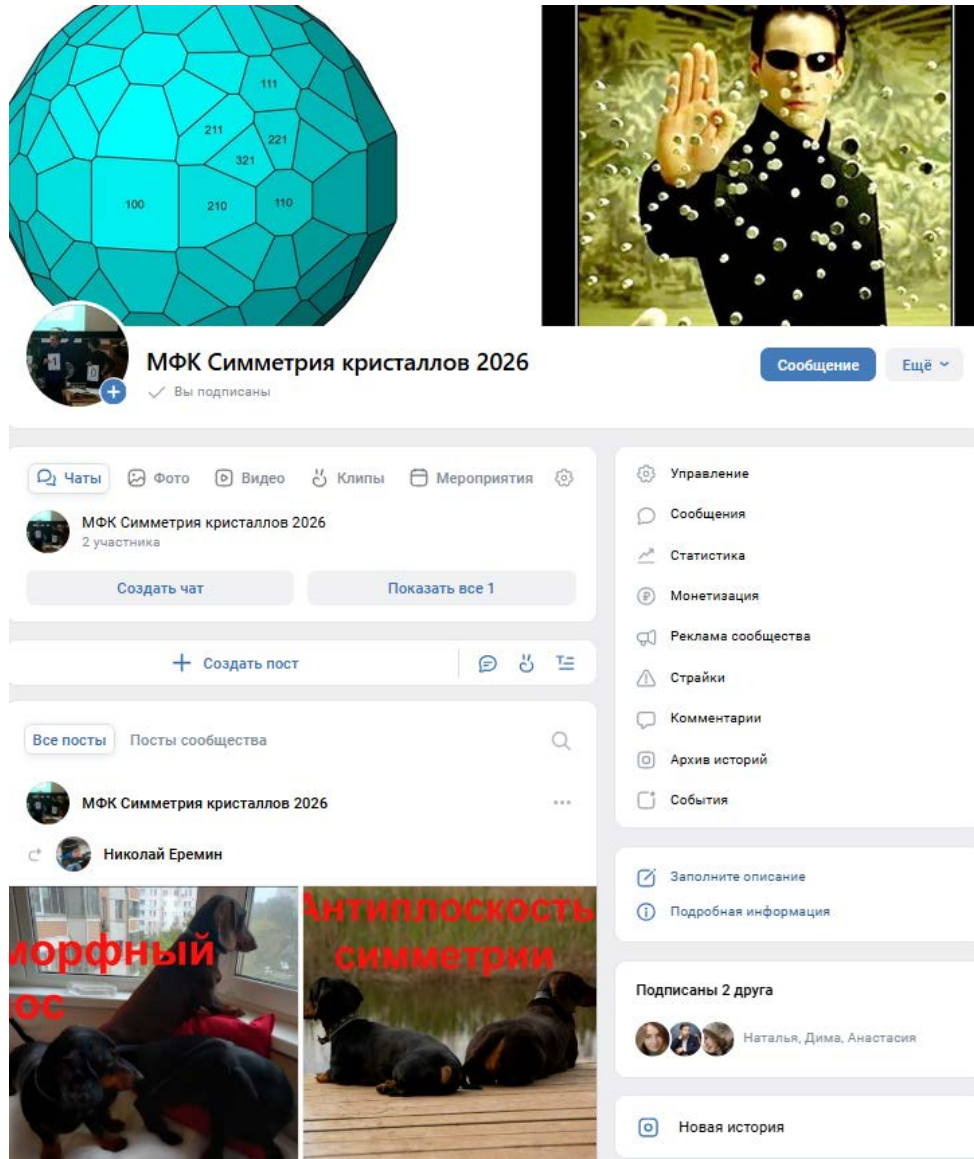
1. Загальская Ю.Г., Литвинская Г.П., Егоров-Тисченко Ю.К. Геометрическая кристаллография, 2-е изд., М., изд-во МГУ, 1986, 166 стр.
2. Егоров-Тисченко Ю.К., Литвинская Г.П., Загальская Ю.Г. «Кристаллография», М., изд-во МГУ, 1992, 288 стр.
3. Еремин Н.Н., Еремина Т.А. Занимательная кристаллография, М: МЦМО, 2013, 150 стр.



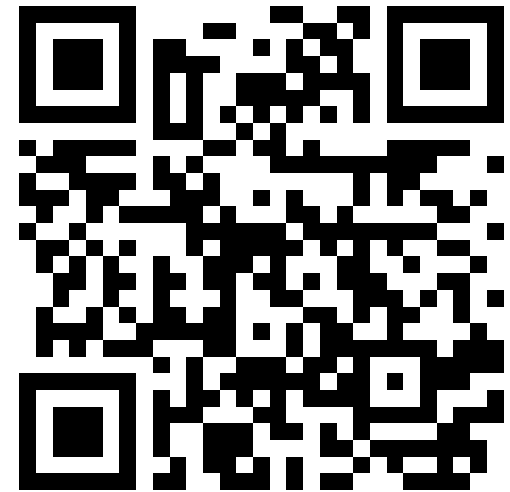
# Ресурс для общения:

[https://vk.com/mfk\\_makromir](https://vk.com/mfk_makromir)

«группа в контакте»



The screenshot shows the profile of the VK group "МФК Симметрия кристаллов 2026". The profile picture is a blue geometric crystal structure. The cover photo features a man in a black suit with white dots, reminiscent of Morpheus from The Matrix. The group has 2 members and is verified. The main menu includes options like "Управление", "Сообщения", "Статистика", and "Монетизация". A post by "Николай Еремин" is visible at the bottom, featuring two photos of dachshunds. The first photo has red text "морфный ОС" and the second has "Антиплоскость симметрии".



# Оперативная связь:

Чат в группе



«Присоединиться к чату»

[https://vk.me/join/UNFNmz9oJ6/1LaSJOWLrg4w88iLmv8\\_x9Mc=](https://vk.me/join/UNFNmz9oJ6/1LaSJOWLrg4w88iLmv8_x9Mc=)

426а – методический кабинет



# Вечный вопрос. О зачете.



<http://cryst.geol.msu.ru/courses/mfk2/index.php>

Давайте проведем  
анонимный  
мини опрос.

# КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

одна из главных фундаментальных наук о веществе Земли. Это наука не только о кристаллах, но и о процессах их образования, их внешней форме, внутреннем строении и физических свойствах; она затрагивает вопросы о процессах, происходящих в глубинах нашей планеты.

Поэтому именно кристаллография связывает многие разделы геологии со смежными фундаментальными науками, известные школьникам: физикой, химией, геометрией.

Положение современной кристаллографии во многом напоминает роль математики, методы которой используются в многочисленных и разнообразных дисциплинах. Практически все научные и технические достижения последнего времени непосредственно связаны с кристаллографией. Сюда можно отнести компьютерную микроэлектронику, электронную микроскопию, открытие квазикристаллов, явление высокотемпературной сверхпроводимости и т.д.

# КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Организация Объединенных Наций

A/RES/66/284



Генеральная Ассамблея

Distr.: General  
12 July 2012

Шестидесят шестая сессия  
Пункт 14 повестки дня

## Резолюция, принятая Генеральной Ассамблеей

[без передачи в главные комитеты (A/66/L.51 and Add.1)]

### 66/284. Международный год кристаллографии

Генеральная Ассамблея,

ссылаясь на резолюцию 1980/67 Экономического и Социального Совета от 25 июля 1980 года о международных годах и годовщинах и на резолюции Генеральной Ассамблеи 53/199 от 15 декабря 1998 года и 61/185 от 20 декабря 2006 года о провозглашении международных годов,

признавая, что понимание человеком материальной природы окружающего мира основывается, в частности, на нашем знании кристаллографии,

подчеркивая, что изучение и прикладное использование кристаллографии играют исключительно важную роль в борьбе с такими вызовами, как болезни и экологические проблемы, позволяя получить данные о структуре белков и низкомолекулярных соединений, подходящих для разработки лекарственных препаратов, крайне важных для медицины и общественного здравоохранения, а также для решения проблем загрязнения растений и почвы,

признавая, что с кристаллографией мы сталкиваемся повсеместно в своей повседневной жизни, в разработке современных лекарственных препаратов, в областях нанотехнологии и биотехнологии, и что кристаллография лежит в основе разработки всех новых материалов — от зубной пасты до компонентов самолетов,

принимая во внимание важное значение научных достижений в области кристаллографии, подтвержденное тем, что Нобелевская премия 23 раза присуждалась за исследования в этой области, и то, что кристаллография по-прежнему представляет собой плодородную почву для новых и многообещающих фундаментальных исследований,

принимая также во внимание отмечаемое в 2014 году столетие зарождения современной кристаллографии и признание того, что она является самым действенным инструментом определения структуры вещества,

сознавая, что 2014 год открывает возможности для развития международного сотрудничества в рамках празднования шестидесятилетней годовщины основания Международного союза кристаллографии,

отмечая, что мировое сообщество кристаллографов с большим удовлетворением восприняло идею провозглашения 2014 года Международным годом кристаллографии,

признавая ведущую роль Международного союза кристаллографии, являющегося членом Международного совета по науке, в координации и содействии развитию деятельности в области кристаллографии на международном, региональном и национальном уровнях во всем мире,

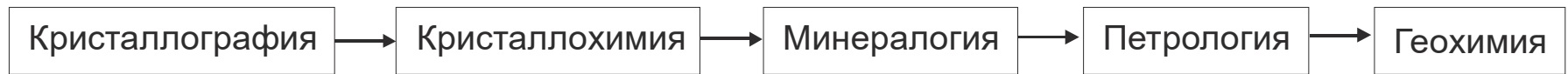
1. постановляет провозгласить 2014 год Международным годом кристаллографии;

2. предлагает Организации Объединенных Наций по вопросам образования, науки и культуры, принимая во внимание положения приложения к резолюции 1980/67 Экономического и Социального Совета, в сотрудничестве с правительствами, Международным союзом кристаллографии и связанными с ним организациями во всем мире, соответствующими организациями системы Организации Объединенных Наций, Международным советом по науке, а также другими соответствующими неправительственными организациями, содействовать проведению Международного года кристаллографии, предлагает также Организации Объединенных Наций по вопросам образования, науки и культуры регулярно информировать Генеральную Ассамблею о ходе работы в этой связи и подчеркивает, что расходы на все мероприятия, которые могут возникнуть в связи с осуществлением настоящей резолюции, помимо расходов на мероприятия, предусмотренные в настоящее время мандатом упомянутого учреждения-исполнителя, должны покрываться за счет добровольных взносов, в том числе от частного сектора;

3. рекомендует всем государствам-членам, системе Организации Объединенных Наций и всем другим действующим лицам воспользоваться проведением Международного года кристаллографии для содействия принятию на всех уровнях мер, направленных на повышение уровня осведомленности общественности о значимости кристаллографии и поощрения широкомасштабного доступа к новым знаниям и мероприятиям в области кристаллографии.

121-е пленарное заседание,  
3 июля 2012 года

**БЕЗ** усвоения базовых знаний **КРИСТАЛЛОГРАФИИ** – **бессмысленно** двигаться дальше по геохимической цепочке, цикле наук, изучающих **ВЕЩЕСТВО**.



Кристаллография обладает своим только ей присущим методом – **методом симметрии**.

«Симметрия» - по-гречески – соразмерность.  
«Симметрия есть идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство» (*Герман Вейль*)

# Что такое симметрия?

*Термин «симметрия» (от греч.  $\sigma\mu\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$  соразмерность) ввел, как предполагают Пифагор*

*«Симметрия есть идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство» (Герман Вейль)*

# *НЕКОТОРЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ*

*write*





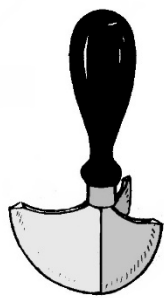
**«Симметрия – это  
свойство  
геометрических тел  
повторять свои части»**

*Е.С.Федоров*

**Симметричная фигура** - Объект, который может быть совмещен сам с собой определёнными преобразованиями, например, поворотами или отражениями.

