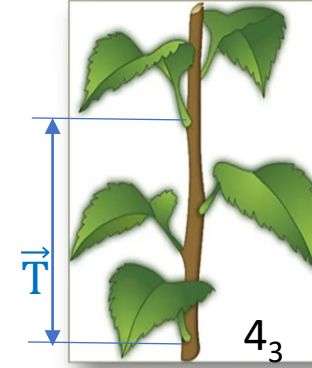
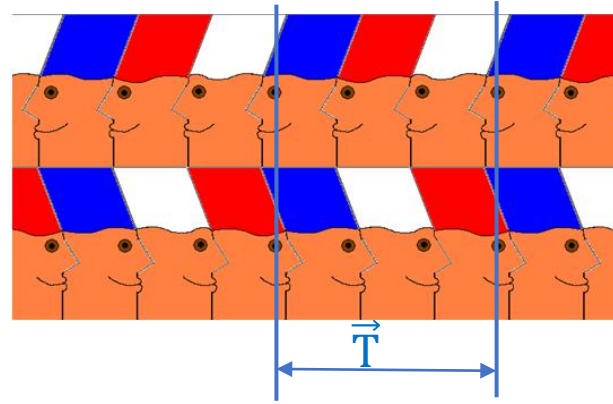


Семинар 2 МИКРОСИММЕТРИЯ

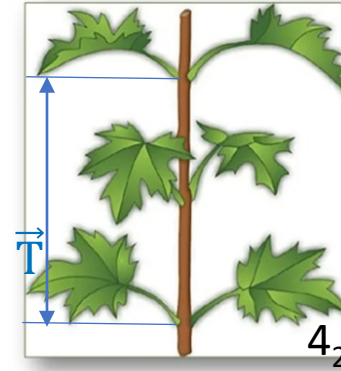
1. Открытые элементы симметрии. Операции симметрии, содержащие трансляции.
2. Способы представления открытых элементов и операций симметрии
3. Взаимодействие открытых элементов симметрии.

Открытые элементы симметрии:



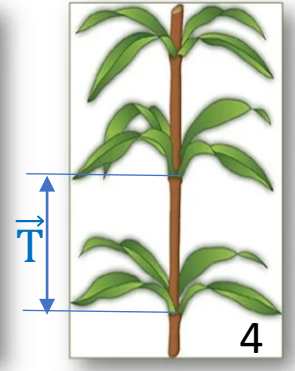
Очередное
(спиральное)

Береза
Липа
Дуб



Супротивное

Сирень
Клен
Крапива



Мутовчатое

Вороний
глаз
Олеандр
Элодея
Барбарис

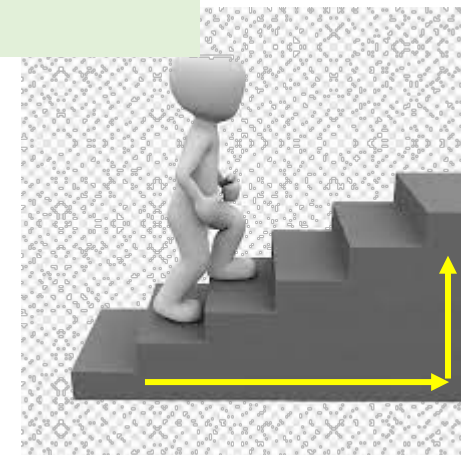
Трансляция

Плоскости скользящего отражения



Винтовые оси

Клиноплоскости

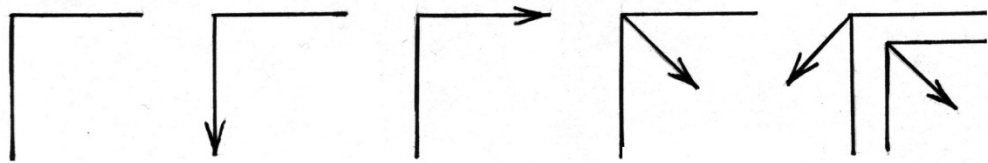


ОТКРЫТЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИММЕТРИИ. СЛОЖНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ. ПЛОСКОСТИ

№	Эл. симм	Гр. знак	I/II род	Низш/вышш	Вел. симм.	Операции симметрии	Матрицы операций симметрии
1	a		II	Низш.	2	$\{e, a\}$	$ \begin{matrix} a_y & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} $
2	b		II	Низш.	2	$\{e, b\}$	$ \begin{matrix} b_x & \begin{matrix} \bar{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} $
3	c		II	Низш.	2	$\{e, c\}$	$ \begin{matrix} c_y & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} $
4	n		II	Низш.	2	$\{e, n\}$	$ \begin{matrix} n_y & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} $
5	d		II	Низш.	2	$\{e, d\}$	$ \begin{matrix} d_y & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{matrix} $

