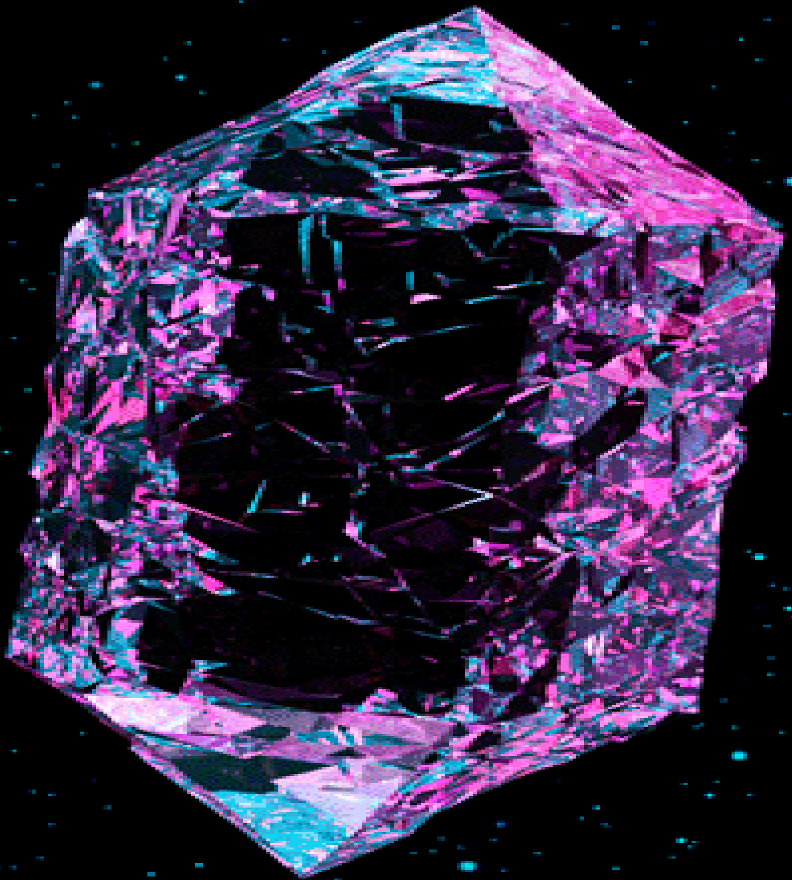
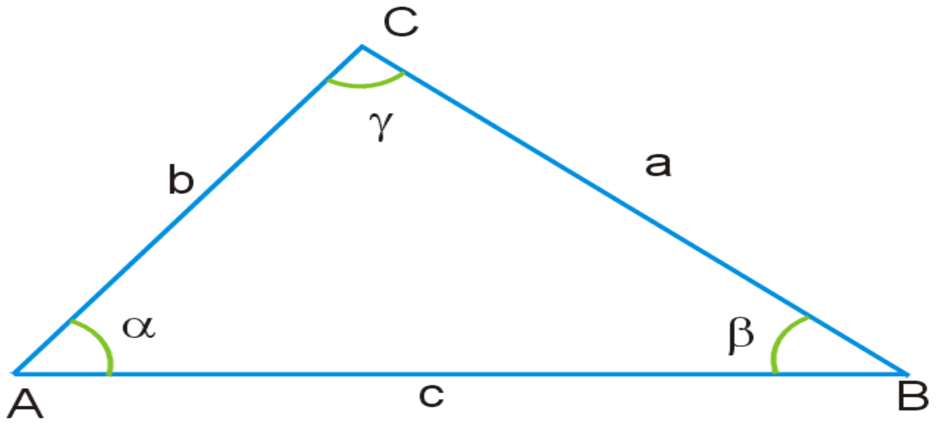
Проецирование кристаллов



ВАЖНО!
Геометрия на плоскости и на поверхности сферы разительно отличаются друг от друга

***Например*.**
На плоскости сумма внутренних углов треугольника всегда равна 180 градусам



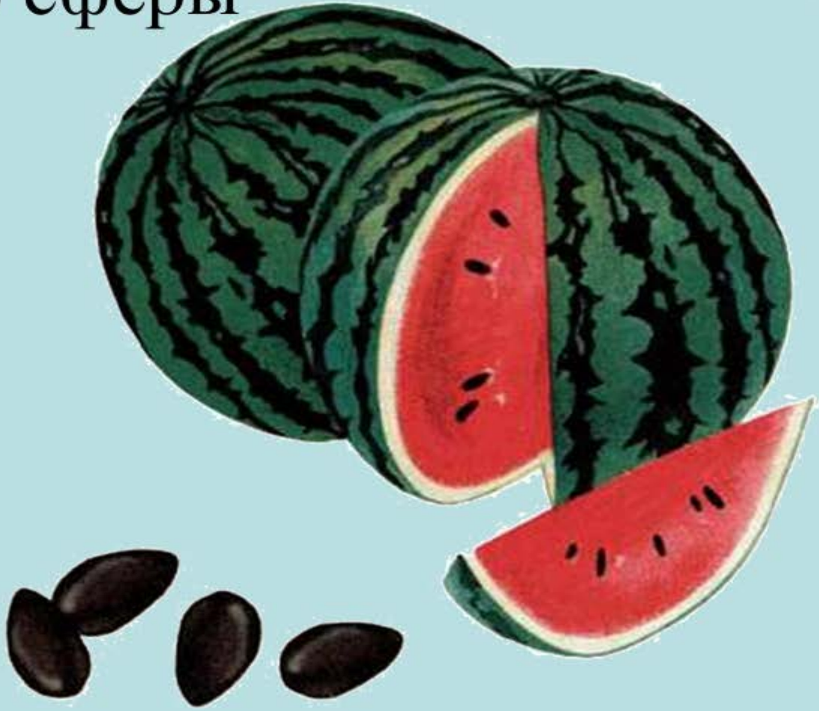
А на сфере – не совсем…..

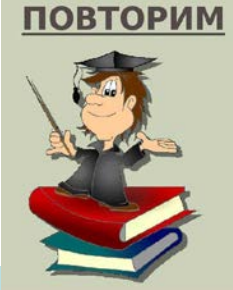
**Земля плоская.
Но она натянута на шар.**

Геометрия на плоскости и на поверхности сферы разительно отличаются друг от друга

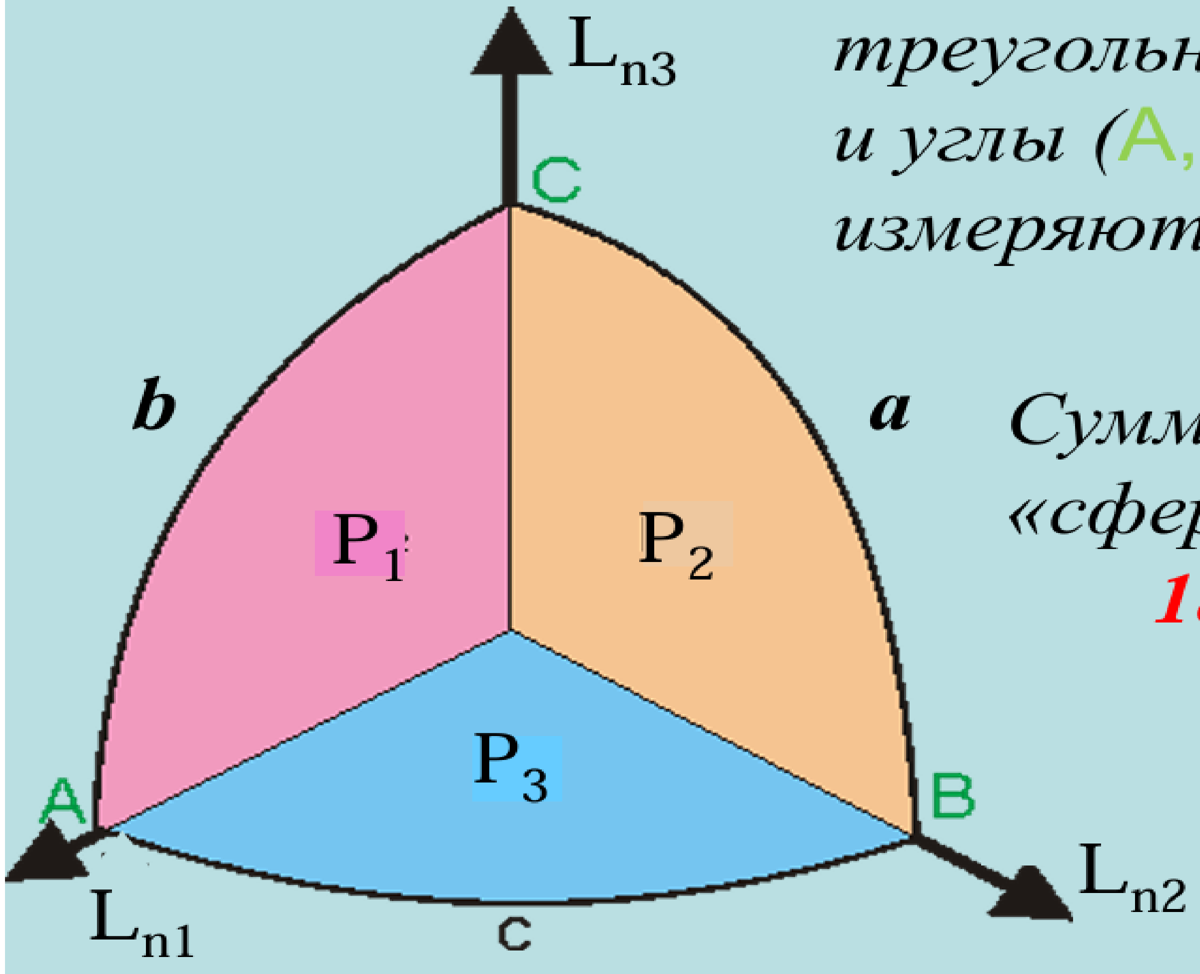
Кто же такой сферический треугольник?