**Операция симметрии** - Преобразование, совмещающее симметричную фигуру с собой. (Поворот, отражение **и т. д.**)

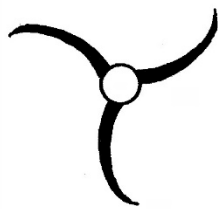
**Элемент симметрии** - Вспомогательные геометрические образы (точки, прямые, плоскости), с помощью которых обнаруживается симметрия фигур



*a*

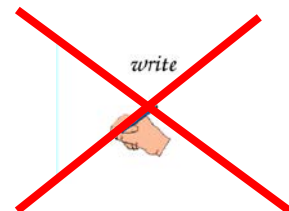


*б*

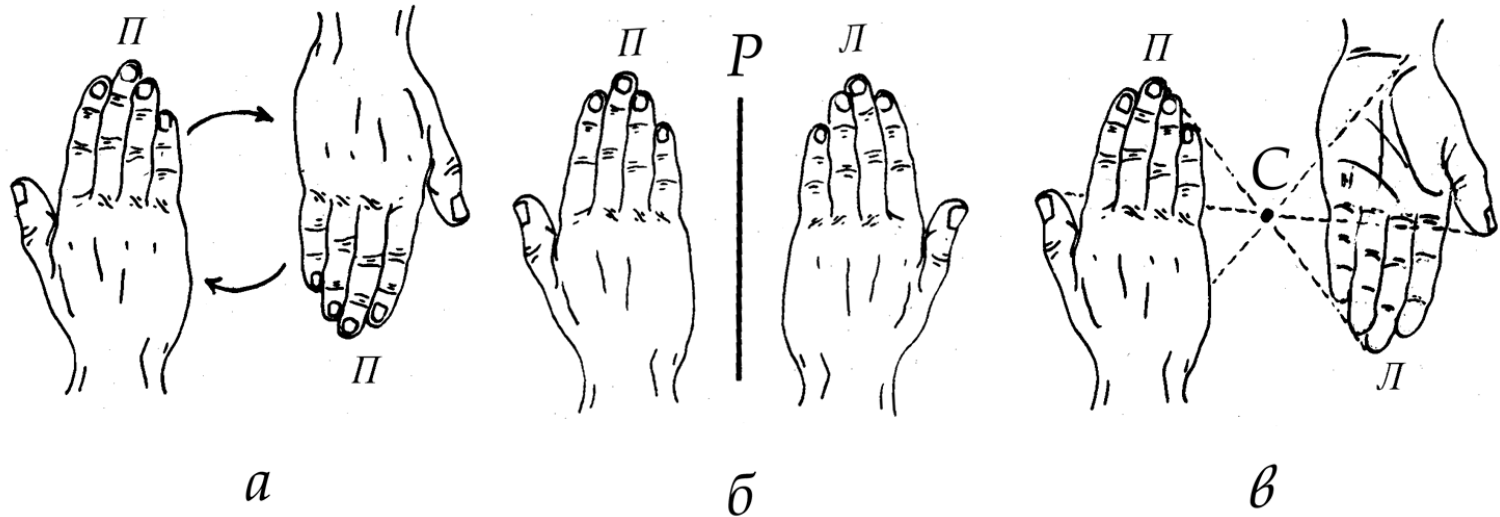


*в*

*a* – резак, обладающий поворотной осью 3-го порядка,  
*б* – «несимметричная» фигура с произвольным расположением лопастей,  
*в* – симметричная фигура (лопасти повернуты одна относительно другой на  $120^\circ$ )



В зависимости от характера преобразования различают *элементы симметрии I и II родов*.

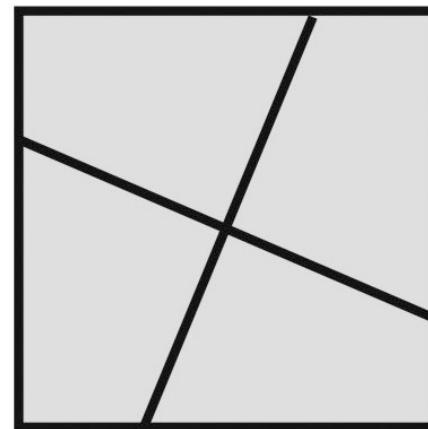
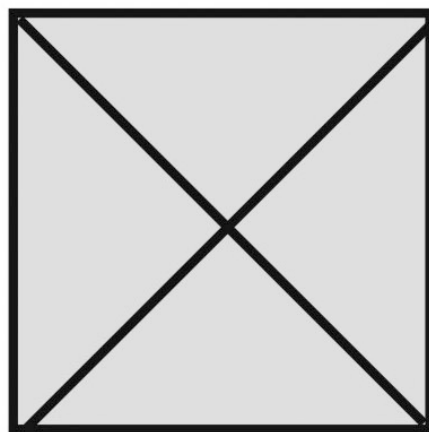
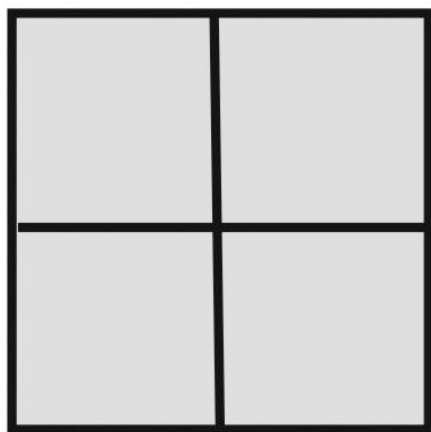


**Элементы симметрии I рода** связывают друг с другом **конгруэнтно равные** фигуры (греч. *congruens* - совмещающийся), т.е. фигуры, совмещающиеся при наложении (вложении) – правые (Π) с правыми, левые (Λ) с левыми.

**Элементы симметрии II рода** связывают друг с другом **энантиоморфные** (греч. *enantios* – противоположный, *morphe* – форма), т.е. зеркально равные фигуры или их части – Π с Λ.

# Операция симметрии - Поворот

Элемент симметрии - Поворотная ось  $L_n = 360^\circ/\alpha$ ,  
где  $n$  – порядок оси,  $\alpha$  - элементарный угол поворота

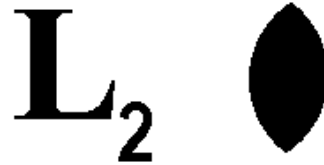


Пример разбиения квадрата, обладающего осью 4-го порядка  
на четыре равные части

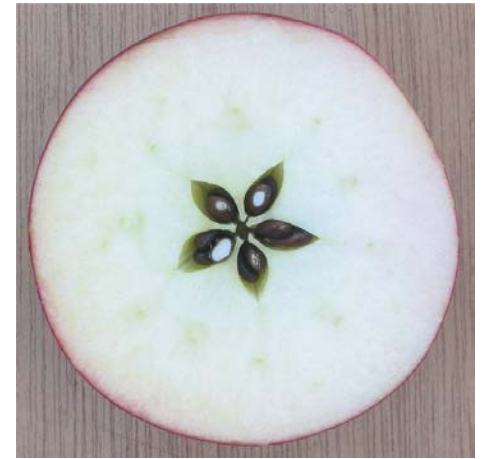
Операция симметрии (1-ого рода) - **Поворот**

Элемент симметрии - **Поворотная ось  $L_n=360^\circ/\alpha$ ,**  
**где  $n$  – порядок оси,  $\alpha$  - элементарный угол поворота**

Обозначение



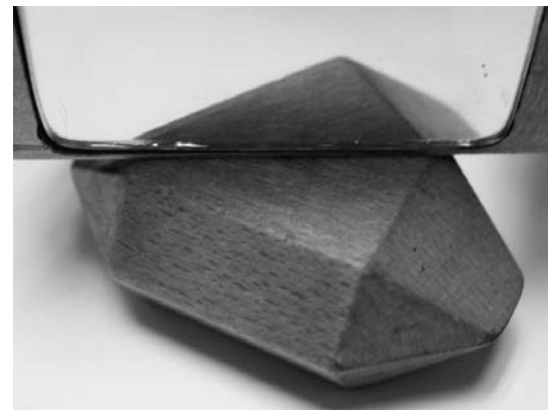
## *Поворотных осей в природе полно!*



Кристалл граната –  
альмандина. Можно  
увидеть оси 2, 3 и 4  
порядков а также  
ПЛОСКОСТИ

## Элемент симметрии – **Зеркальная плоскость**

Объект, обладающий зеркальной плоскостью, разбивается этим элементом симметрии на две зеркально равные – энантиоморфные – части. Для определения наличия зеркальной плоскости в объекте полезно иметь наготове прямоугольное зеркальце. При прикладывании его к объекту отражение должно в точности соответствовать закрываемой части фигуры



*Слева* – зеркало приложено правильно и символизирует наличие в этом месте плоскости  $P$ ; *справа* – зеркало приложено неверно, плоскость по этой линии отсутствует

Пример зеркальной симметрии

поверхность воды

(озеро Горное, Ловозерские тундры, Кольский полуостров).



**В горах есть горизонтальные плоскости!**

## Пример зеркальной симметрии

(озеро Сенгисъяврр, Ловозерские тундры, Кольский полуостров).



**В горах есть и вертикальные плоскости!**

В плохую погоду увидеть трудно, к сожалению...

Поверхность воды

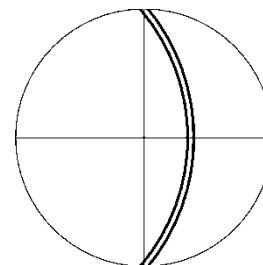
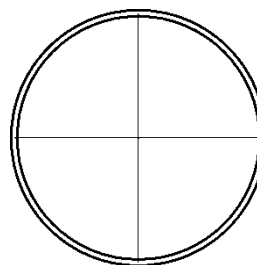
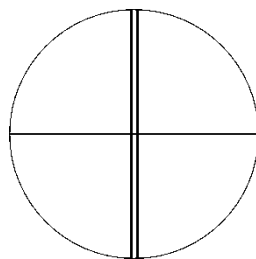
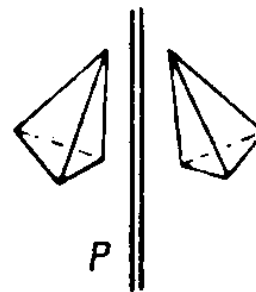
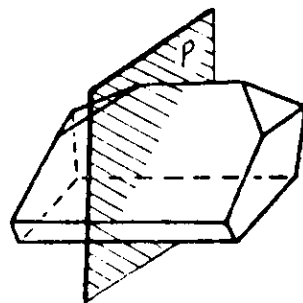
(озеро Райявр, Ловозерские тундры, Кольский полуостров).