Плоскости скользящего отражения

Клиноплощкости



Открытые элементы симметрии: Плоскости скользящего отражения и клиноплоскости

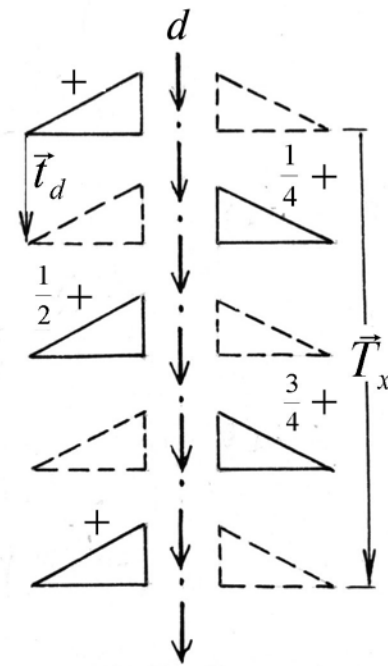
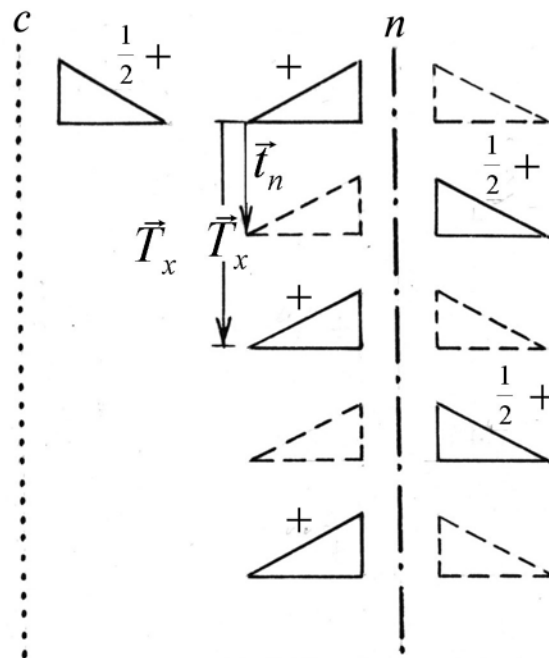
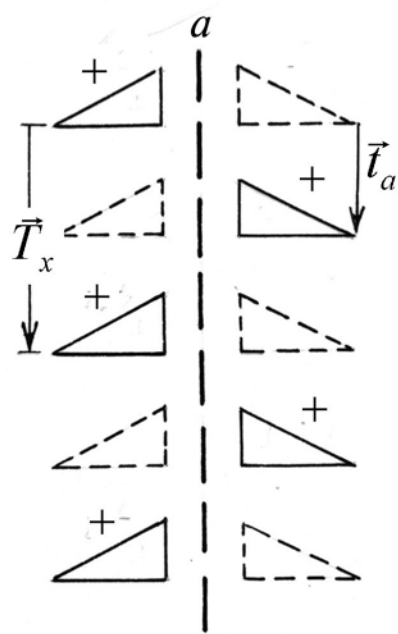
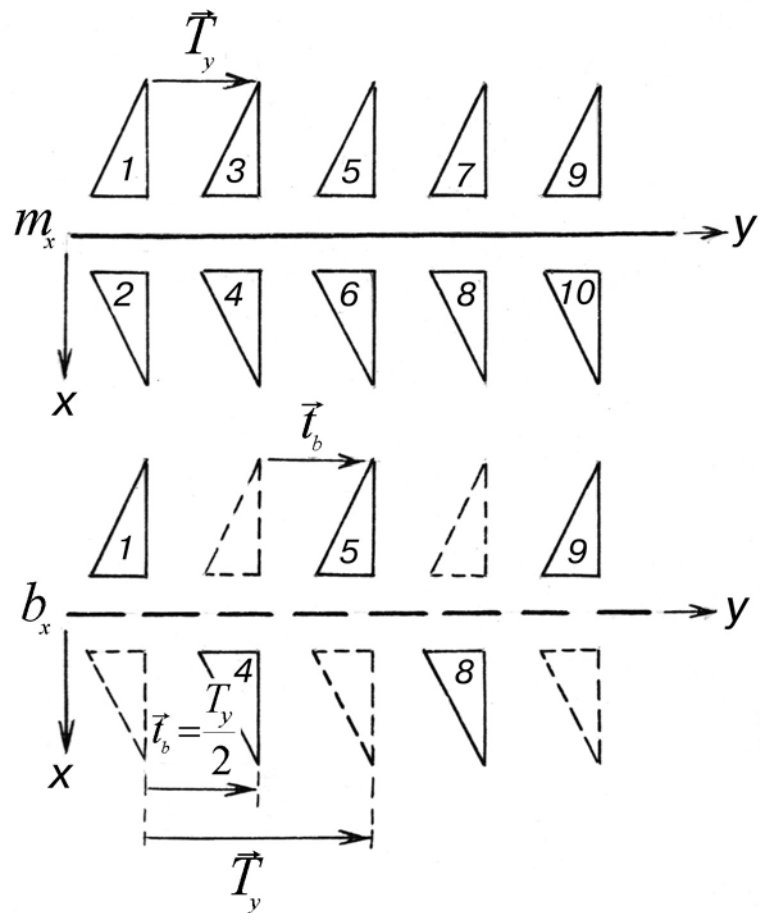