Сферический треугольник живет на сфере. Его грани – кусочки меридианов, то есть сферические проекции плоскостей, проходящих через центр сферы





Особенности сферических треугольников



Параметры сферического треугольника однородны:
*и углы (A, B, C) и стороны (**a, b, c**) измеряются в градусах!*

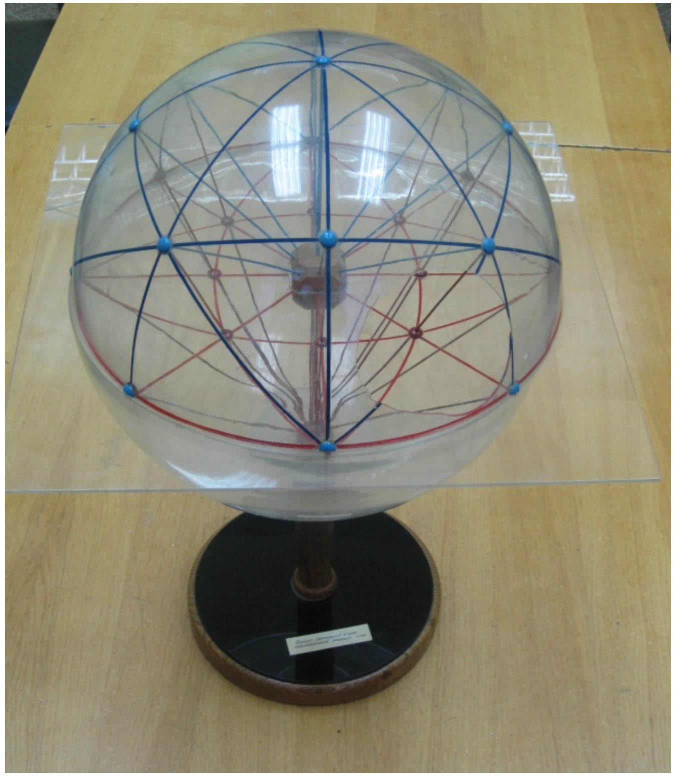
Сумма углов треугольника в «сферическом» мире:

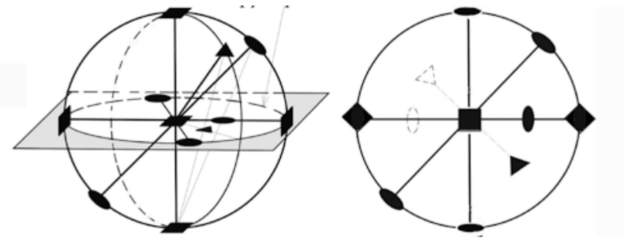
$$180° < A + B + C < 540°$$

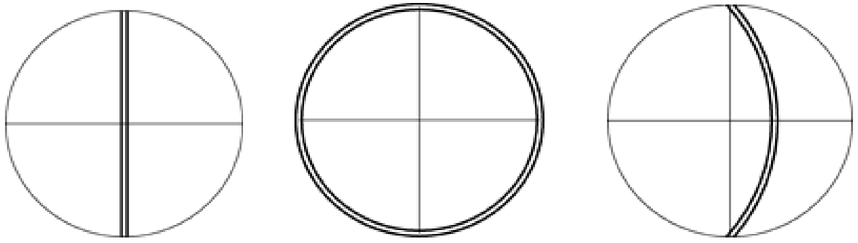
Для того, что бы спроецировать кристалл помещаем его мысленно в центр сферы бесконечно большого радиуса. Это означает, что все его грани и ребра проходят через центр сферы . Проецирование происходит в 2 этапа:

1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИММЕТРИИ.

Все элементы симметрии проецируются *стереографически*. Это означает, что плоскости на проекции будут выглядеть как диаметры (вертикальные плоскости), меридианы (наклонные плоскости) или сама окружность (горизонтальная плоскость)



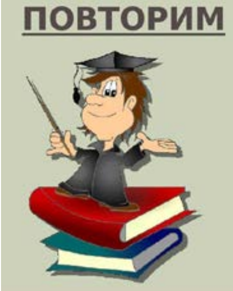




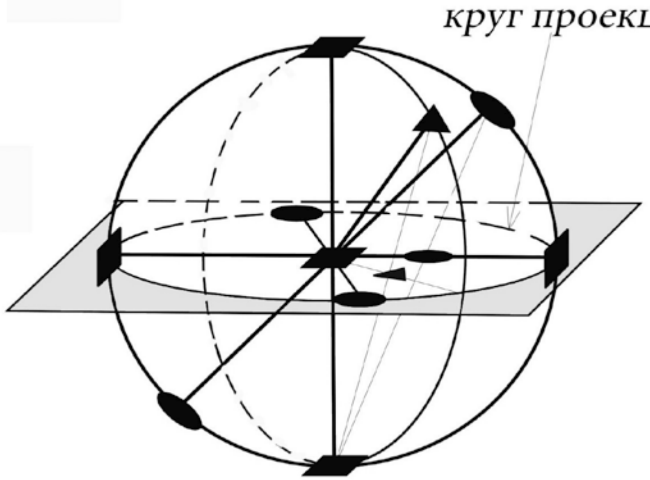
вертикальная горизонтальная наклонная

2. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ГРАНЕЙ.

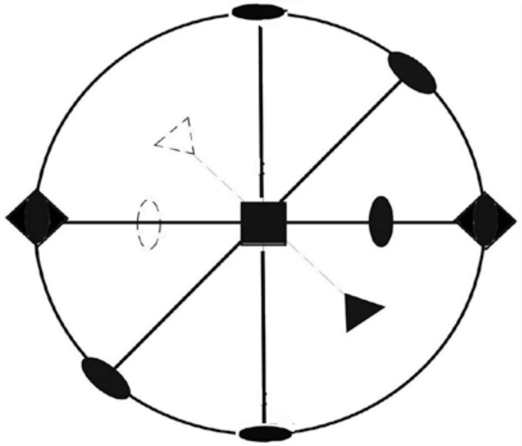
Все грани проецируются *гномостереографически*,
то есть проецируются не сами грани, а их перпендикуляры



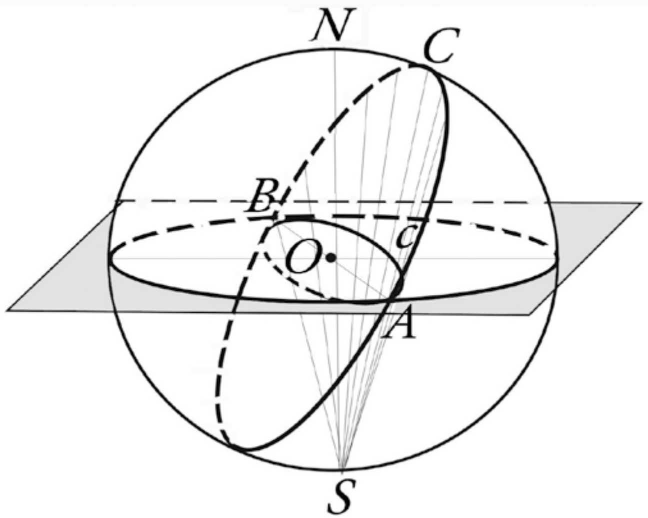
Стереографические проекции элементов симметрии



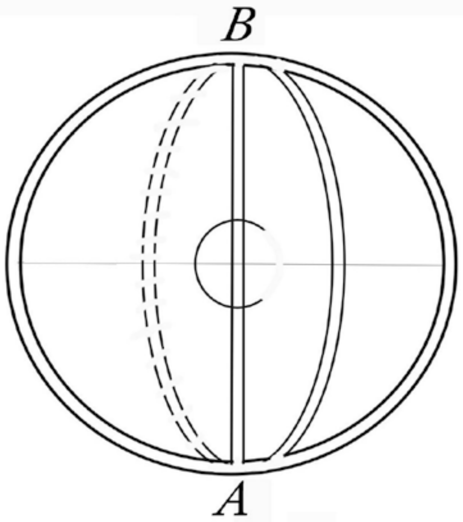
а



б

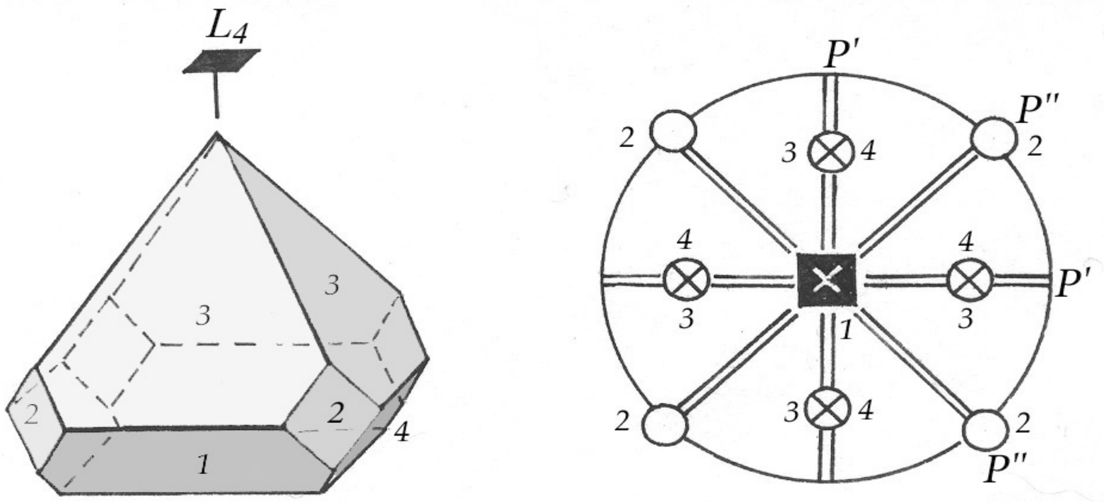


в



г

Гномостереографическая проекция граней



а б

Простая форма – это совокупность (семейство) граней, связанных между собой симметрическими операциями.

Отметим, что грани, принадлежащие одной простой форме, равны по своим физическим свойствам. Для идеальных кристаллов они равны также и геометрически - т.е. обладают одинаковой формой и площадью поверхности.

Простая форма – это совокупность граней, связанных между собой симметрическими операциями.

Отметим, что грани, принадлежащие одной простой форме, равны по своим физическим свойствам. Для идеальных кристаллов они равны также и геометрически - т.е. обладают одинаковой формой и площадью поверхности.

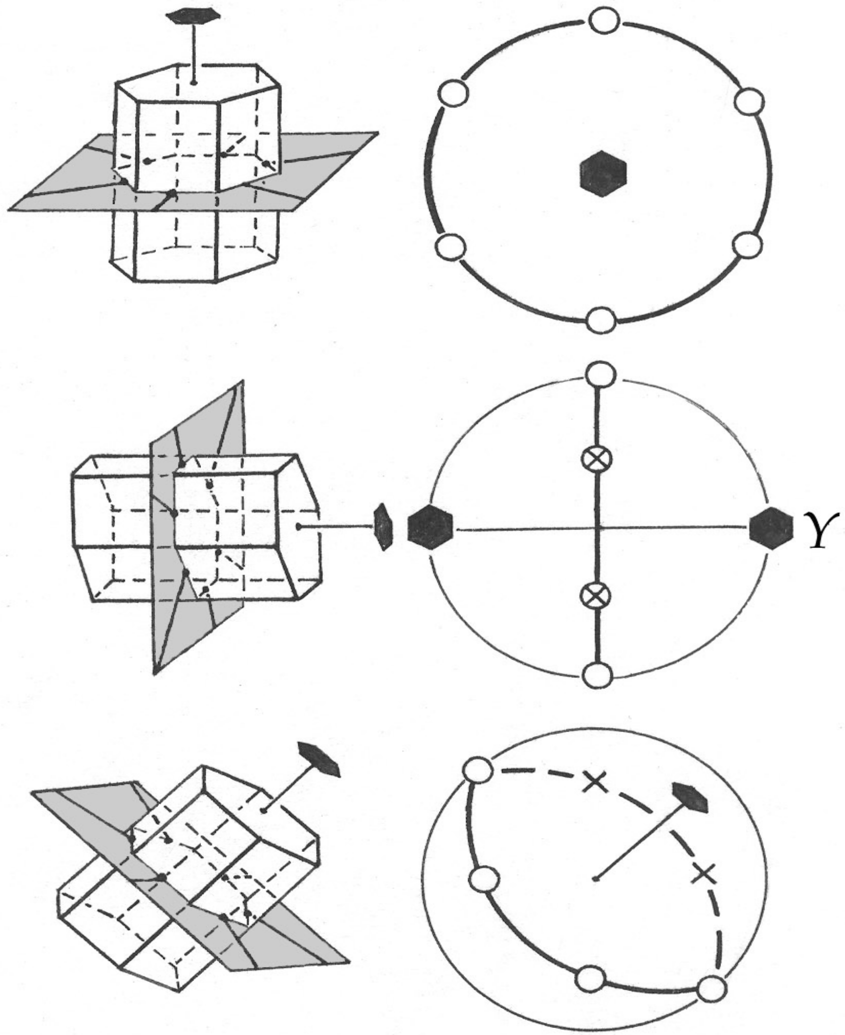
Сколько простых форм может быть в одном кристалле? Формально – сколько угодно, на практике – не больше десятка, а чаще всего меньше. Минимальное число простых форм равно одному (если форма закрытая - способна оконтурить собой трехмерное пространство). Чаще в огранке кристалла могут участвуют грани нескольких простых форм, при этом образуются ***комбинационные многогранники***.