# Операция симметрии (2-ого рода) - **Отражение**

Элемент симметрии –  
**Зеркальная плоскость**  
**P**

Обозначение



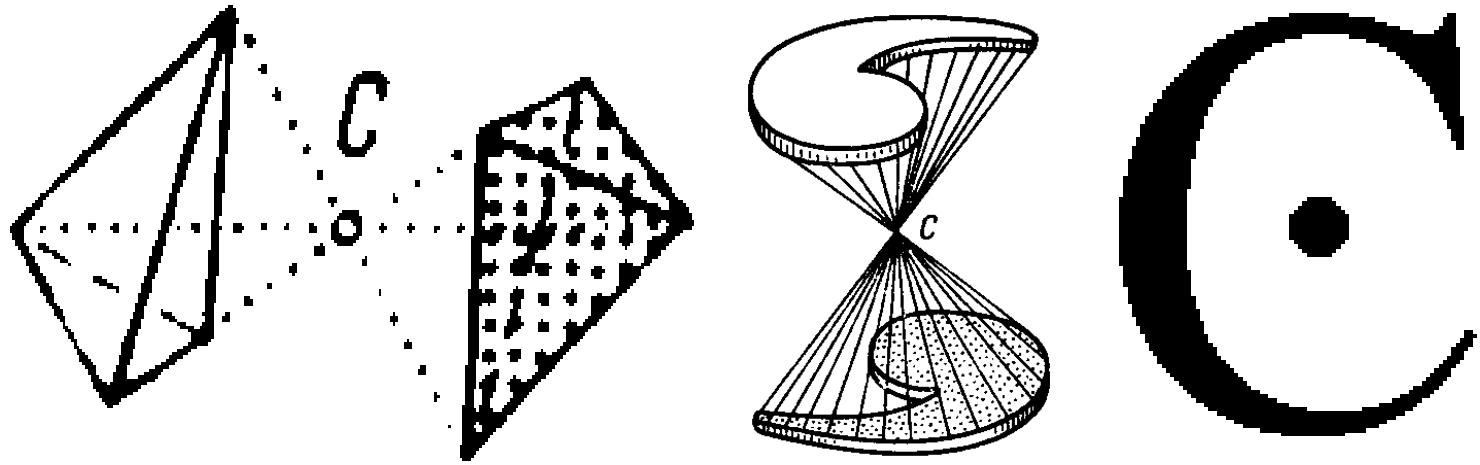
## Геологические объекты симметричны



Вулкан – можно провести бесконечное число зеркальных плоскостей и ось бесконечного порядка

# Операция симметрии - Отражение

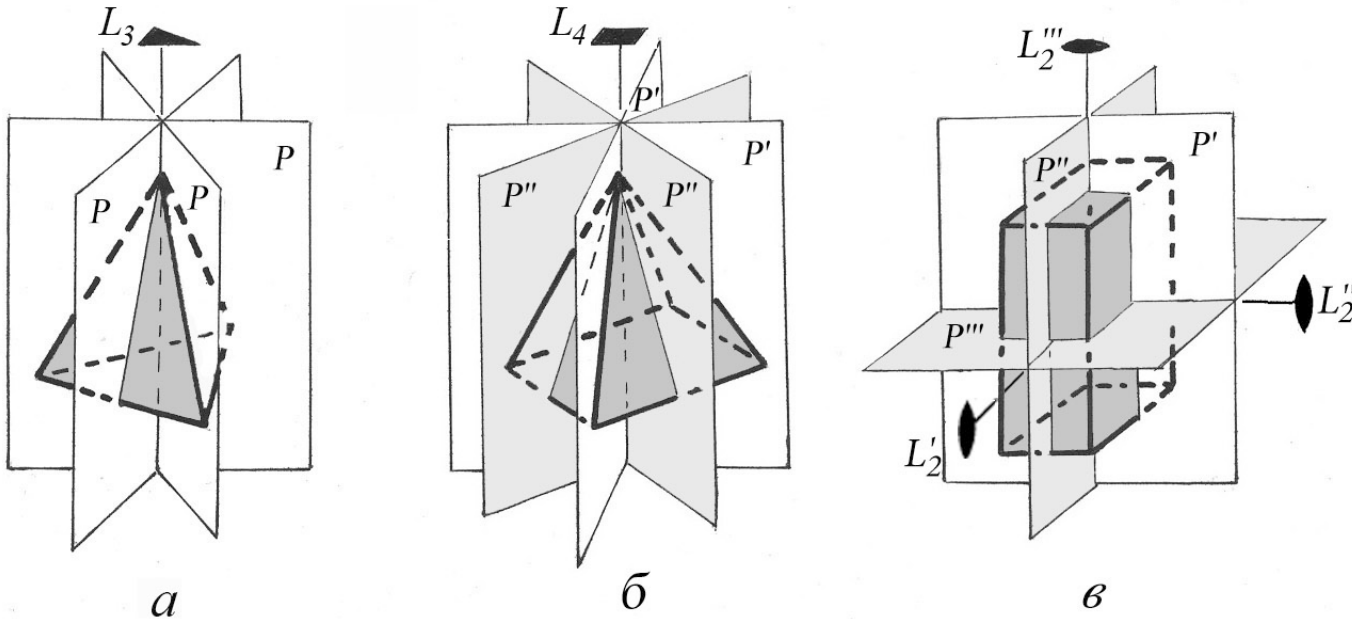
Элемент симметрии – Центр симметрии = центр инверсии



Центр симметрии – это особая «зеркальная» точка внутри фигуры, совпадающая с ее центром тяжести, «отражаясь» (инвертируясь) в которой, правая фигура не только переходит в левую, но и, поворачиваясь на  $180^\circ$ , становится антипараллельной исходной.

# Эквивалентные и неэквивалентные элементы симметрии

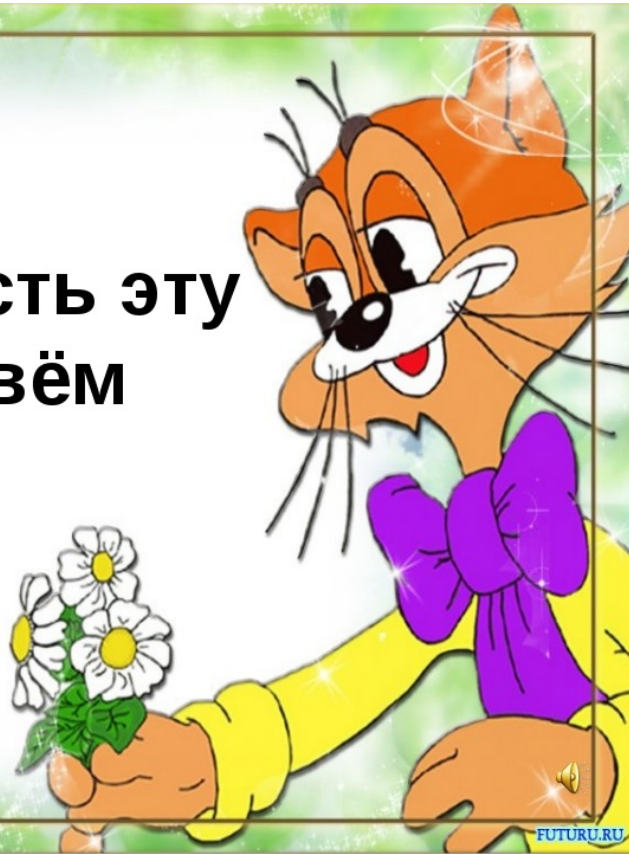
Эквивалентные элементы симметрии, связаны какими-либо операциями симметрии данного кристалла.



Эквивалентные и неэквивалентные элементы симметрии:  
 $a - L_3 3P$ ,  $б - L_4 4P = L_4 2P' 2P''$ ;  $в - 3L_2 3P = L_2' L_2'' L_2''' P' P'' P''' C$

Итого. Сколько всего есть элементов симметрии?

Неприятность эту мы переживём



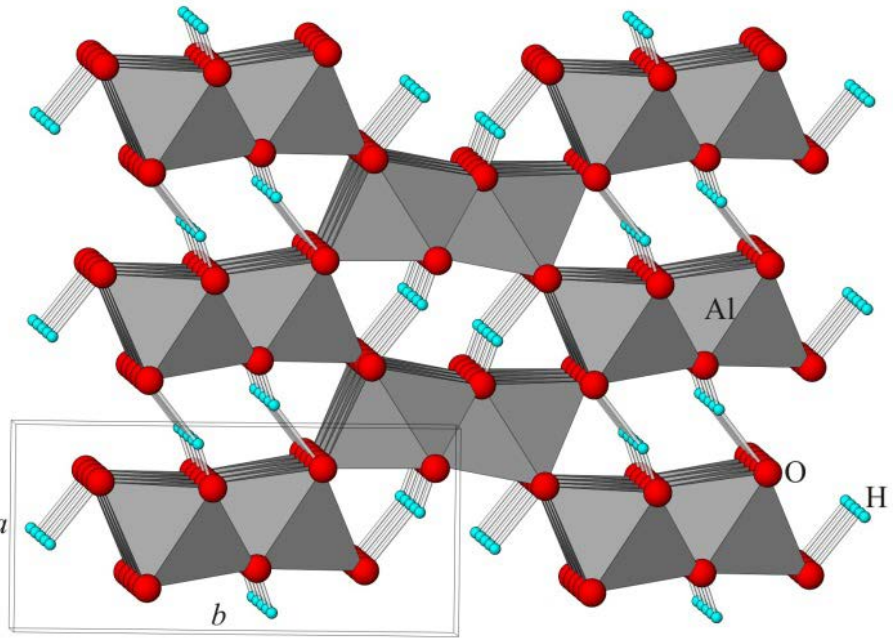
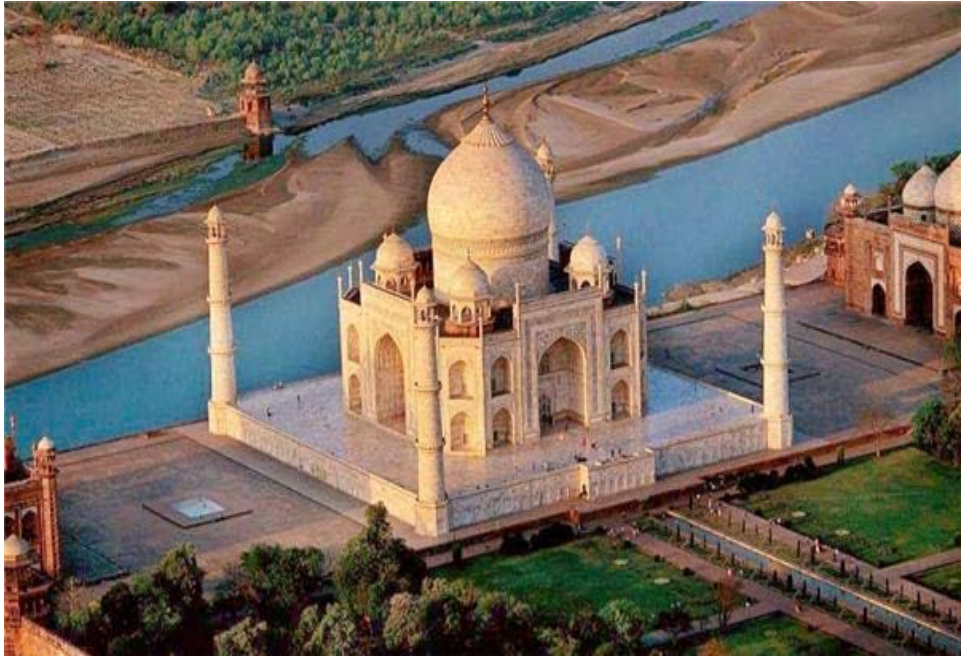
Как то много получается..

Но...