Иллюстрация действия осей 6-ого порядка.

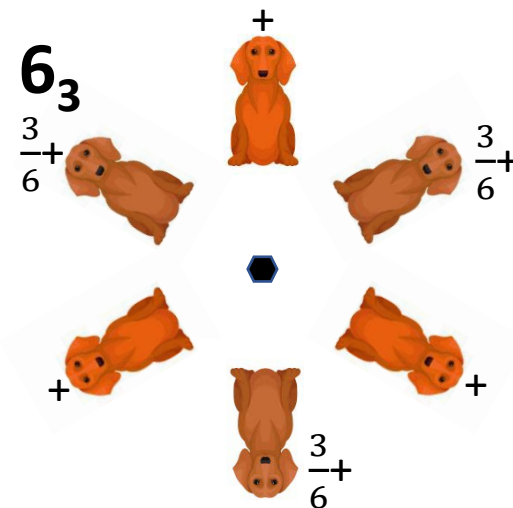
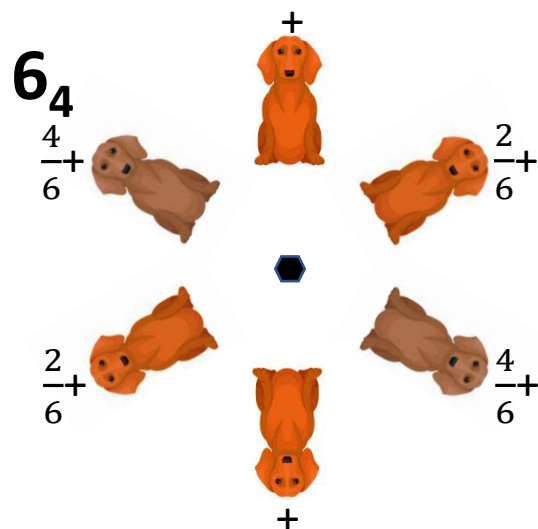
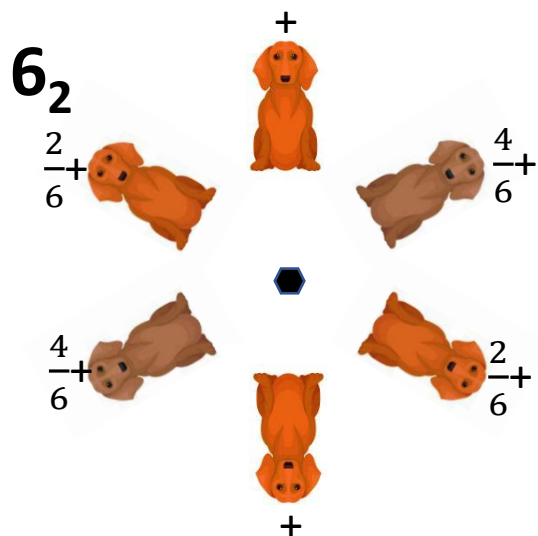
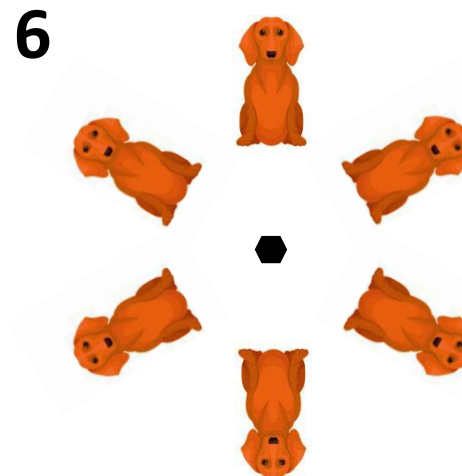
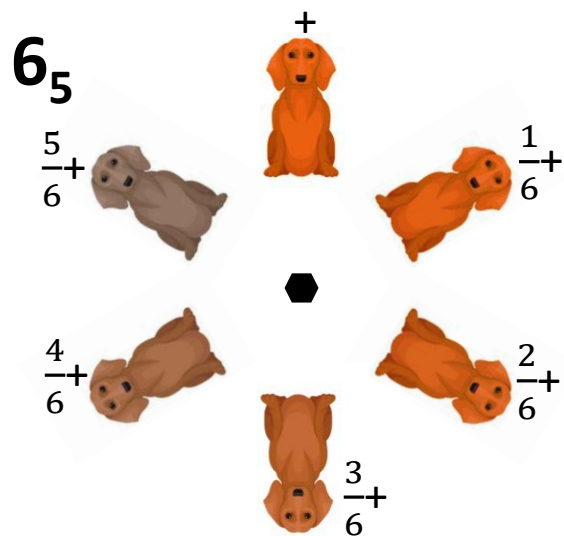
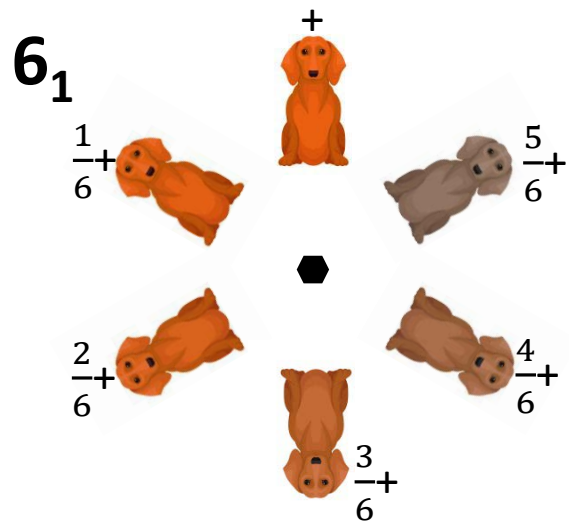