Таутозональные грани - грани, пересекающимся по параллельным ребрам

а

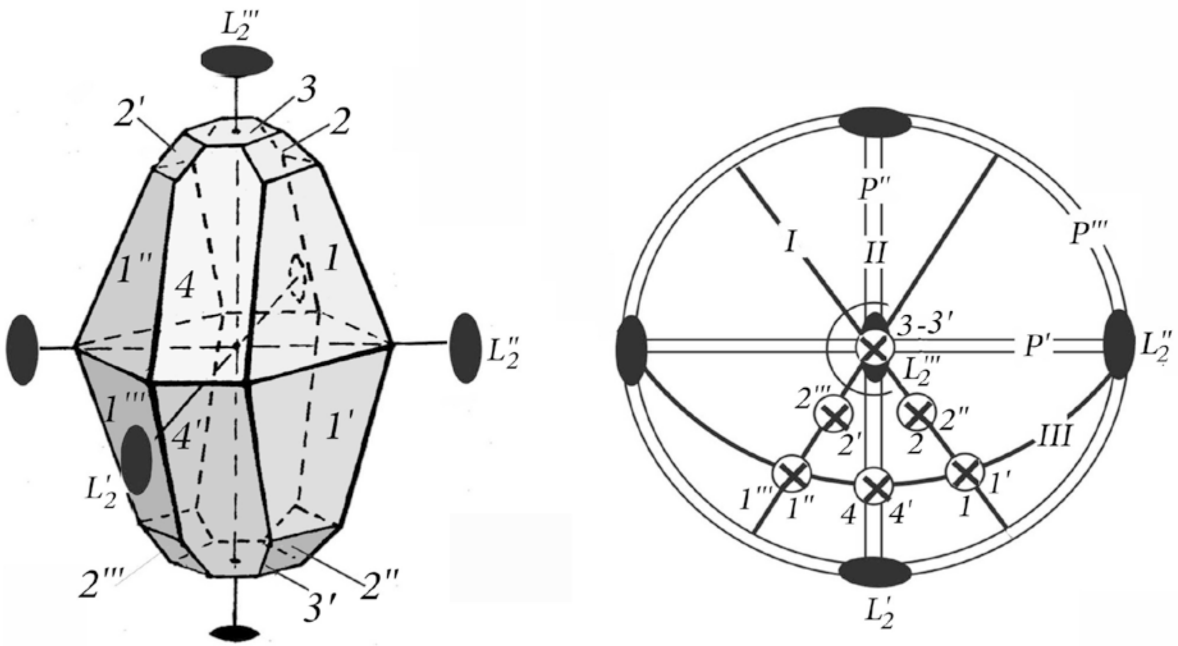
б

в



Проецирование таутозональных граней, связанных между собой осью 6-го порядка (L_6) и расположенных на горизонтальной (*а*), вертикальной (*б*) наклонной (*в*) зонах.

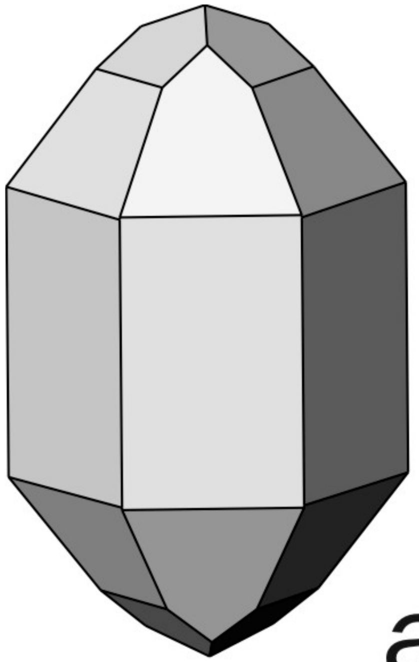
При этом в каждом случае осью зоны является ось L_6



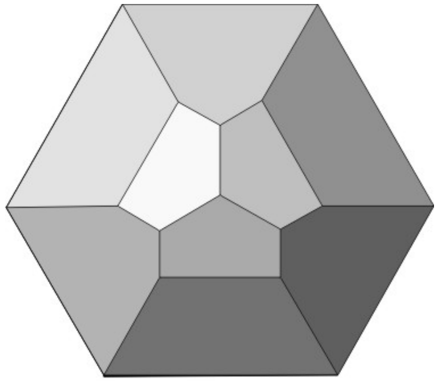
а *б*

Иллюстрация закона зон (поясов) на кристалле ромбической серы (*а*), в котором можно выделить несколько семейств таутозональных граней (т. е. граней, пересекающихся по параллельным ребрам, а следовательно, принадлежащих одной зоне): зона I проходит через грани 3 – 2 – 1 – 1'– 2'' – 3', зона II – содержит грани 3 – 4 – 4' – 3', зона III – грани 1'' – 4 – 1. На стереограмме кристалла (*б*) зоны выделены жирными линиями

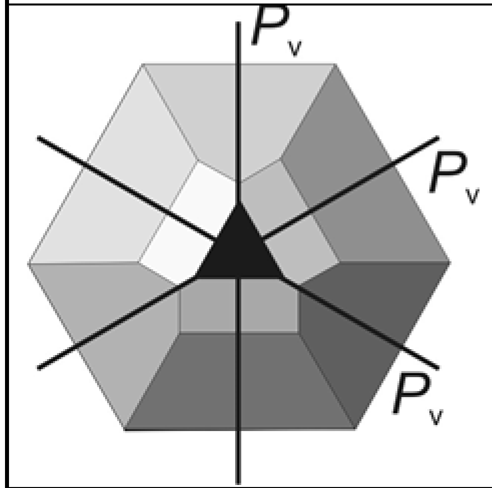
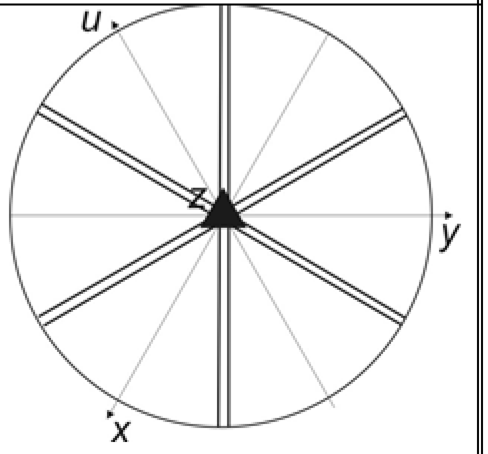
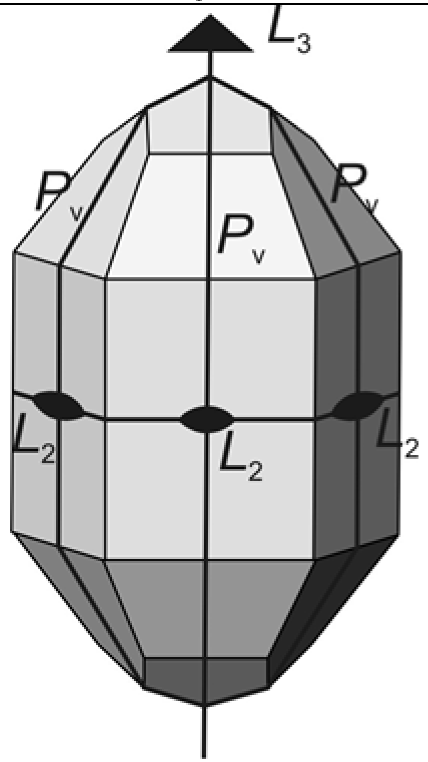
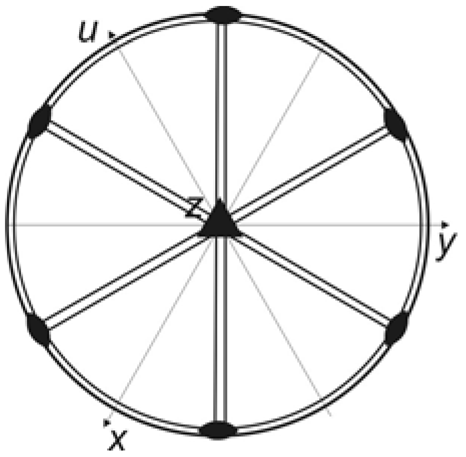
Опишем кристалл



а

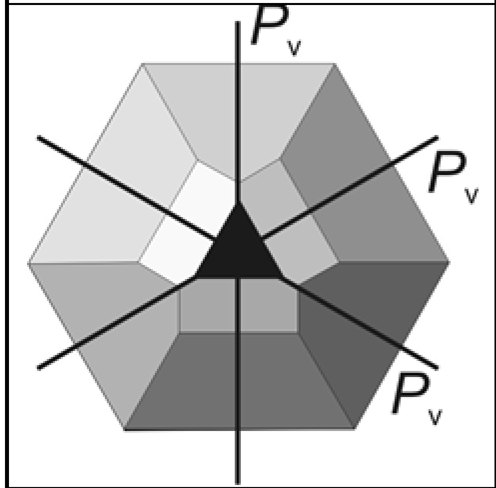
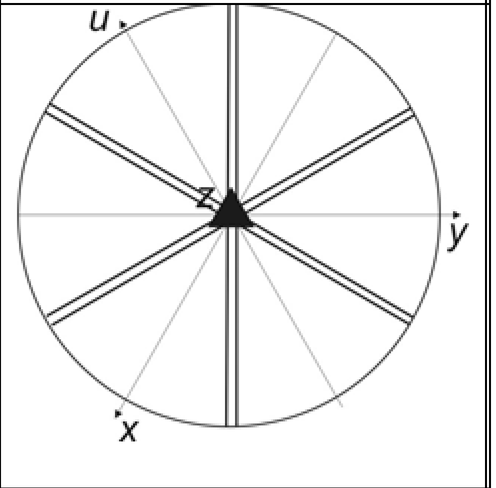
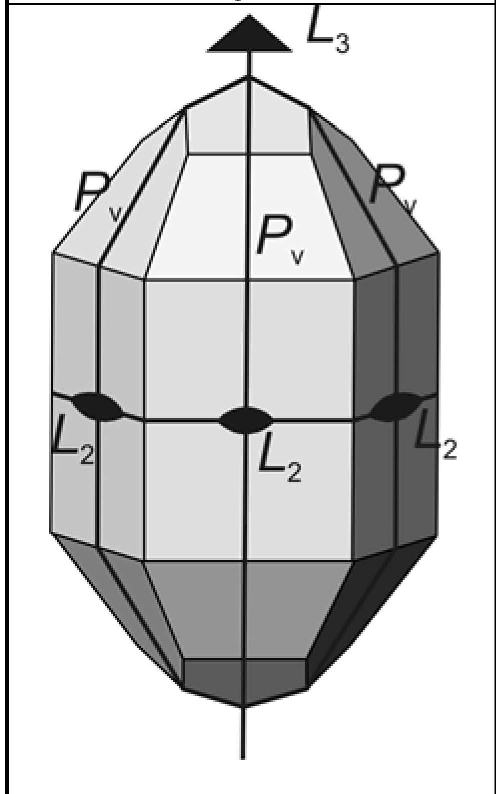
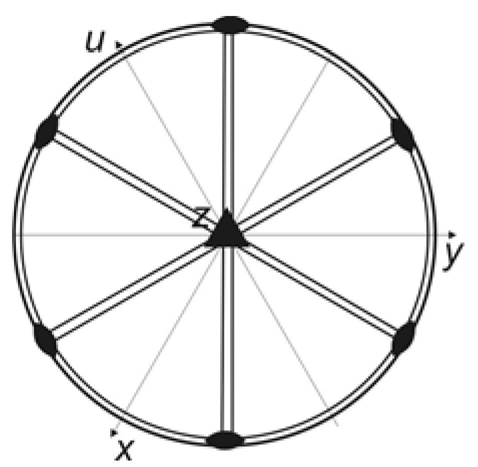