**Есть еще элементы..  
Но о них чуть позже**



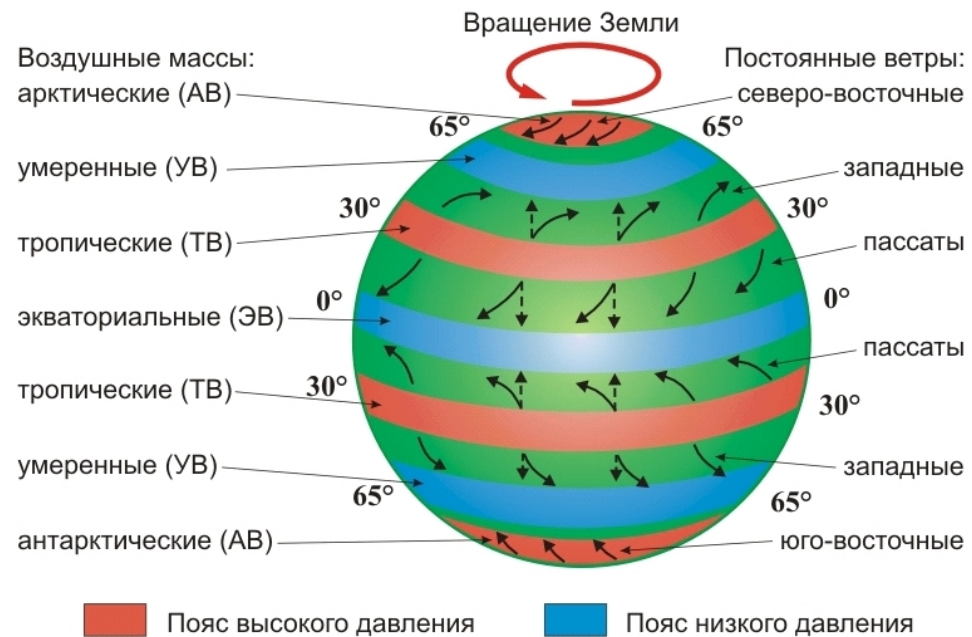
МИР вокруг нас симметричен на  
всех уровнях – от космических  
объектов до электронов



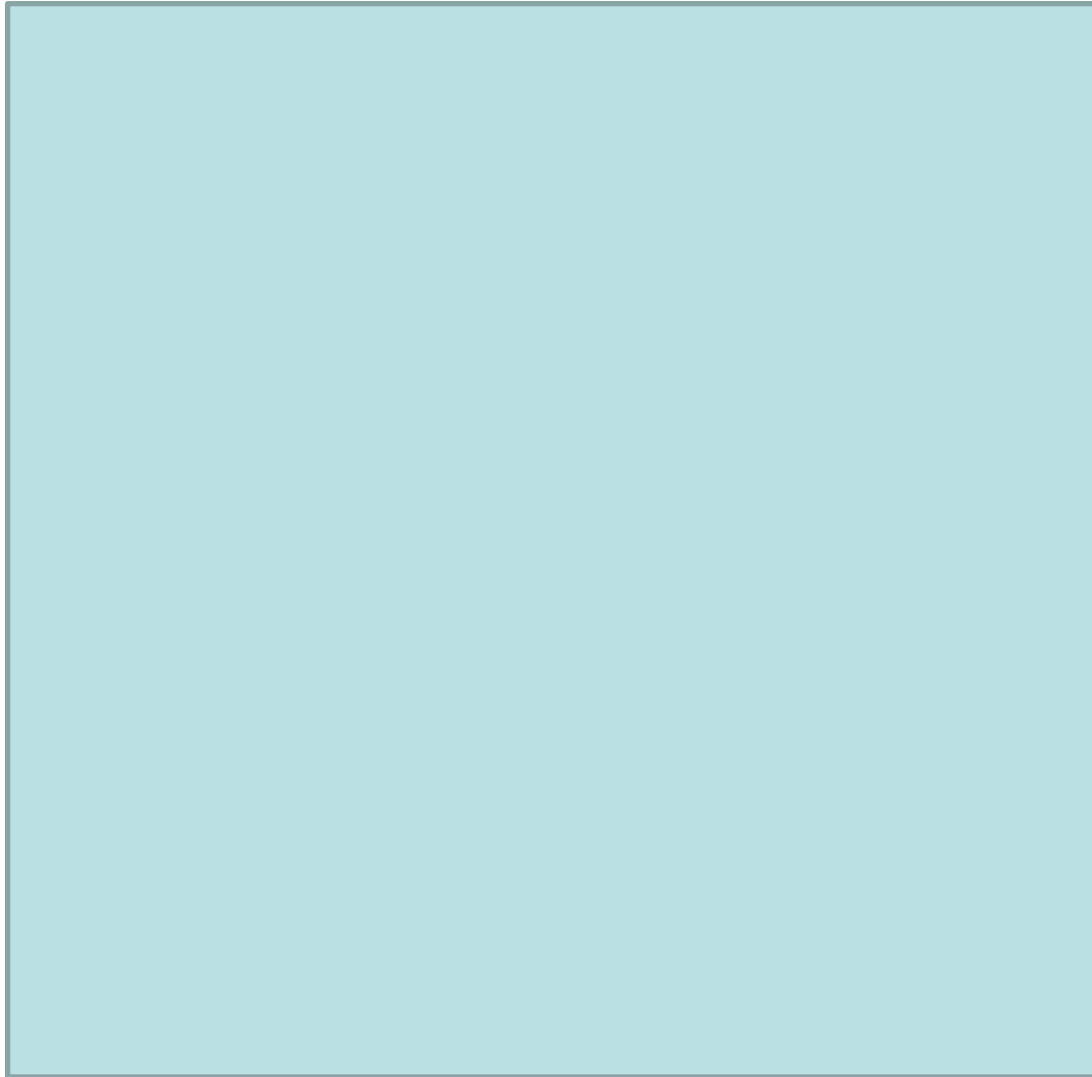
# Тепловые пояса Земли.



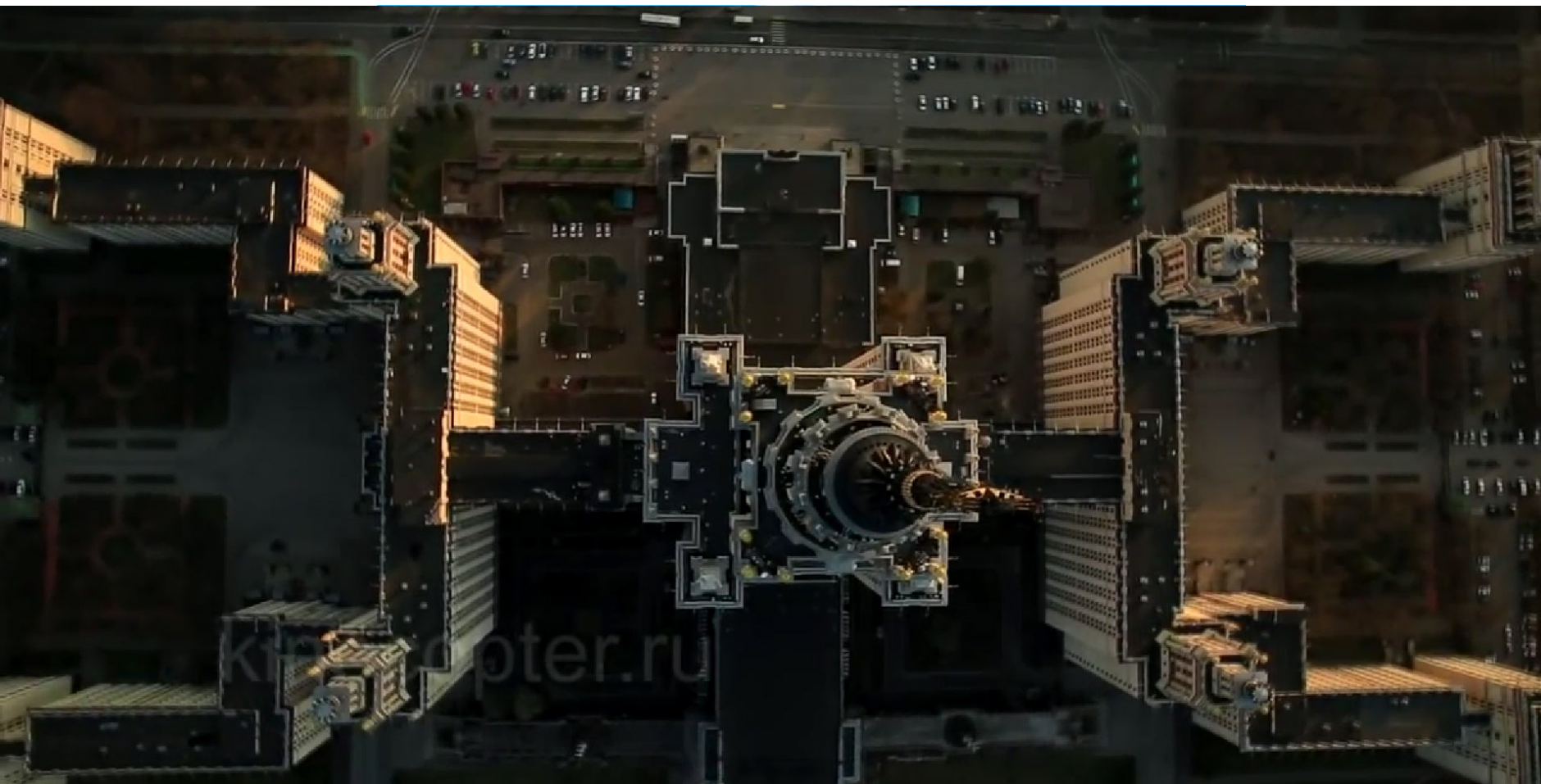
# Воздушные массы Земли.