Иллюстрация действия плоскостей, перпендикулярных оси y

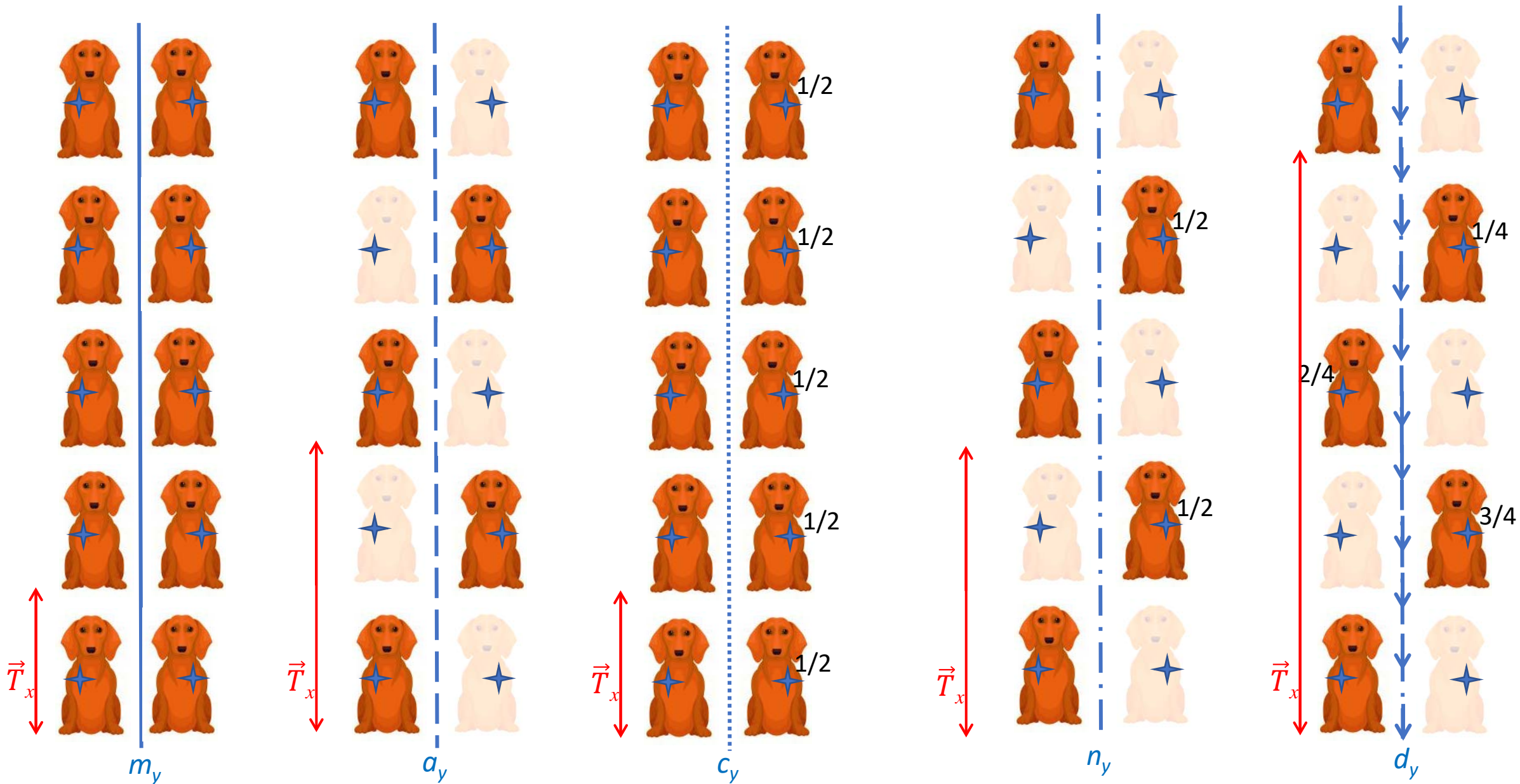