в

Кристалл	На проекции изображено:
	
	

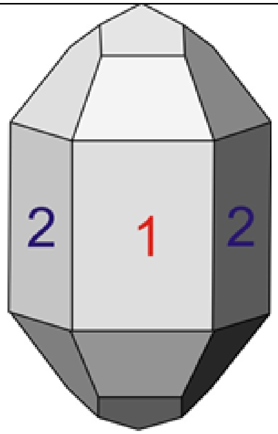
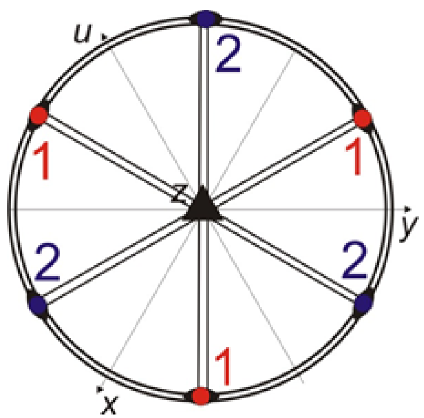
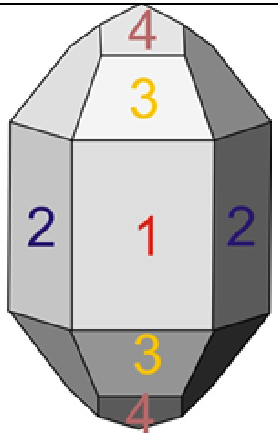
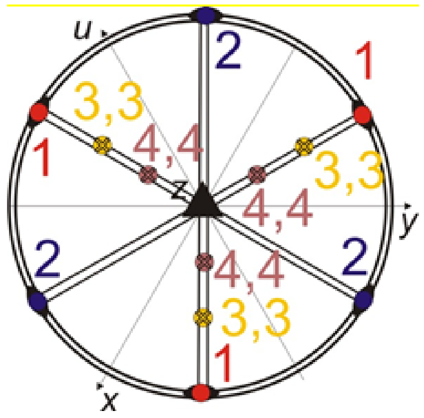
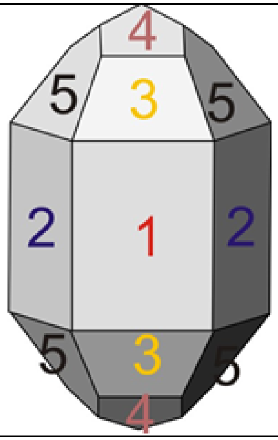
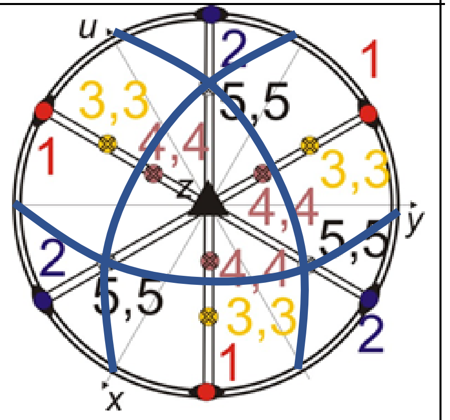
Опишем кристалл

Обязательно изучим экваториальную плоскость. Помним, что на экваторе бывает много интересного! В нашем случае можно найти еще две три второго порядка - L_2’’ и L_2’’’, выходы которых совпадают с пересечением вертикальных плоскостей и горизонтальной плоскости, которая проходит через экватор. Такая плоскость на проекции будет показана двойной окружностью, а нормаль к ней проходит вертикально, следовательно, это P_z. Убедившись в отсутствии центра инверсии и других элементов симметрии, выписываем название класса по Браве ($L_3 3L_2 4P$)

Кристалл	На проекции изображено:
	
	

Опишем кристалл

Переходим ко второму этапу – построению на чертеже гномостереографических проекции граней всех простых форм. Напоминаем, что все грани верхней полусферы и экваториальной плоскости рисуются кружками, а нижней полусферы – крестиками с указанием номера простой формы. Внимательный исследователь обнаружит в изучаемом кристалле 24 граней, относящихся к 5 различным простым формам. На первый взгляд все призматические грани равны друг другу, но так как нет элементов симметрии, переводящих соседние грани призмы друг в друга, то в огранке кристалл участвуют 2 различные по своим физическим свойствам тригональные призмы

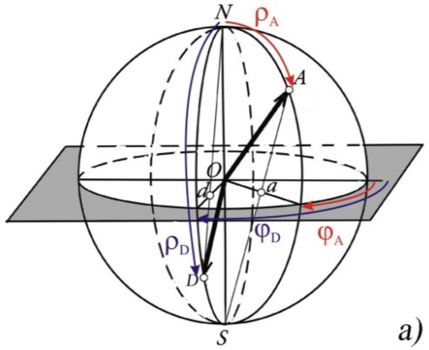
<table>
<tr><th>Кристалл</th><th>На проекции изображено</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

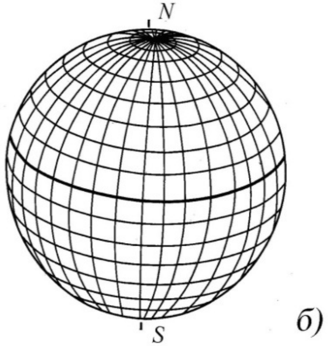
ХОЧУ ОПИСАТЬ ТОЧНЕЕ!

Внешняя среда достаточно искусно маскирует собственную симметрию кристалла. Это приводит к тому, что грани одной простой формы, равные по своим физическим характеристикам геометрически могут сильно отличаться в реальном кристалле друг от друга, что может привести к ошибкам в определении симметрии кристалла.

В этой связи визуального осмотра образца может оказаться недостаточно, исследователю приходится определять положения граней, группировать их по простым формам более строгим образом, а не «на глазок»

Проецирование



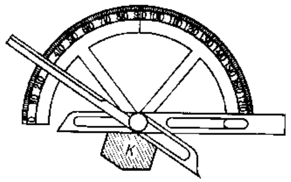


Каждая точка на сфере проекций имеет две координаты (как в географии) – широта (обозначается греческой буквой ρ) и долгота (обозначается греческой буквой φ).

В кристаллографии и географии эти координаты снимаются различными способами: в кристаллографии широта отсчитывается не от Гринвича, а от меридиана, совпадающего с положительным выходом оси *y*. Этот меридиан выбирается в качестве 0-ого (φ = 0º, он же имеет φ = 360º). Таким образом, каждая точка на сфере имеет долготу от 0 до 360º. Широта (координата ρ) отсчитывается по меридиану, проведенному через исследуемую точку «*A*» в направлении от северного полюса *N* к южному полюсу (S). ρ на северном полюсе N=0º, на экваторе ρ = 90º, а на южном полюсе *S* ρ = 180º (Скотт и Амундсен были бы слегка удивлены).

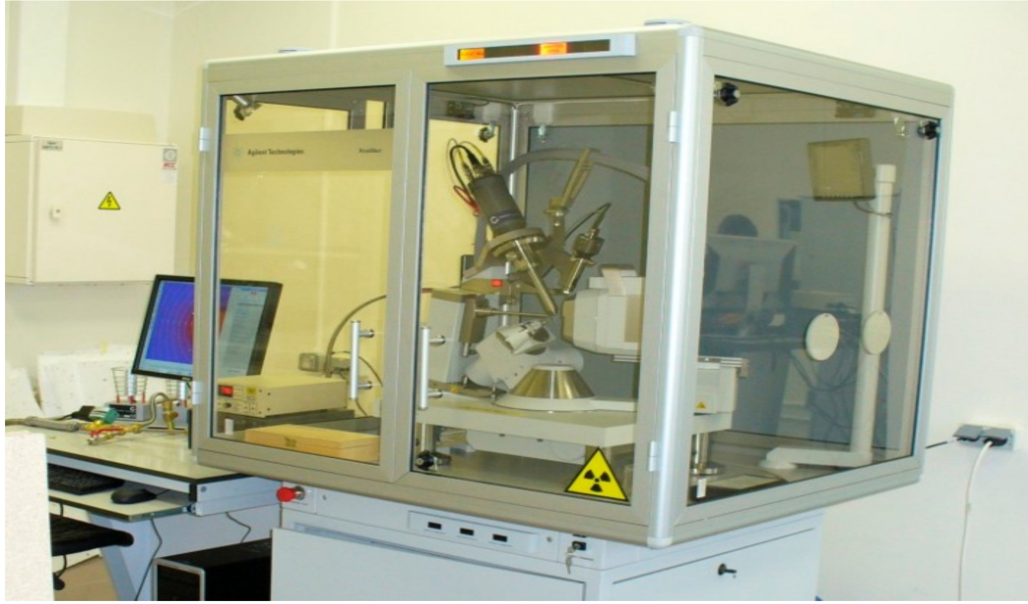
Роберт Фалкон Скотт
Достиг точки с ρ = 180º
17 января 1912 года,
погиб на обратном пути

Руаль Амундсен
Достиг точки ρ = 180º
14 декабря 1911 года.
Погиб позже (1928 г.)