# Поиграем



# Поиграем

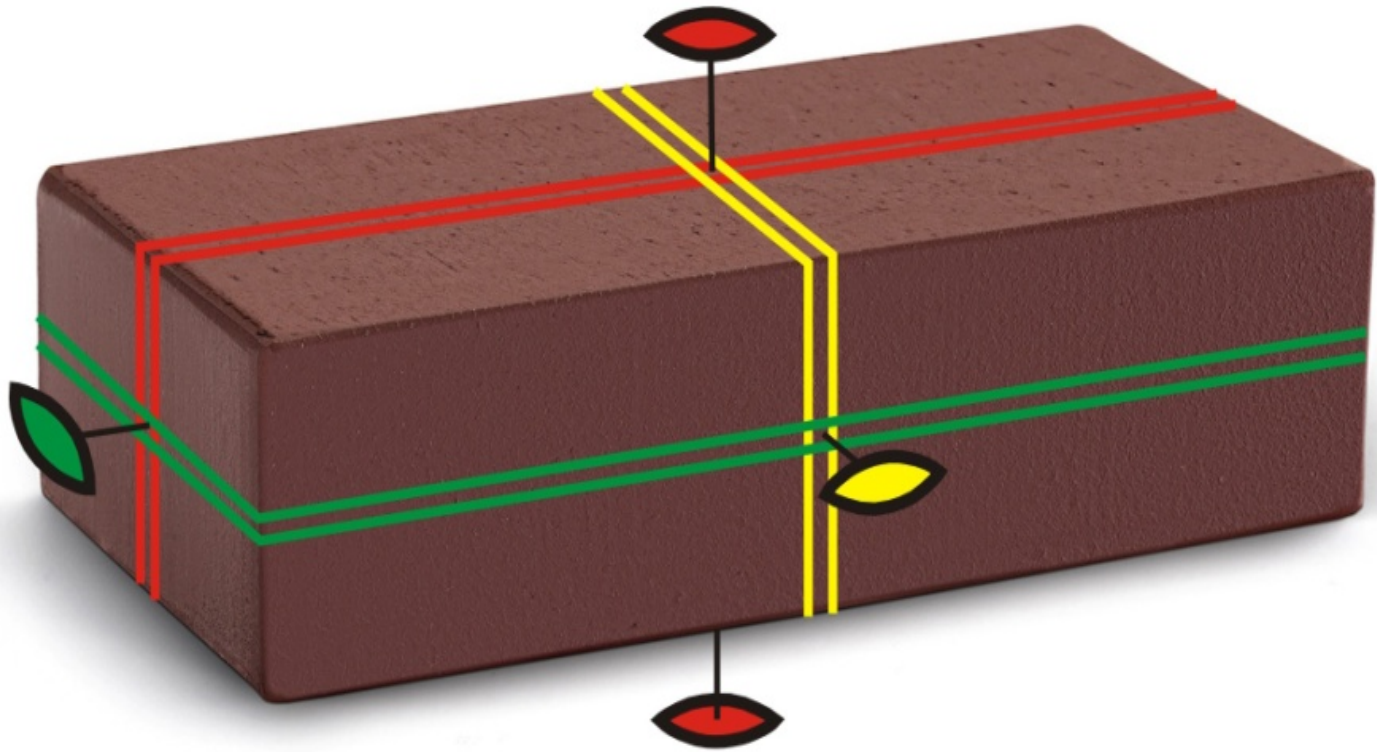


# Поиграем



Поиграем

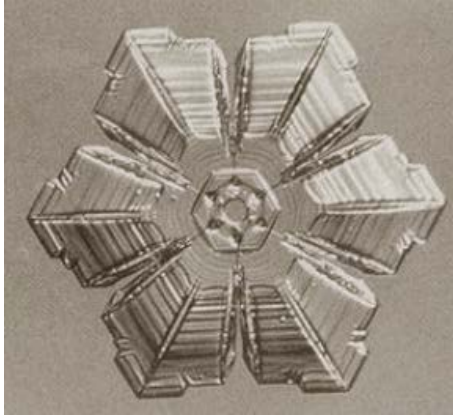




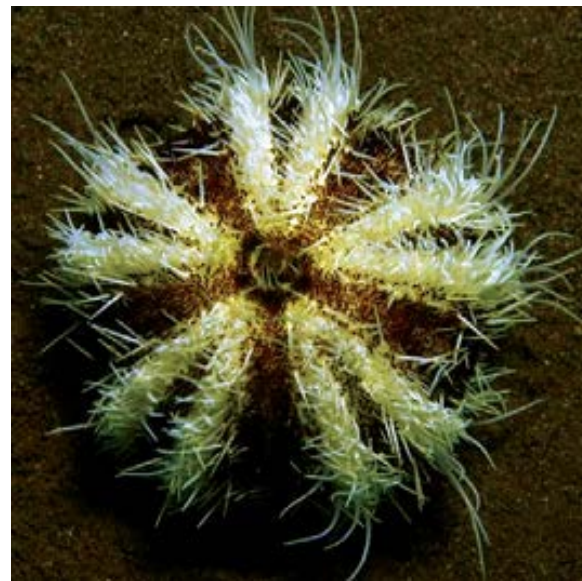
# Поиграем

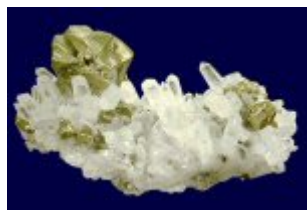


# Поиграем



# Поиграем



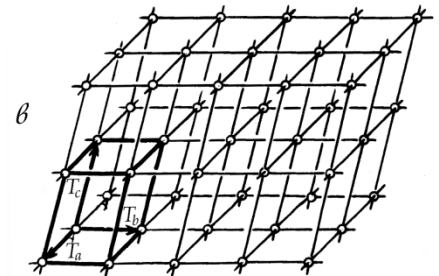


Что же такое кристалл?

**КРИСТАЛЛЫ** - твердые, **однородные**, анизотропные вещества, способные в определенных условиях самоограняться.

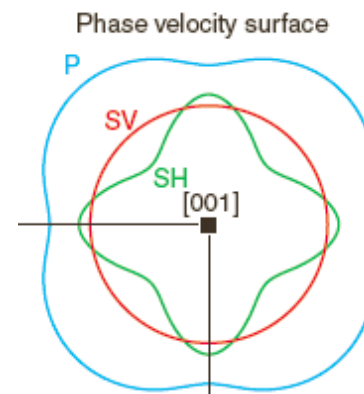
**Однородность** - Под однородным понимают такое тело, каждой точке которого соответствует бесчисленное множество расположенных на конечных расстояниях друг от друга эквивалентных точек не только в физическом, но и в геометрическом смысле.

*Кристаллическая решетка – выразитель кристаллического состояния вещества, так как любой кристалл, даже лишенный какой-либо внешней симметрии, обладает трехмерной периодичностью, т. е. находится в состоянии решетки.*



**КРИСТАЛЛЫ** - твердые, однородные, **анизотропные** вещества, способные в определенных условиях самоограняться.

**Анизотропность** - это способность кристалла по-разному проявлять одно и то же свойство в различных направлениях. Поскольку многие физические свойства кристаллов, такие как твердость, теплопроводность, показатели преломления, спайность и др., зависят от межатомных расстояний, а следовательно, от типа и силы химических связей между атомами, то в разных направлениях в кристаллическом веществе они проявляются по-разному.



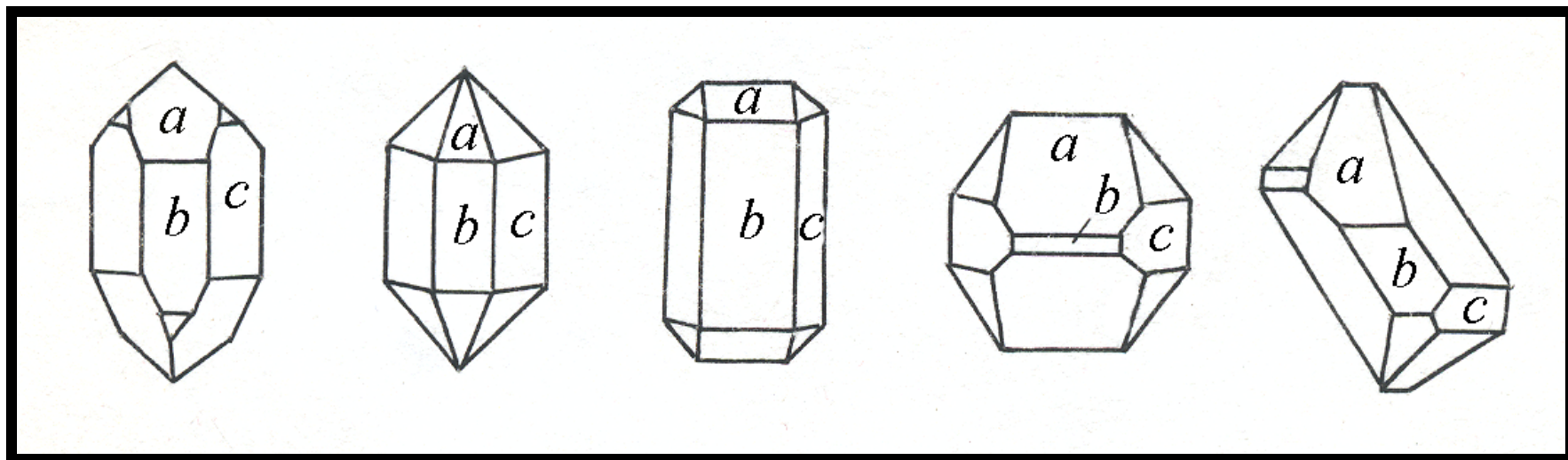
**КРИСТАЛЛЫ** - **твердые, однородные, анизотропные вещества, способные в определенных условиях самоограняться.**

Важным свойством кристалла является его способность при определенных условиях принимать естественную многогранную форму, т. е. **самоограняться.**

Любой обломок кристалла, попав в соответствующую среду, например, в пересыщенный раствор того же состава, начнет покрываться гранями, в то время как аморфное вещество останется без изменения.



# Волшебство кристаллического мира № 1



Датский естествоиспытатель *Николай Стенон* (*Нильс Стенсен*, 1638-1686 гг.), исследуя кристаллы кварца открыл **основной закон геометрической кристаллографии** –

**Хотя кристаллы одного и того же вещества (минерала) могут иметь разную форму, углы между их соответственными гранями остаются неизменными**



*В 1783 г. Ж. Б. Л. Роме-де-Лиль (1736-1790 гг.) вновь сформулировал закон постоянства углов:*

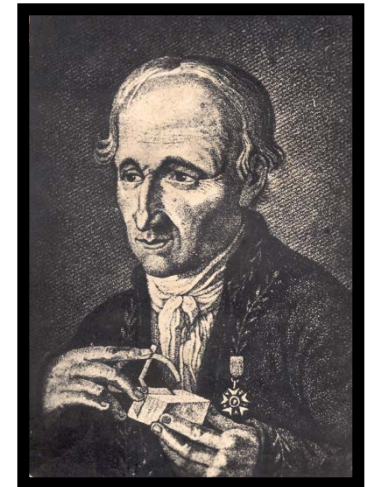
**“Грани кристалла могут изменяться по своей форме и относительным размерам, но их взаимные наклоны постоянны и неизменны для каждого рода кристаллов”**

# Волшебство кристаллического мира №2

*В кристаллах нет осей 5-го и выше 6-го  
порядков.*

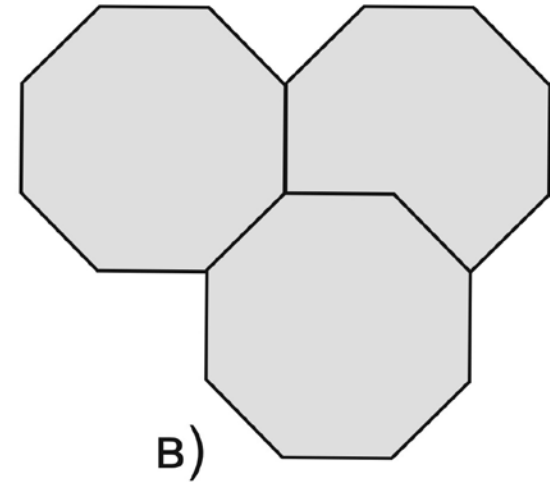
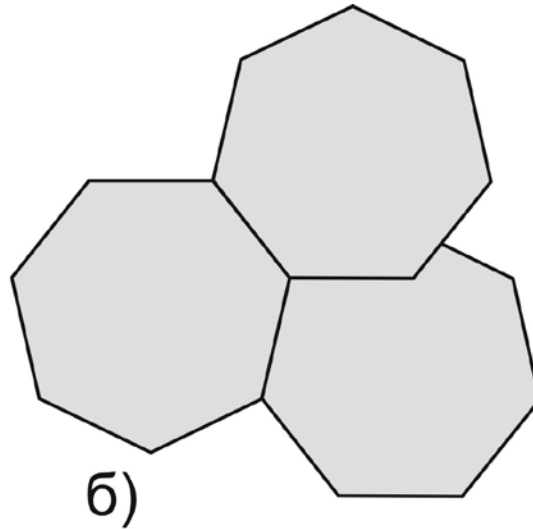
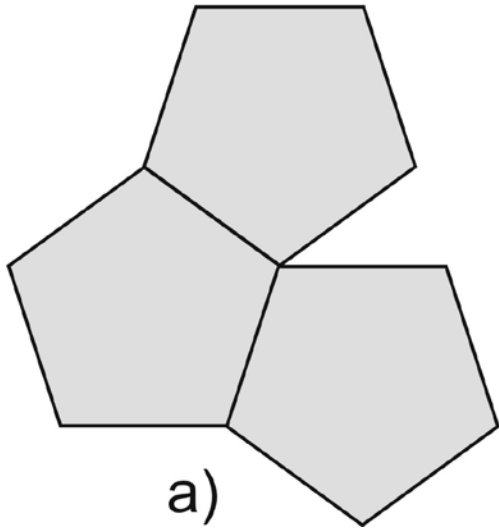
*Основной закон симметрии кристаллов,*  
установленный эмпирически, но  
впоследствии подтвержденный строением  
кристаллов.

*В кристаллических многогранниках  
порядок осей ограничен числами  
1, 2, 3, 4, 6*



Рене Жюст  
Гаюи (1743 –  
1822 гг.)

Шестиугольниками все двухмерное пространство без остатка заполнить можно!!