Иллюстрация действия плоскостей, перпендикулярных оси z

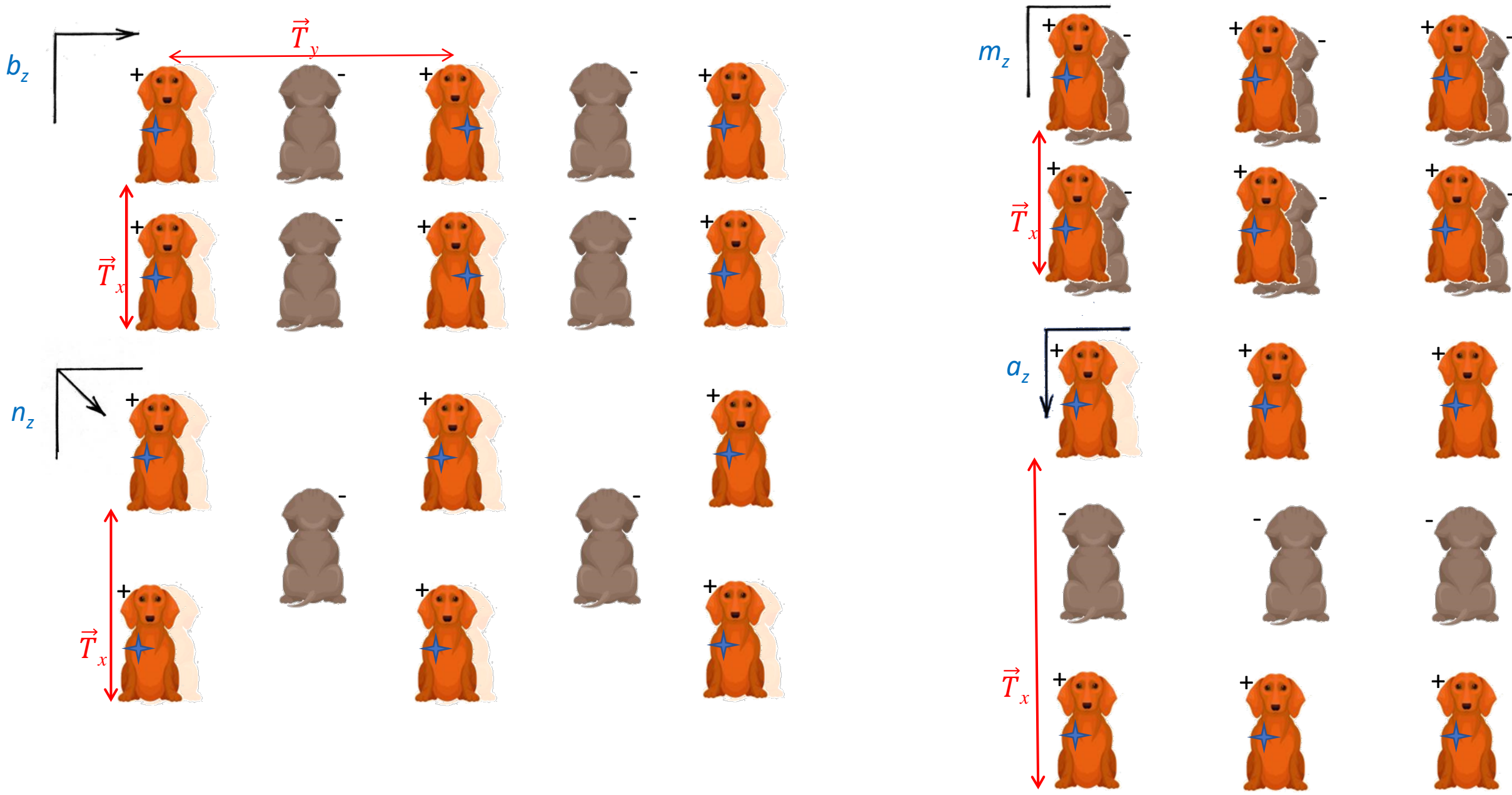
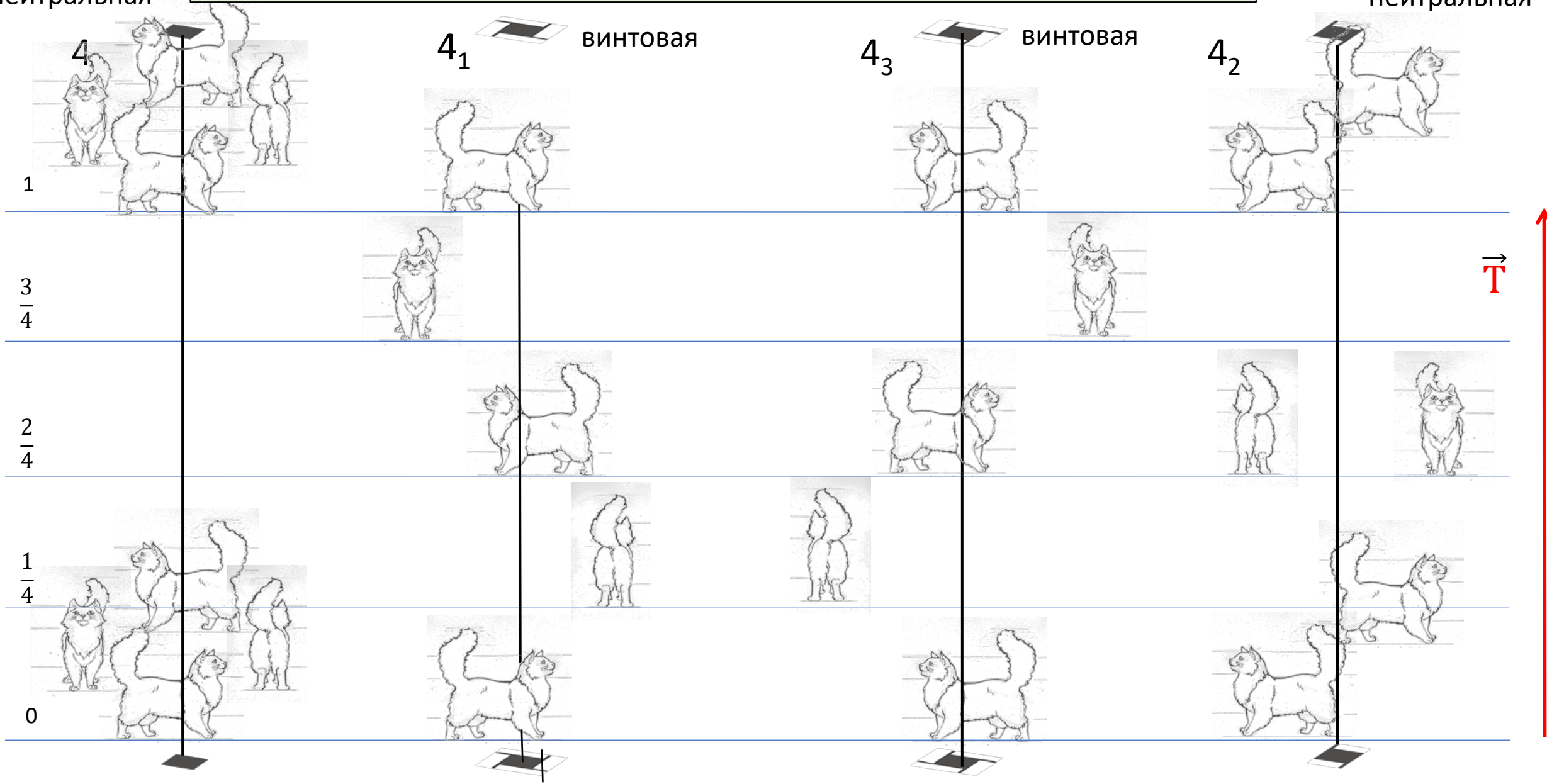