Прикладной гониометр времен Роме де Лиля

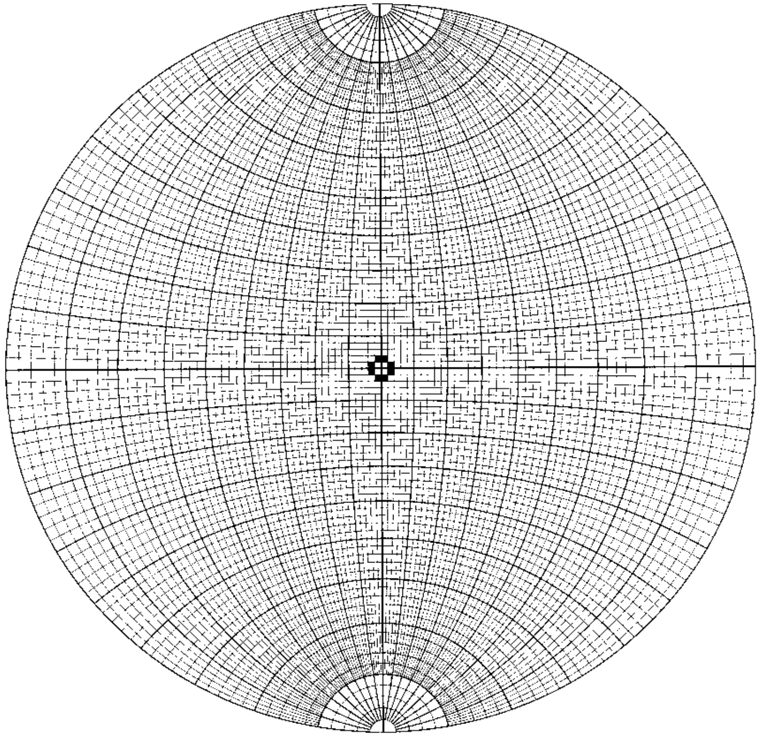
Учебный гониометр второй половины 20-ого века



Гониометрический блок современного монокристального рентгеновского дифрактометра

Современные гониометры позволяют не только определять углы между гранями, но и определять их сферические координаты. Таким образом, нормаль к каждой грани получает свои координаты (аналог GPS отметки), что строго ее фиксирует положение, но не на местности, а на сфере проекций. гониометры, входящие в состав современных приборов, которые позволяют определять координаты граней образцов размером в десятые и сотые доли миллиметра

СЕТКА ВУЛЬФА



http://cryst.geol.msu.ru/yaroslav/Wulff_nets/Wulff10sm.zip.

СКАЧАТЬ МОЖНО ТУТ
И напечатать на листе А4
Наклеить на картон.
Теперь вы можете работать штурманом и лоцманом корабля.

Сетка Вульфа – это меридиональная сетка, с помощью которой, используя сферические координаты φ° и ρ° (результат гониометрических исследований), можно строить стереограммы кристаллов, точно наносить проекции граней и ребер, определять углы между ними и решать другие задачи. Для петрографической и минералогической практики оптимальным оказался диаметр 20 см с системой маркированных меридианов и параллелей через 2°, что обеспечивает погрешность измерений всего 1°.

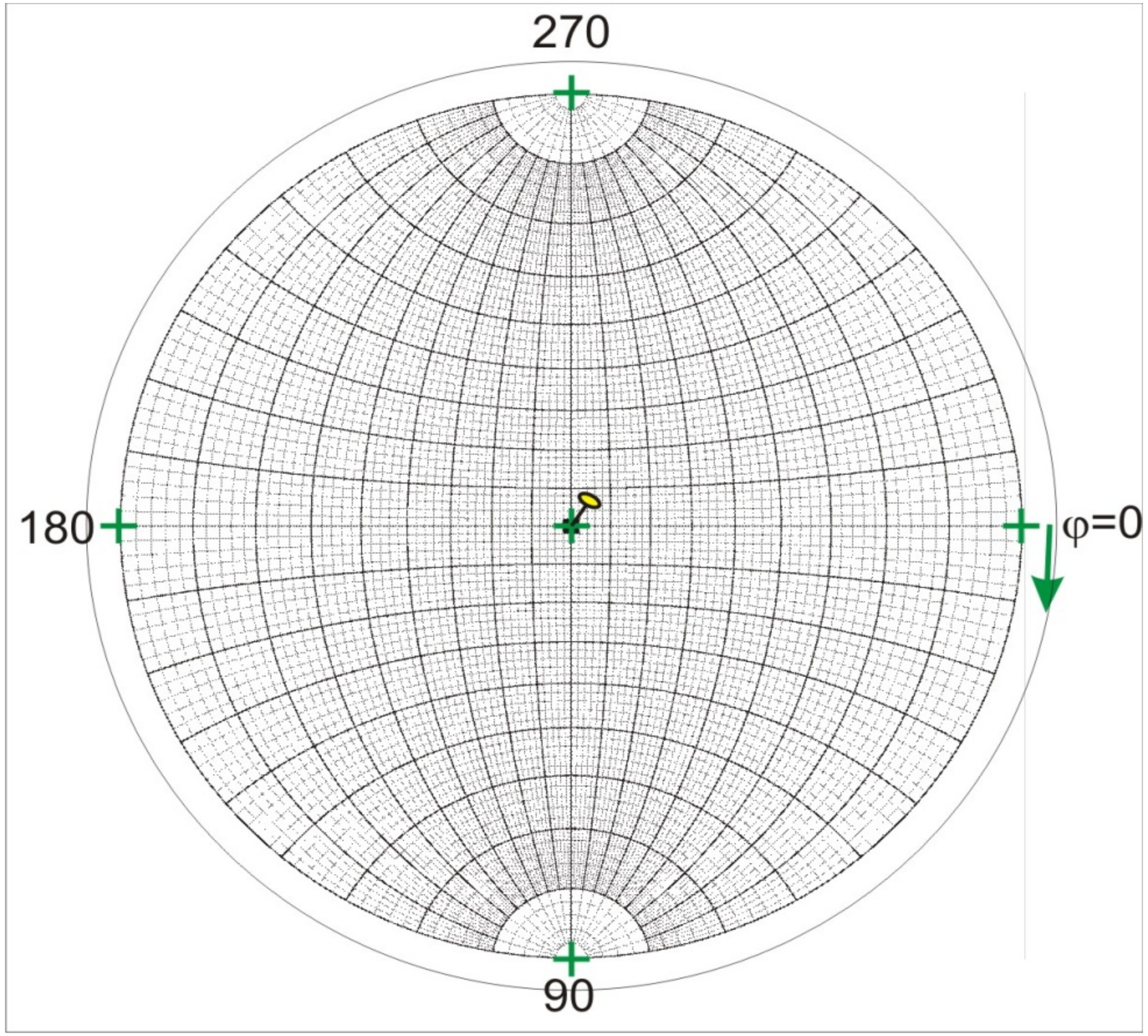
Георгий Викторович Вульф
(1863—1925)
российский учёный-кристаллограф.

Автор около 150 работ по кристаллографии, кристаллофизике, кристаллооптике, рентгеноструктурному анализу. Предложил способ вывода всех видов симметрии кристаллов, разработал графический метод обработки результатов измерения кристаллов с помощью стереографической сетки (сетка Вульфа). Установил закон процесса роста кристаллов.

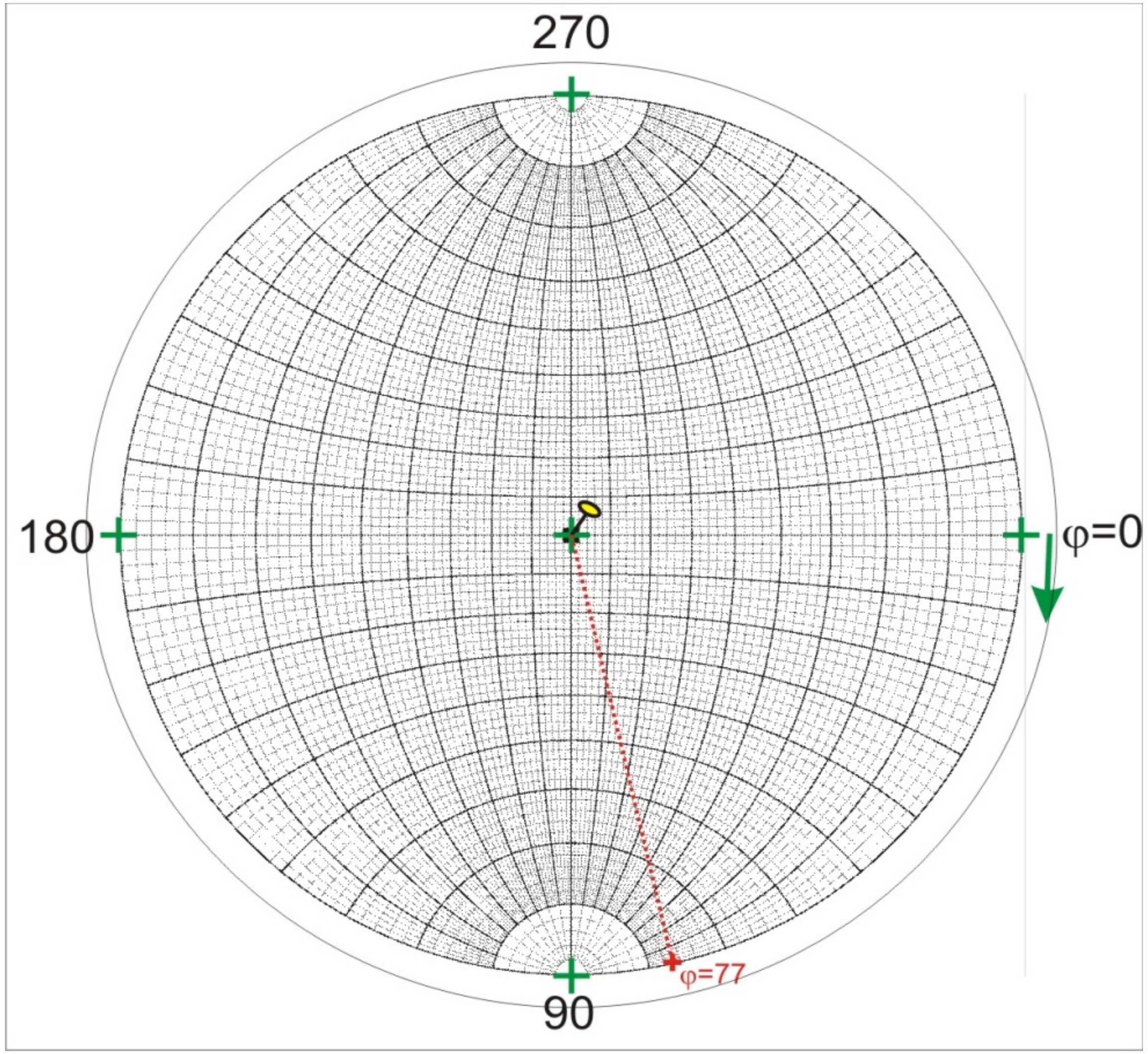
В 1913 году независимо от Л. Брэгга вывел условия интерференционного отражения рентгеновских лучей от кристаллов (***формула Брэгга —Вульфа***), положенные в основу рентгеновской спектроскопии. Первый в России начал рентгеноструктурные исследования.

Задача 1.