(впервые доказано пчелами)

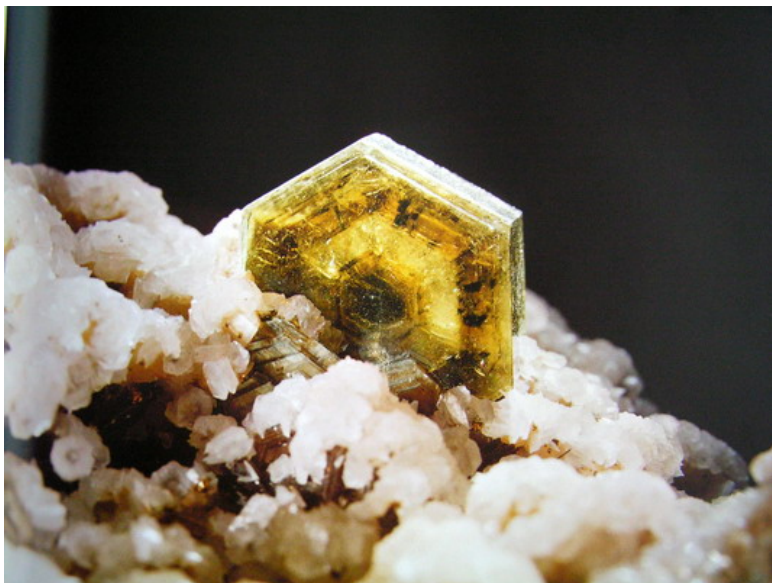
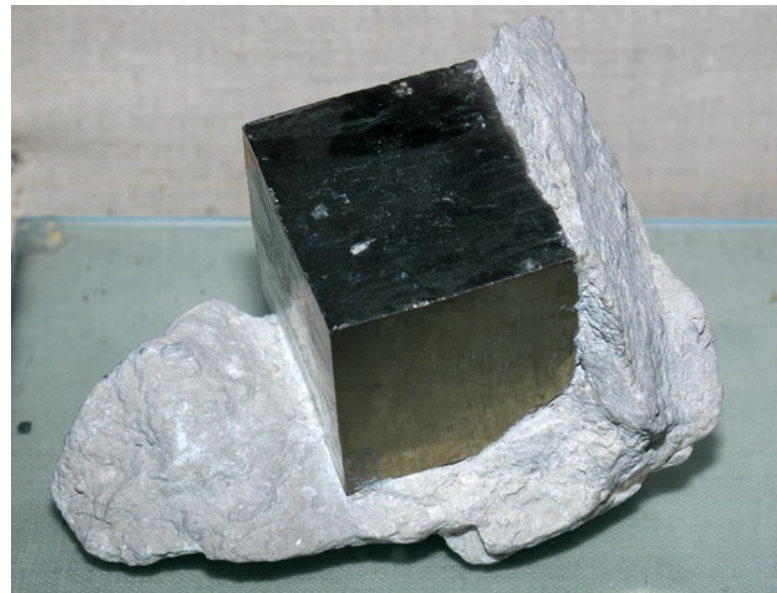
*В кристаллах нет осей порядка  $>6$*



# А В живых организмах ЕСТЬ! $N > 6$



# *В кристаллах нет осей 5-го порядка*



# А В живых организмах ЕСТЬ! $N=5$



1)

2)



3) *Страх перед неживой природой*

**Наличие в живых  
организмов таких осей –**

**протест живой материи  
против кристаллического  
ощепенения и признак  
жизненной активности**

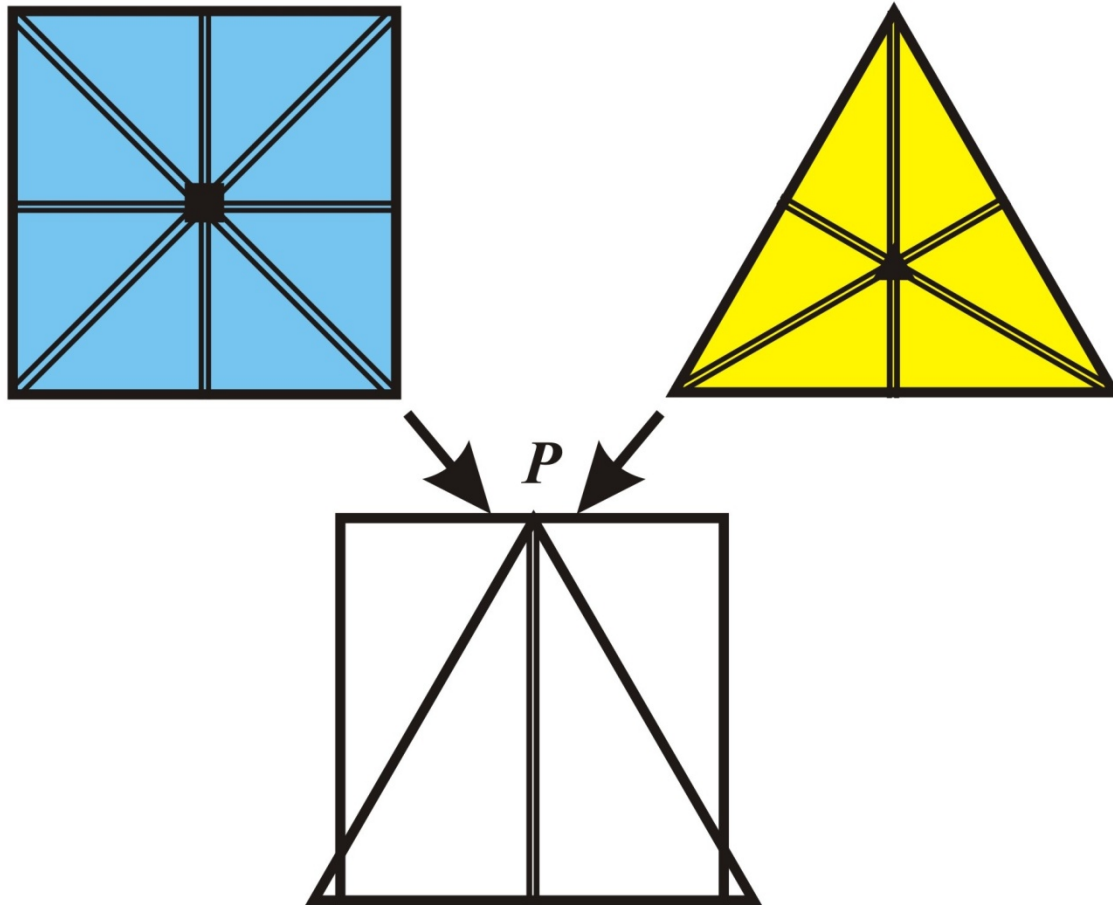


Пьер Кюри  
(1859 – 1906)

*Пьер Кюри сформулировал  
**универсальный закон  
симметрии  
(диссимметрии):**  
В результате наложения  
нескольких явлений  
различной природы, каждое  
из которых обладает своей  
собственной симметрией, в  
одной и той же системе  
сохраняются лишь  
совпадающие элементы  
симметрии этих явлений.*

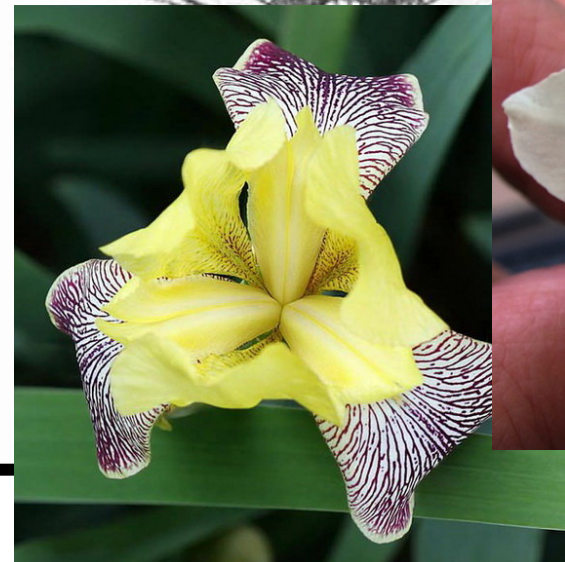
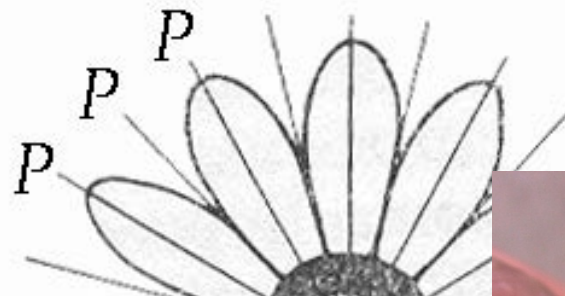
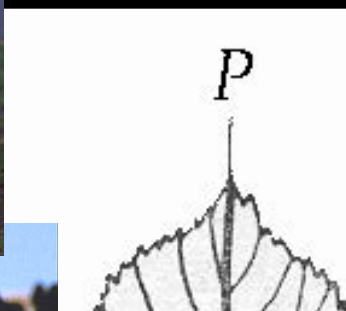
$L_4 2P'2P''$

$L_3 3P$



Демонстрация принципа суперпозиции Кюри: в результате наложения двух фигур – квадрата с симметрией  $L_4 4P$  и треугольника с симметрией  $L_3 3P$  остается только общий элемент симметрии –  $P$ .

Иллюстрация закона Кюри: лист обладает одной плоскостью симметрии -  $P$  (а), цветок – радиально-лучистой симметрией (б)



**Все, что растет и движется по горизонтали или косо к земной поверхности, характеризуется симметрией листка. Все, что растет и движется по вертикали, имеет симметрию цветка**

# Вывод 1

**Герберт Уэллс не знал принцип Кюри и кристаллографию, когда писал свою Войну миров**



## Вывод 2

**Георгий Остер был несколько лучше знаком с принципом Кюри и кристаллографией, когда писал свой Задачник**

**Задача 47.** Инопланетяне, посетившие школу №141, резко отличаются от жителей Земли. У каждого из них по 4 руки, 4 ноги и 2 совести. На сколько меньше всего перечисленного у ученика этой школы Степана Стульчикова, если известно, что рук и ног у него столько же, сколько у обычного человека, а совести нет совсем?



## Вывод 3

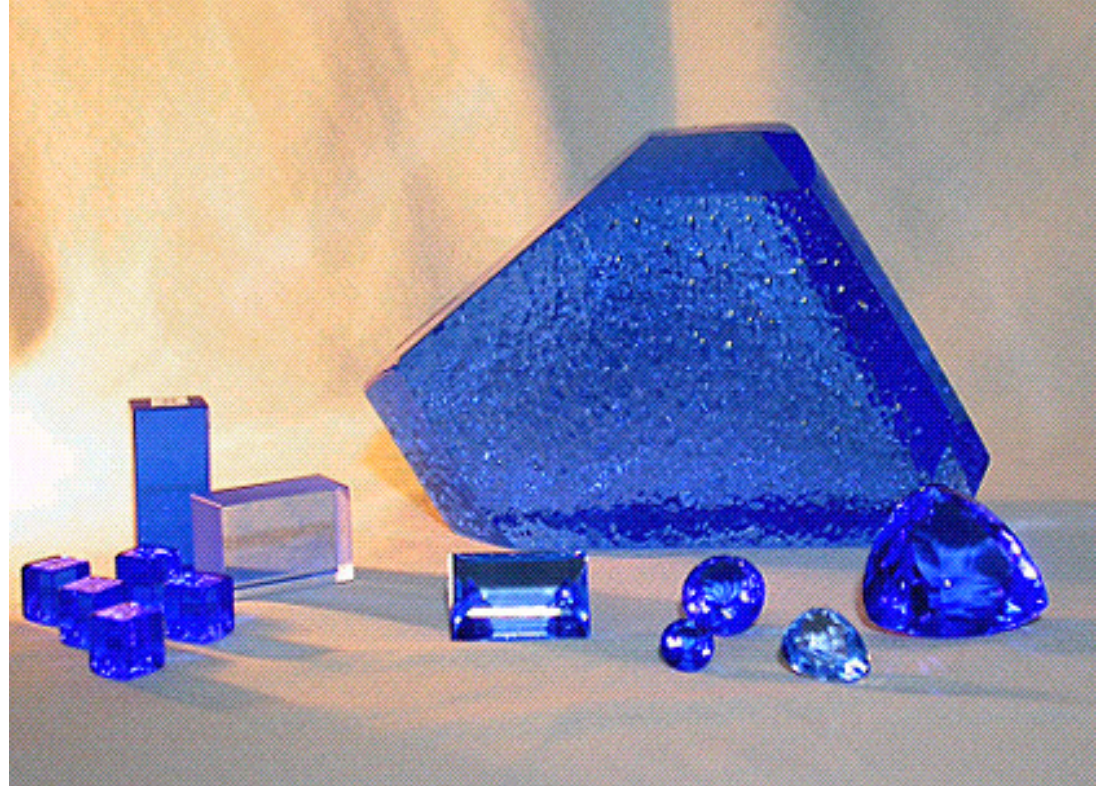
Сейчас в аудитории находится



Кто здесь!?