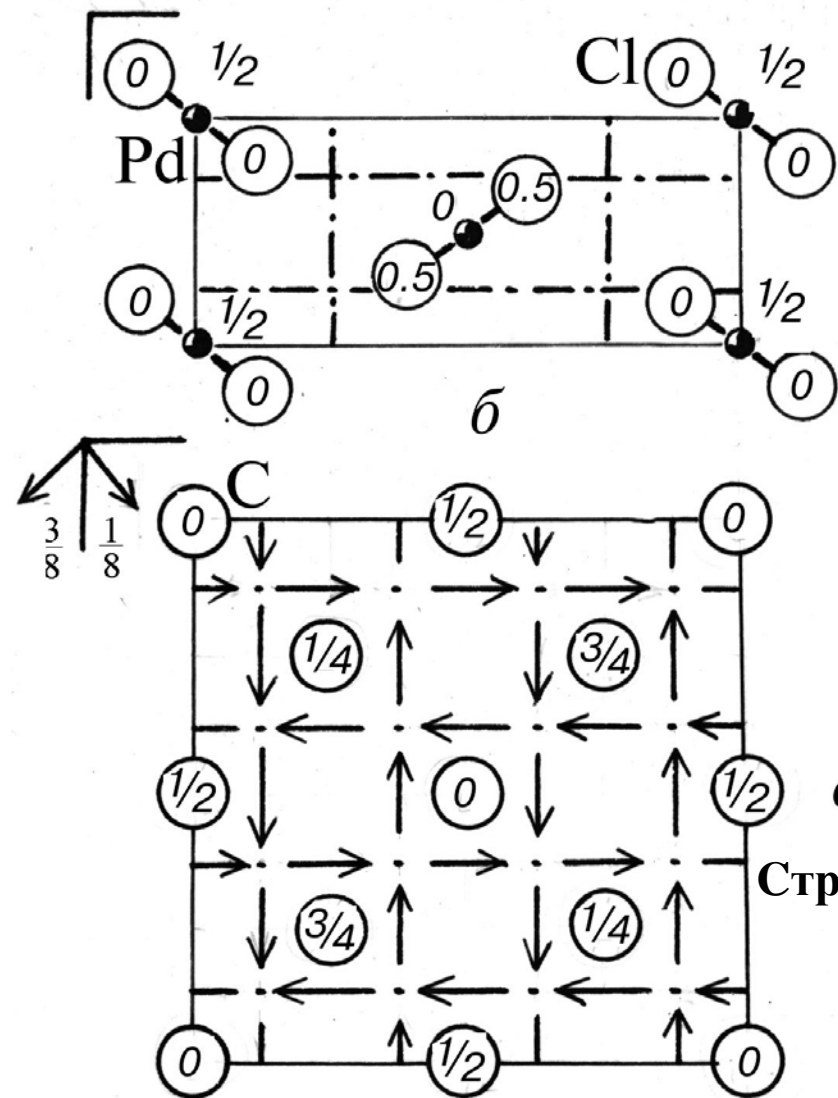
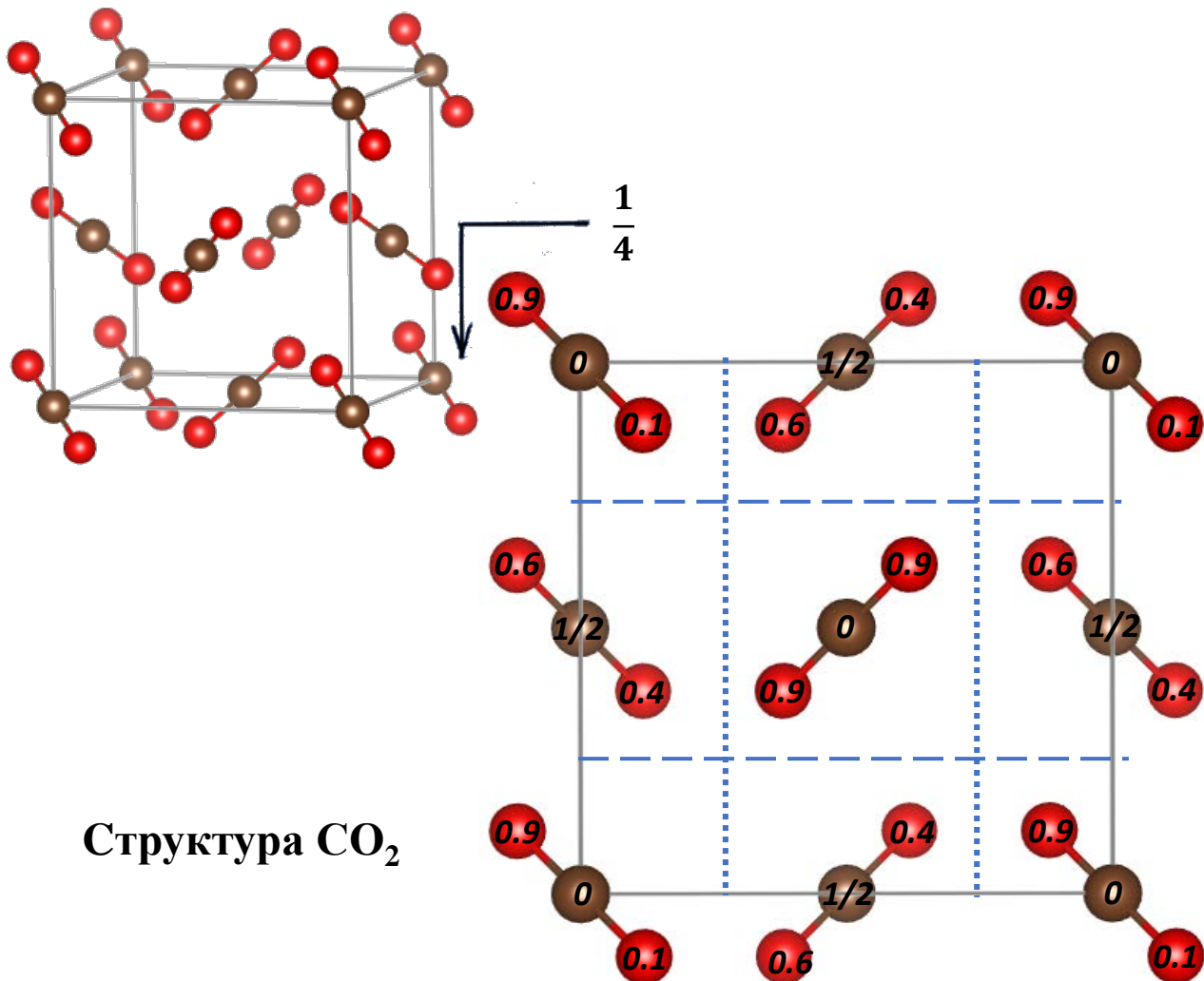
Иллюстрация действия осей 4-ого порядка.