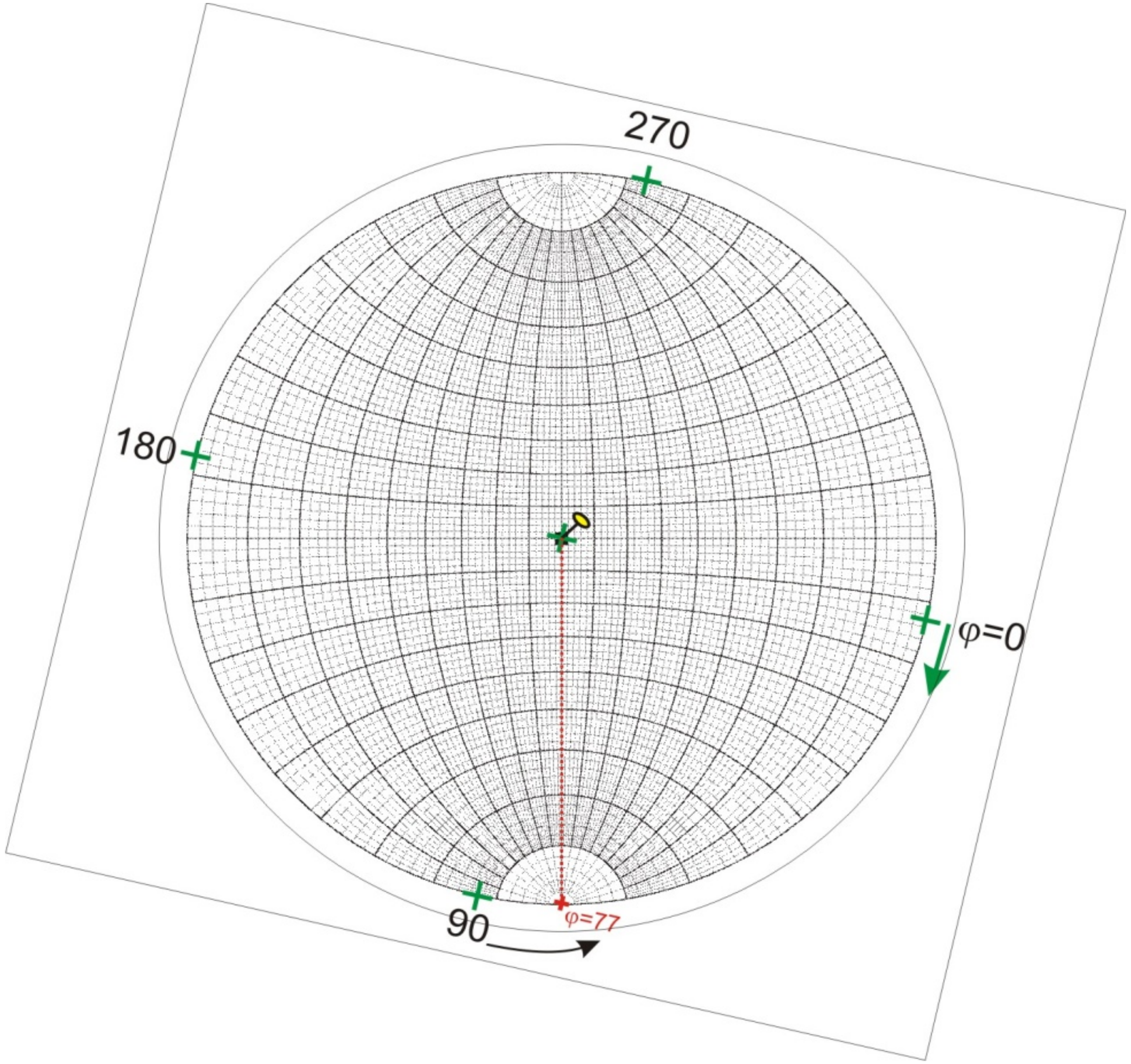
Построение проекций точек, заданных своими сферическими координатами:
A **(**$\varphi = 77^{o}$, $\rho = 33^{o}$,
B **(**$\varphi = 77^{o}$, $\rho = 113^{o}$).



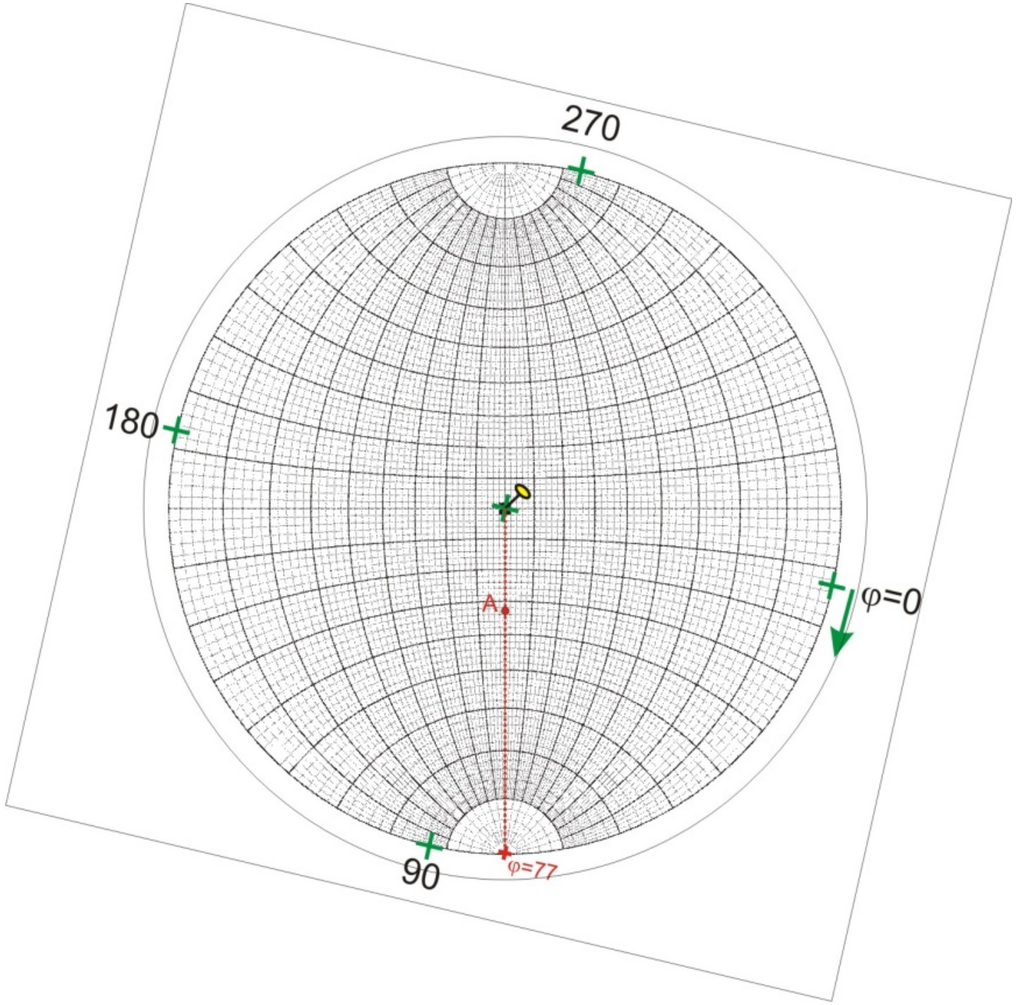
Помещаем сверху на трафарет лист кальки и фиксируем центр круга иголкой. Рисками на кальке обозначаем пересечения прямых меридианов ($\varphi = 0^o$, $\varphi = 90^o$, $\varphi = 180^o$ и $\varphi = 270^o$) с экватором ($\rho = 90^o$). Риски лучше подписать. Они помогут нам всегда точно вернуть кальку в исходное положение.



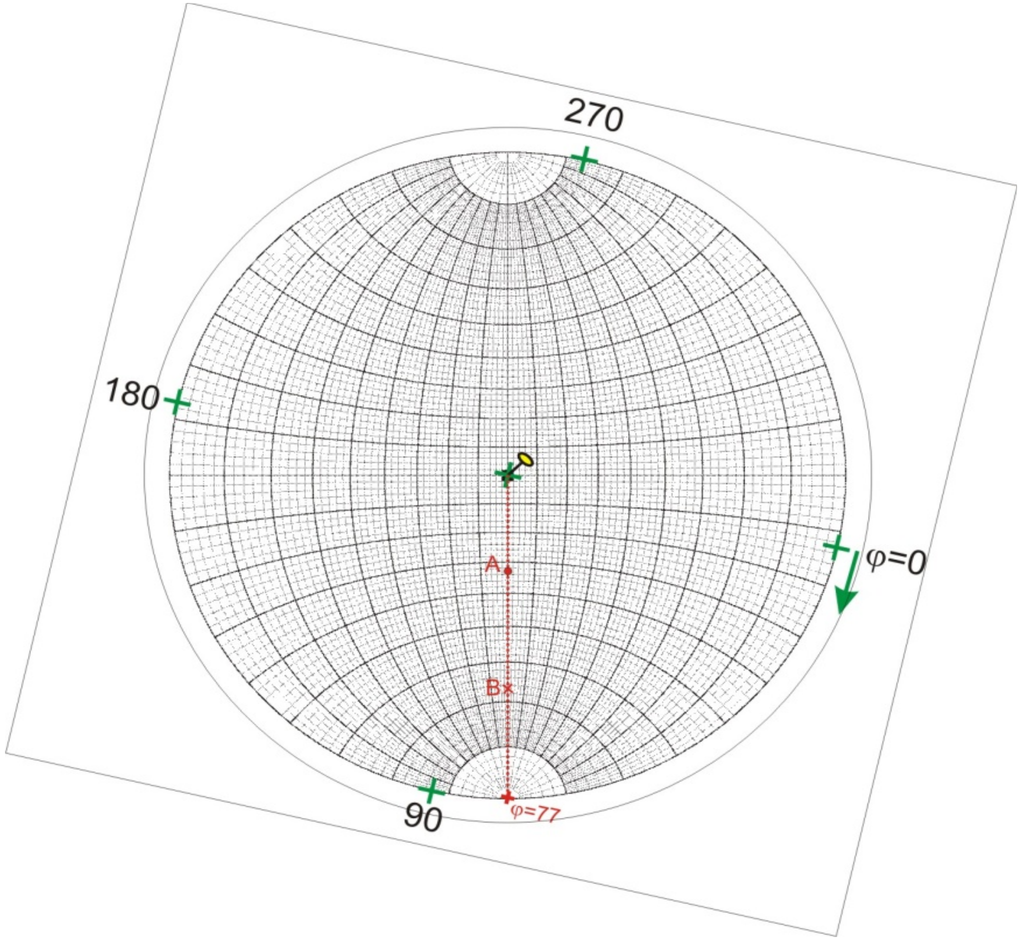
Отсчитываем значение долготы, которая в данной задаче для точек A и B одинакова, ($\varphi = 77^o$) по окружности сетки Вульфа в направлении часовой стрелки. После чего делаем засечку на окружности, соответствующую $\varphi_A = \varphi_{B.}$