## Неприятный для нас факт

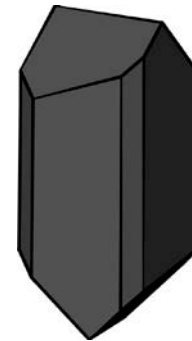
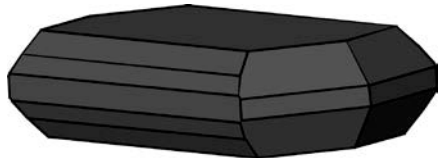
Внешняя среда искусно маскирует истинную симметрию кристалла. Это приводит к тому, одинаковые по своим физическим характеристикам грани могут сильно отличаться в реальном кристалле друг от друга, что может привести к ошибкам в определении симметрии кристалла. В этой связи визуального осмотра образца может оказаться недостаточно, исследователю приходится определять симметрию более строгим образом, а не «на глазок».



«Одного этого золота достаточно было бы для того, чтобы сжечь вас на костре! — завопил он. — Это дьявольское золото!

*Человеческие руки не в силах изготовить металл такой чистоты!*

# Приятные новости!



На первых порах работаем с идеализированными моделями  
где все эти гадости выключены



**Волшебные оси**  
**(это выдумка или нет?)**

# Волшебные элементы симметрии 2 рода



**К элементам симметрии II-го рода  
относятся обычные элементы  
известные в быту:**

*зеркальные плоскости      центр инверсии*

**и волшебные элементы  
доступные кристаллографам и  
незаметные «маглам»:**

*зеркально-поворотные оси*

*инверсионные оси*



# Волшебные элементы симметрии.

Есть ли они в кристаллах или это выдумка?

*Волшебные (сложные) элементы симметрии* позволяют совмещать фигуры путем двойной мнимой операции – поворота (операции I-го рода) и отражения в плоскости или инверсии в точке (операции II-го рода). При этом промежуточного результата нет! Отдельных операций нет. Есть только суперпозиция

*зеркально-поворотные оси*  $\phi_n$

*инверсионные оси*  $\bar{L}_n$

*Теория прохождения виртуальной плоскости  
и отражения в мнимом центре*

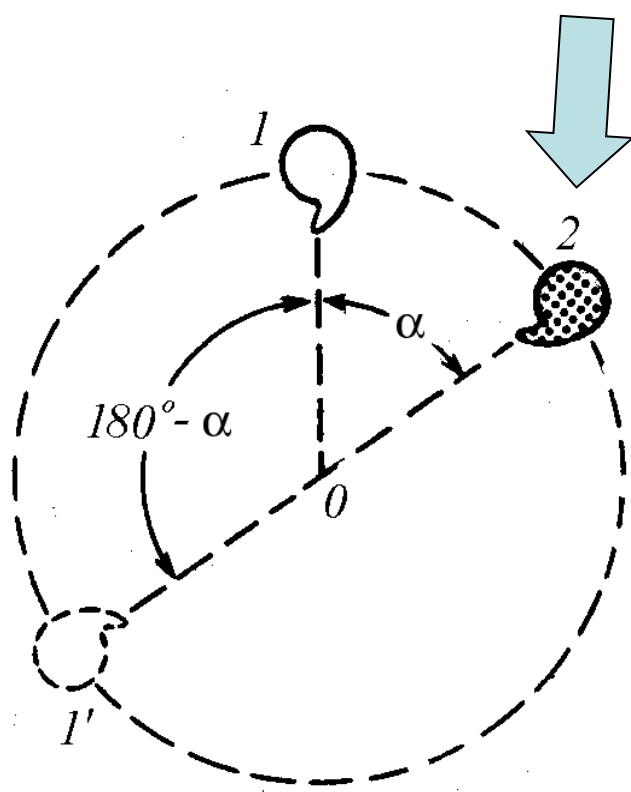


# Как работает

- 1) поворот (операция **I**-го рода) но после него фигура не остается на месте, а **сразу**
- 2) подвергается действию отражению в плоскости  $\sigma_n$  или в точке  $\tau_n$  (операции **II**-го рода).

$$\mathbb{II} \rightarrow \mathbb{II} \rightarrow \mathbb{L}$$

**то есть это операция 2-ого рода!**



**Взаимосвязь между зеркальным (угол поворота  $\alpha$ ) и инверсионным (угол поворота  $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ ) поворотами**

**(Операция каждой зеркальной оси с элементарным углом поворота  $\alpha$  может быть заменена операцией инверсионной оси с элементарным углом поворота  $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ )**

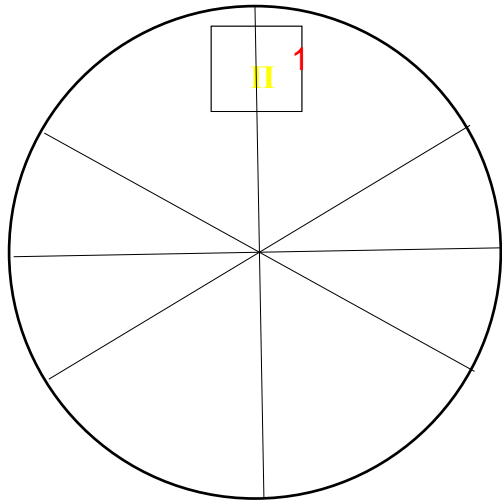
Давайте теперь зададим  
сами себе вопрос:



- Нельзя ли эти сложные (на первый взгляд надуманные) преобразования заменить набором простых, уже знакомых нам, элементов симметрии?
- Действительно ли для описания симметрии некоторых кристаллов простых элементов симметрии недостаточно?

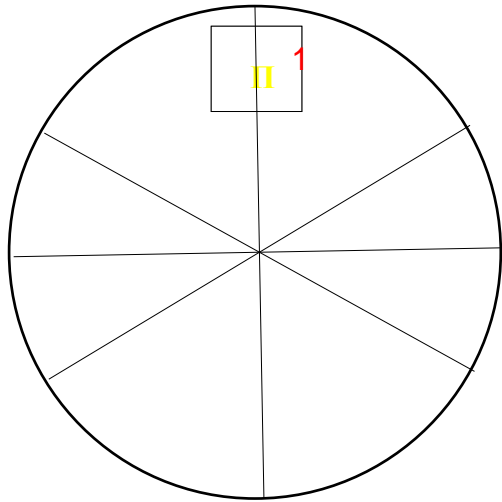
Для ответа на эти вопросы давайте проанализируем все кристаллографические порядки осей и посмотрим взаимосвязь между **зеркально-поворотными**, **инверсионными** и **простыми элементами симметрии**.

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



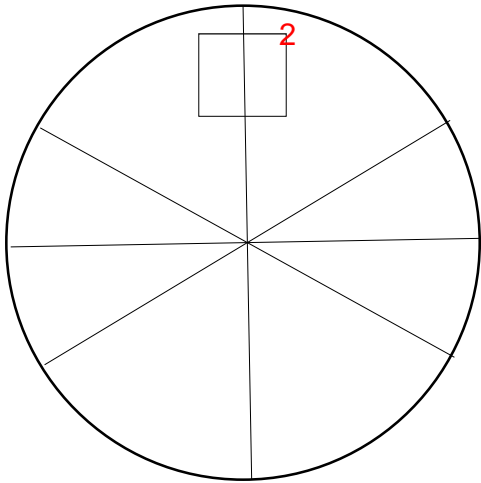
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	
2			
3			
6			
4			

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



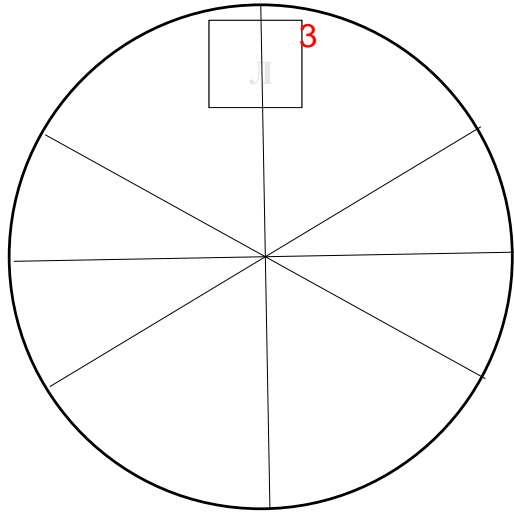
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	
2			
3			
6			
4			


# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	
2			
3			
6			
4			

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



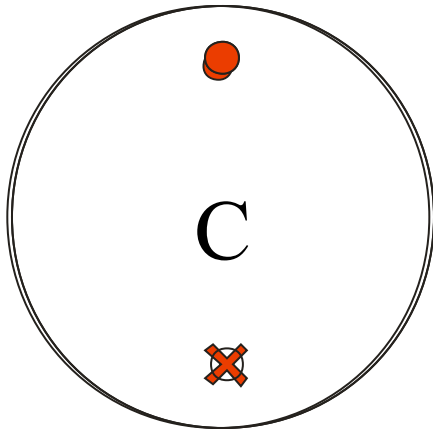
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	плоскость! ( $P_z$ )
2			
3			
6			
4			

Оказывается, по утрам мы смотримся в инверсионную ось второго порядка



*Типичная инверсионная ось второго порядка*

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?

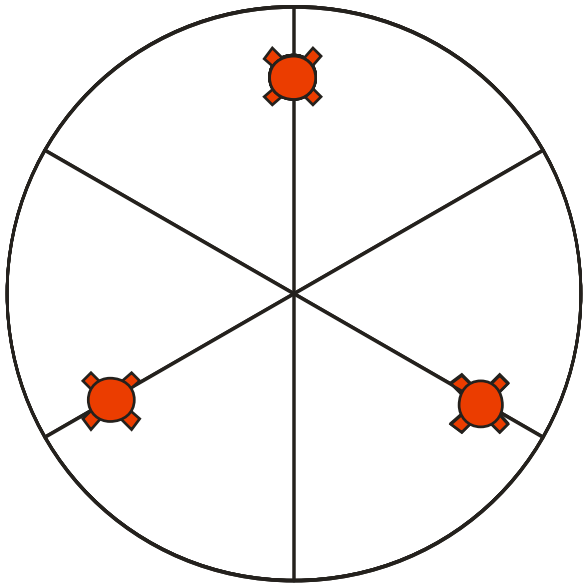


N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1 (\alpha=0)$	$n=2 (\alpha=180)$	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2 (\alpha=180)$	$n=1 (\alpha=360)$	центр!
3			
6			
4			



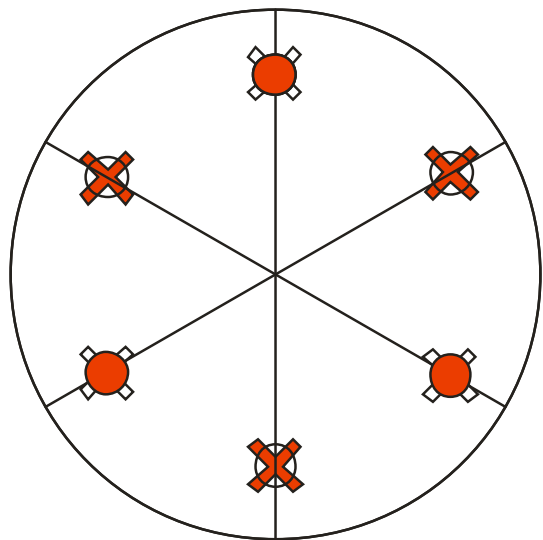
*Типичная инверсионная ось первого порядка*

# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?