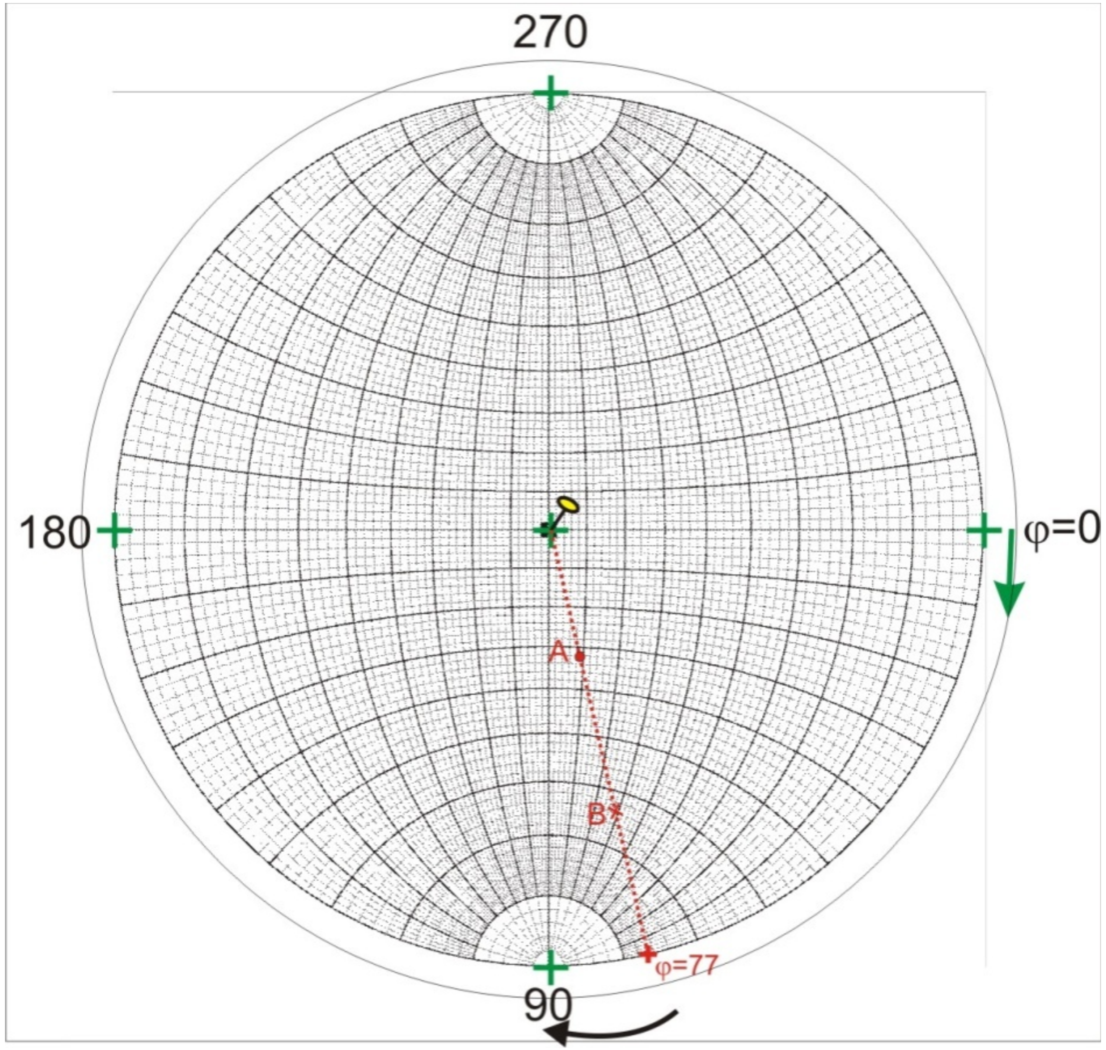
Вращением кальки (не нарушая при этом центрировки) совмещаем нанесенную засечку с любым (лучше ближайшим) из прямых меридианов сетки, имеющих (φ = 0º, φ = 90º, φ = 180º и φ = 270º). В данном случае быстрее всего воспользоваться прямой линией с φ = 90º.



Откладываем координату $\rho_A = 33^o$ от центра сетки по диаметру в сторону засечки. Помним, что линии проведены через 2^o, следовательно, искомая точка будет между линиями. Помним, что грани верхней полусферы ($\rho < 90^o$) и вертикальных граней ($\rho = 90^o$) обозначаются кружками. Наносим небольшой кружок, который является гномостерео-графической проекцией грани *A*, заданной своими сферическими координатами.



Откладываем координату $\rho_B = 113^o$ от центра сетки по диаметру в сторону засечки. Помним, что линии проведены через 2º, следовательно, искомая точка будет также между линиями. Так как координата ρ>90º, то величина угла, превышающая 90º (113º - 90° = 23°), откладывается по этому диаметру, но уже в обратном направлении – от окружности к центру круга. Грань обозначается крестиком, так как принадлежит нижней полусфере.

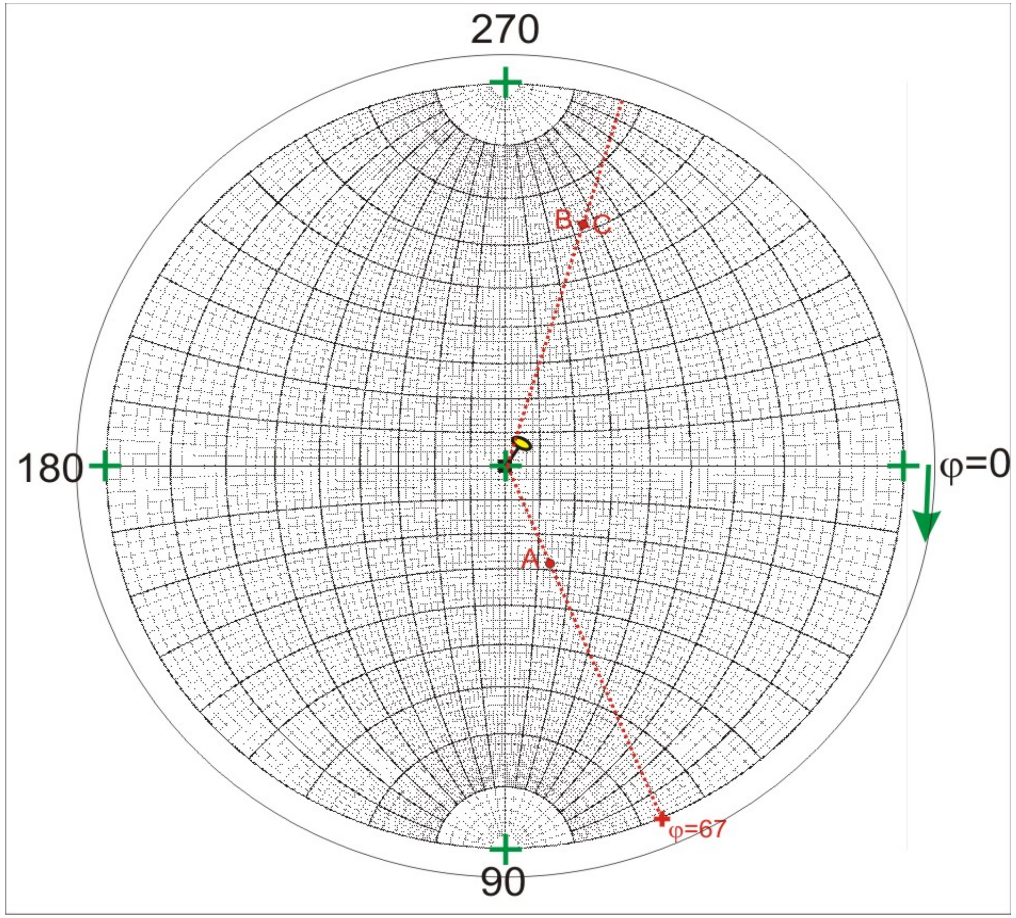


Каждой нанесенной точке (грани) присваивается номер или буквенное обозначение. После этого не забываем вернуть кальку в исходное положение, используя опорные риски. Задача решена.

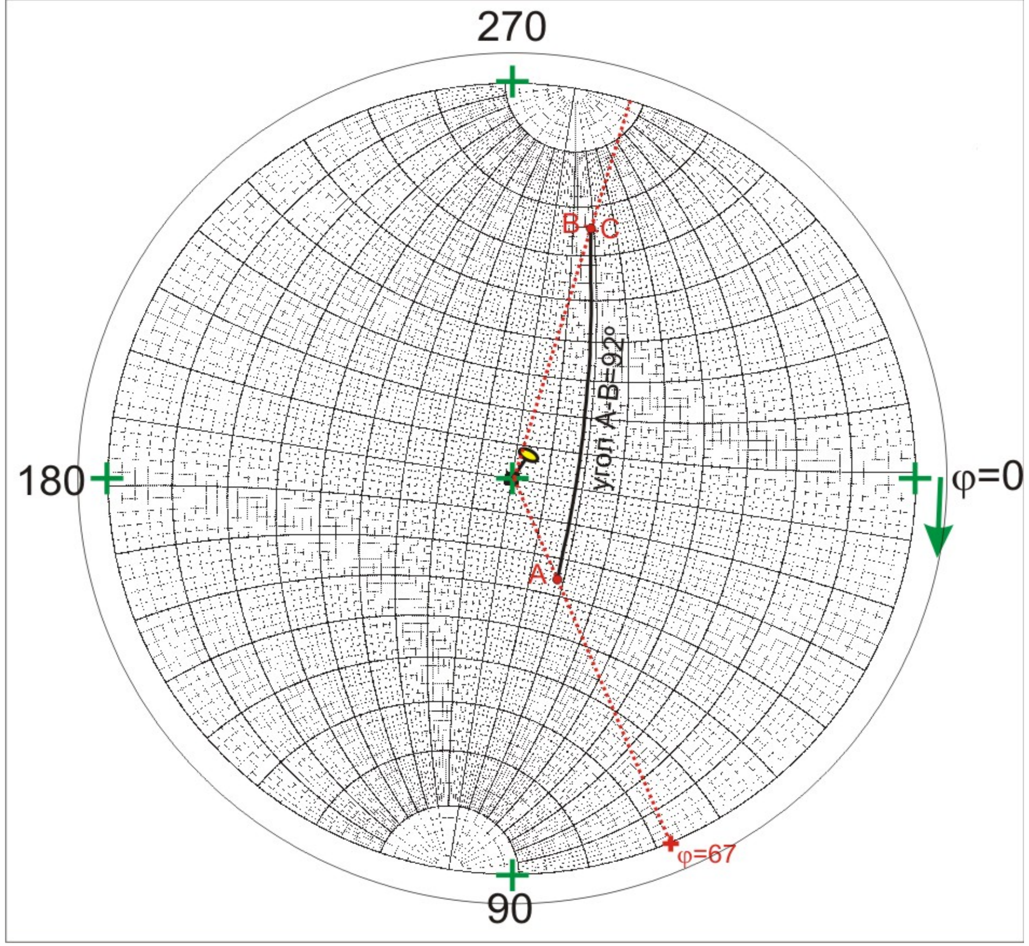
Задача 2.

Измерение угла между точками, заданными своими сферическими координатами φ^o и ρ^o:

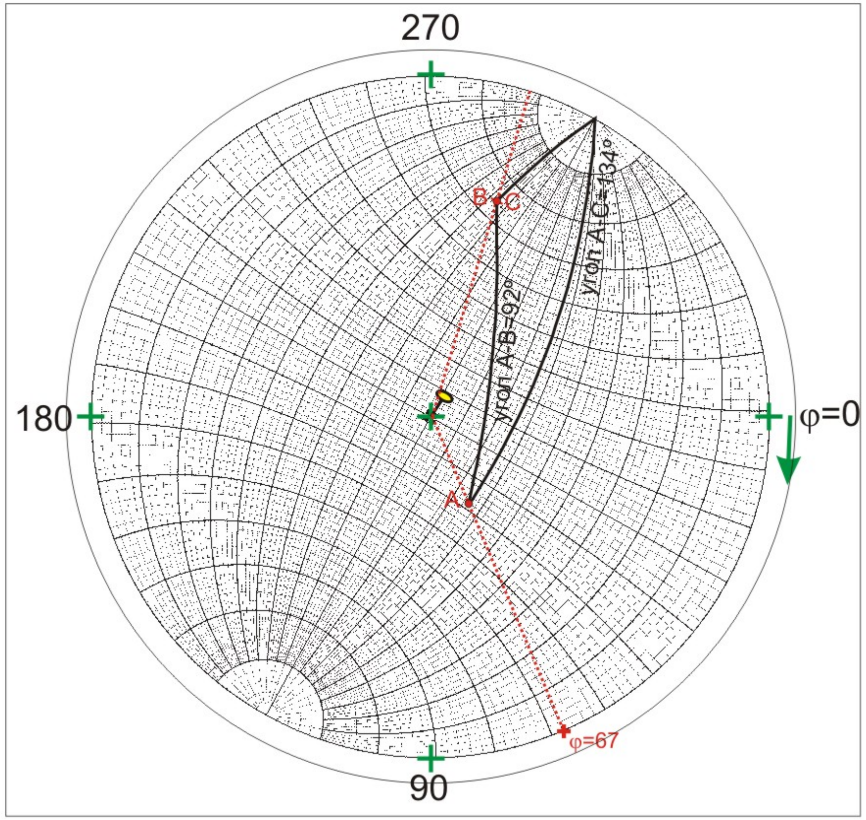
A (67º, 31º), B (287º, 67º)
и A (67º, 31º), C(287º, 113º).



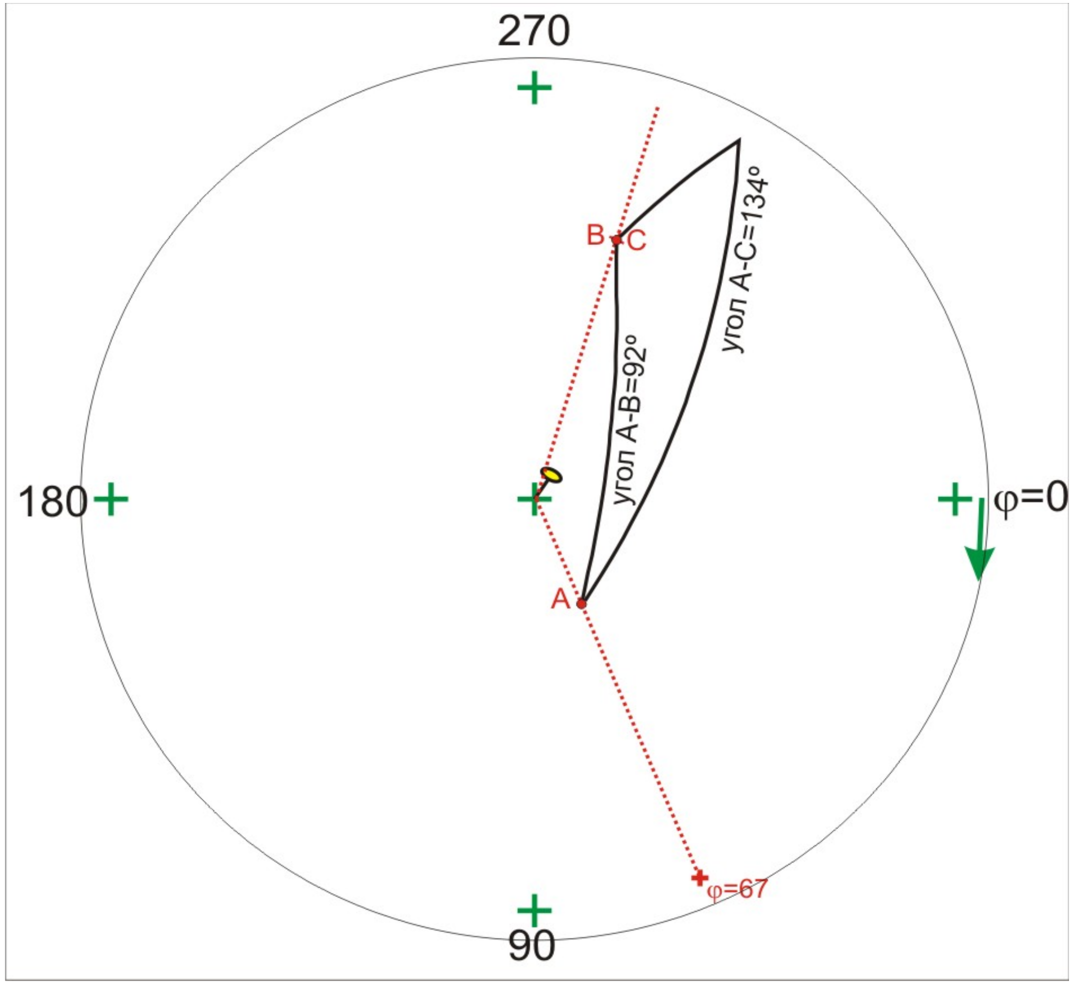
Помещаем сверху на трафарет лист кальки и фиксируем центр круга иголкой. Рисками на кальке обозначаем пересечения прямых меридианов ($\varphi = 0^o$, $\varphi = 90^o$, $\varphi = 180^o$ и $\varphi = 270^o$) с экватором ($\rho = 90^o$). По схеме, приведенной ранее, наносим положения точек *A*, *B* и *C*. Возвращаем кальку в исходное положение.



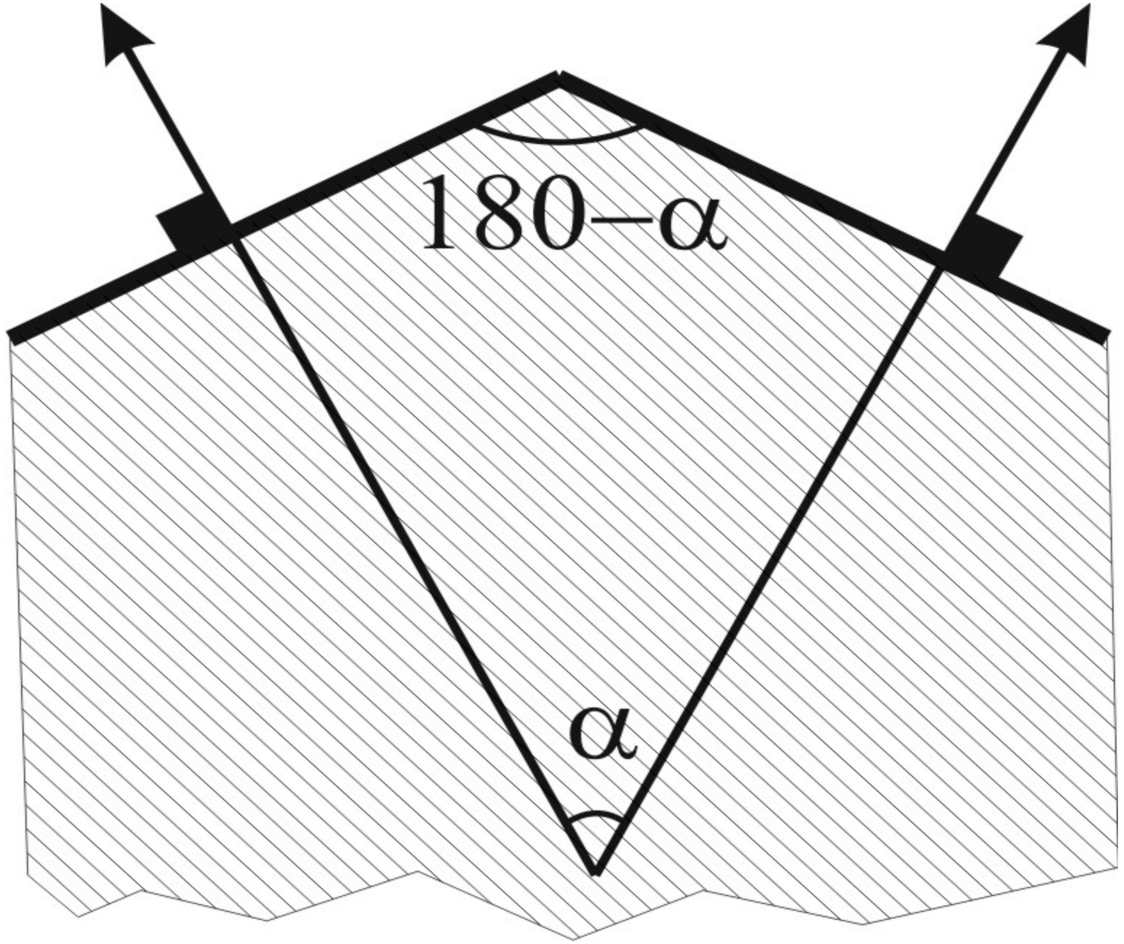
Вращением кальки точки *A* и *B* выводятся на один меридиан. Поскольку значения координат ρ° для обеих точек будут меньше 90º, то точки принадлежат одной (верхней) полусфере. Отсчет угла между точками производится по отрезку меридиана сетки Вульфа, заключенного между ними. Рисуем карандашом эту дугу.



Поскольку точки *A* и *C* принадлежат разным полусферам, то их необходимо вращением кальки вывести на два симметричных меридиана сетки. Из двух возможных углов (дающих в сумме 360°) выбирают, естественно меньший, который равен в данном случае 134°. Рисуем карандашом эту дугу.



Возвращаем кальку в исходное положение, используя опорные риски. Подписываем на дугах величины углов. Смотрим на наше творчество на кальке, убрав сетку Вульфа.



Важно! Следует иметь в виду, что если две точки (например, *A* и *B*) являются гномостереографическими проекциями граней, то угол α = 134º между ними не что иное, как угол между нормалями к этим граням.

Угол же между самими гранями соответствует дополнительному углу, т. е. 180° - α (рис). В нашем случае угол между гранями (измеренный прикладным гониометром) *A* и *B* составит

180º - 134º = 46º.

Задание на дом. (Бонус к интерактивной зачетной оценке)

Используя сетку Вульфа, как стереографическую проекцию Земли, отметьте на ней положение **любых** 4 географических объектов из следующего списка (убедительная просьба брать разные):

Город	Широта	Долгота	Город	Широта	Долгота
Лондон	51,51° с.ш.	0°	Душанбе	38,57° с.ш.	68,79° в.д.
Мехико	19,49° с.ш.	99,14° з.д.	Москва	55,76° с.ш.	37,62° в.д.
Дели	28,67° с.ш.	77,22° в.д.	Пекин	39,91° с.ш.	116,40° в.д.
Сидней	33,86° ю.ш.	151,21° в.д.	Мирный (Антарктида)	66,93° ю.ш.	93,01° в.д.
Южный полюс	90° ю.ш.	-	Северный полюс	90° с.ш.	-
Буэнос-Айрес	34,60° ю.ш.	58,38° з.д.	Санкт-Петербург	59,95° с.ш.	30,32° в.д.
Токио	35,69° с.ш.	139,69° в.д.	Мельбурн	37,82° ю.ш.	144,96° в.д.
Сан-Франциско	37,77° с.ш.	122,43° з.д.	Кейптаун	33,92 ю.ш.	18,48° в.д.

При помощи сетки Вульфа определите 6 расстояний по поверхности Земного шара между четырьмя возможными пунктами, считая радиус Земли равным 6350 км.

Что надо иметь в виду

1) Аккуратно преобразовать географические координаты в кристаллографические

2) Выполнить страшный математический расчет по определению длины в километрах 1 градуса по поверхности Земного шара

3) Задание присылается на demina0aa@ya.ru