N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3 + P_z!$
6			
4			

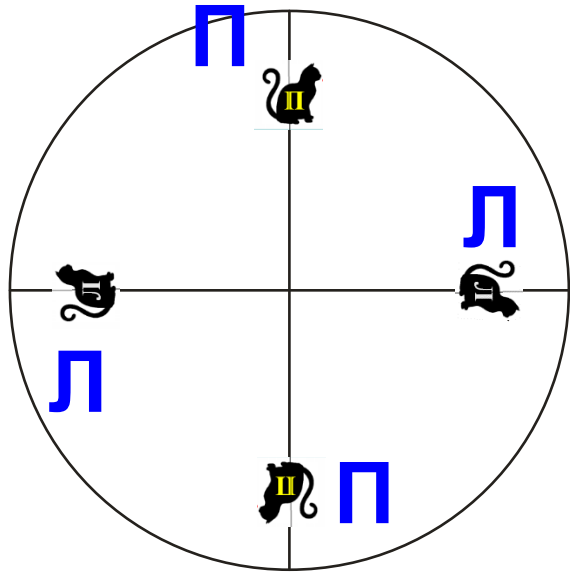
# Проверим все варианты. Есть ли на свете место чуду?




N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3+P_z!$
6	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$L_3+C$
4			

*Похоже чудес на свете нет...*

# Появилась инверсионная ось 4-ого порядка!



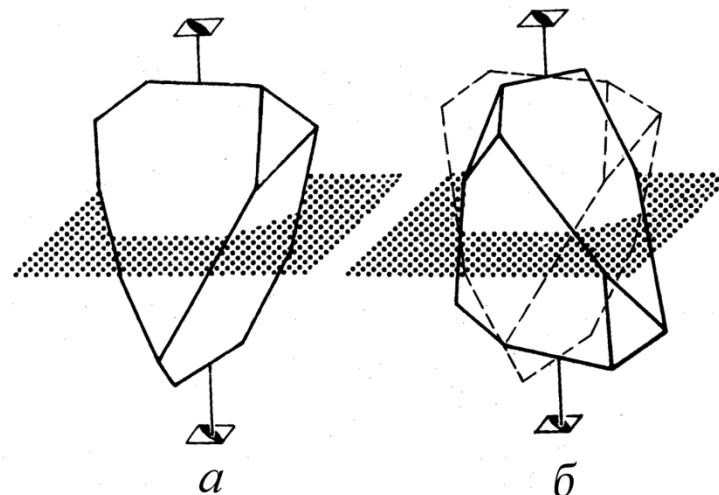
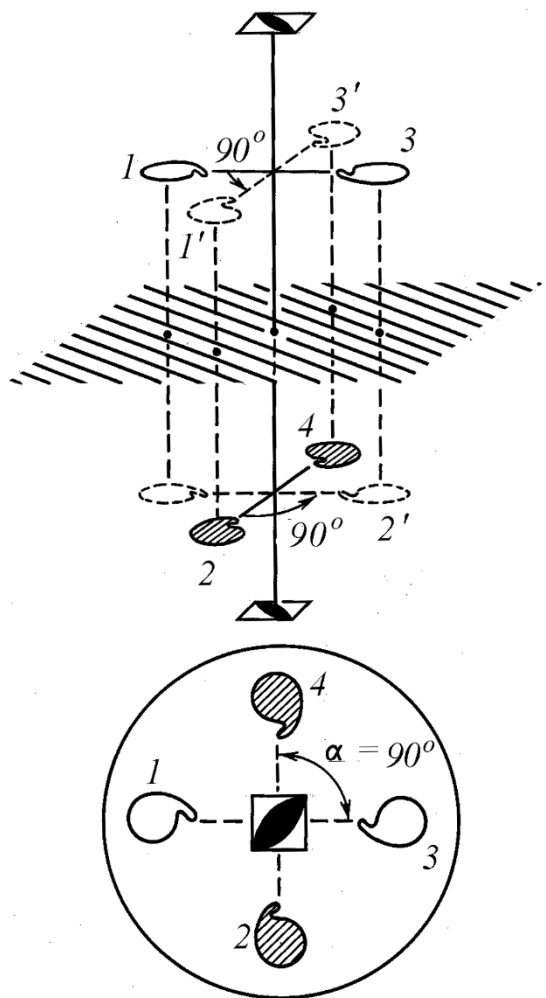
N	$L_n(\alpha)$	$L_n(\alpha')$	Что это?
1	$n=1$ ( $\alpha=0$ )	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	плоскость! ( $P_z$ )
2	$n=2$ ( $\alpha=180$ )	$n=1$ ( $\alpha=360$ )	центр!
3	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$L_3+P_z!$
6	$n=6$ ( $\alpha=60$ )	$n=3$ ( $\alpha=120$ )	$L_3+C$
4	$n=4$ ( $\alpha=90$ )	$n=4$ ( $\alpha=90$ )	

Что это?

Зеркально-поворотную ось 4-го порядка невозможно заменить простыми реальными элементами симметрии! Именно поэтому эта ось имеет свое графическое обозначение – темный знак Фюзо в светлом квадратике. Более того, она присутствует в реальных кристаллах, что «узаконивает» все учение о зеркально-поворотных осях.

Иллюстрация действия  
зеркально-поворотной (инверсионной)  
оси 4-го порядка

$L_4$



Многогранник с единственным элементом симметрии

а) -зеркально-поворотной осью 4-го порядка

б) иллюстрация мнимых операций симметрии 4-го порядка

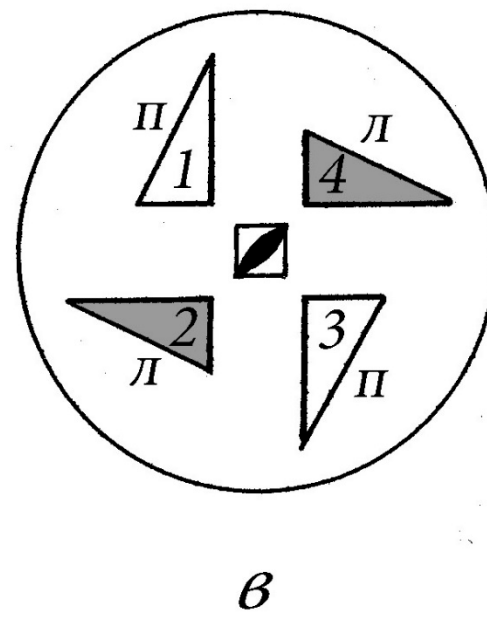
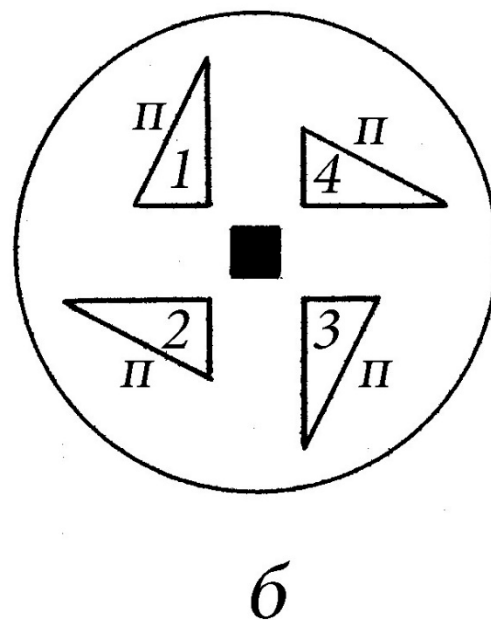
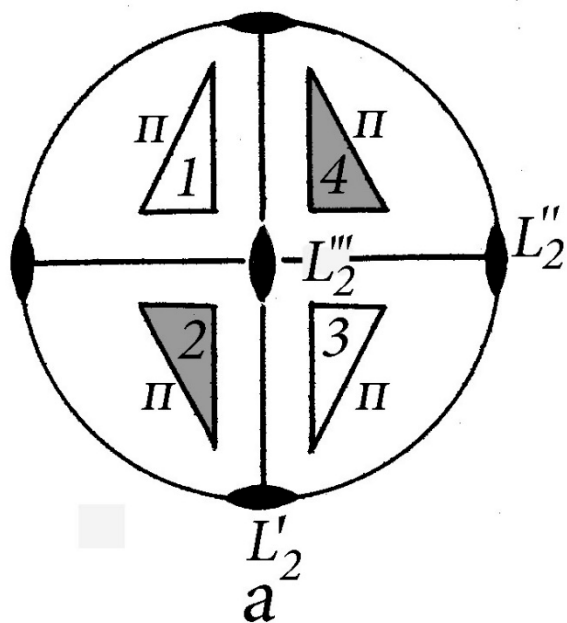
– поворота на  $90^\circ$  и отражения в зеркальной плоскости симметрии

# Иллюстрация действий простых и сложных элементов симметрии приводящих к похожему расположению граней:

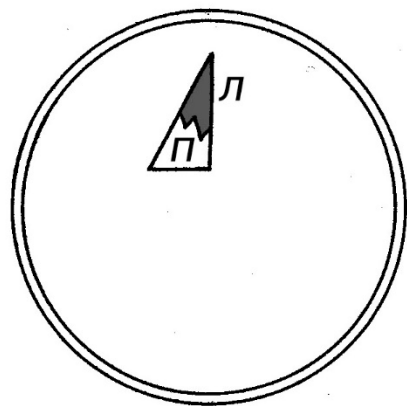
*а* – трех взаимно перпендикулярных осей 2-го порядка  $L_2' L_2'' L_2'''$ ,

*б* – поворотной оси 4-го порядка  $L_4$ ,

*в* – зеркально-поворотной оси 4-го порядка  $\Sigma_4$ . Цветом выделены лицевые и изнаночные стороны треугольников.

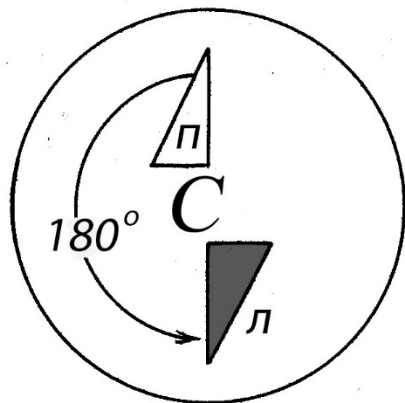


# Иллюстрация замены некоторых сложных осей простыми элементами симметрии



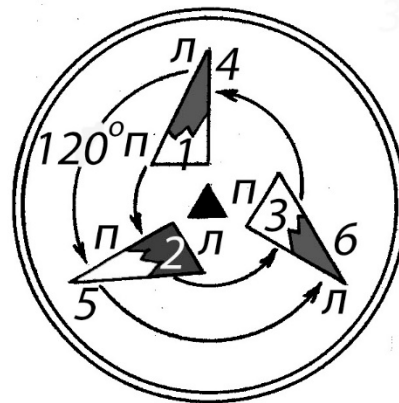
$$\Phi_{\bar{1}} = P$$

*a*



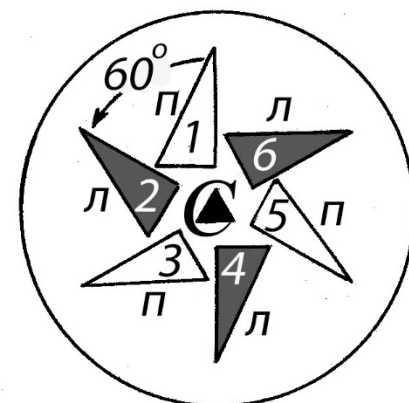
$$\Phi_2 = C$$

*b*



$$\Phi_3 = L_3P$$

*v*



$$\Phi_6 = L_3C$$

*z*

**ВАЖНО!** Все операции симметрии – оси  
**(обычные или волшебные!)**

Итого. Сколько всего есть элементов симметрии в кристаллах?

Легко  
просто 😊

$L_1, L_2, L_3, L_4, L_6$

$\iota_1(C), \iota_2(P), \iota_3(L_3C), \iota_4(\text{нет}), \iota_6(L_3P)$

Кристаллы живут в мире  
простых и волшебных  
осей симметрии!

## В следующий раз:

*Поиск элементов  
симметрии*

*на модельных объектах.*

*Нам могут встретиться  $L_n$ ,*

*$\mathcal{L}_n$  (в явном виде только  $\mathcal{L}_4$ )*

*$P$  и  $C$ .*



*Теорема Эйлера*

*(и ее наглядное*

*доказательство с помощью*

*машины времени).*