нейтральная

нейтральная

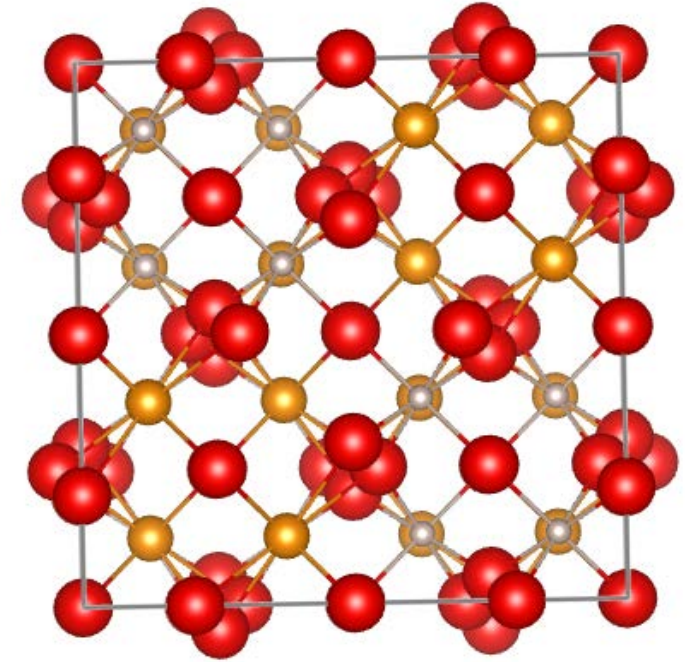
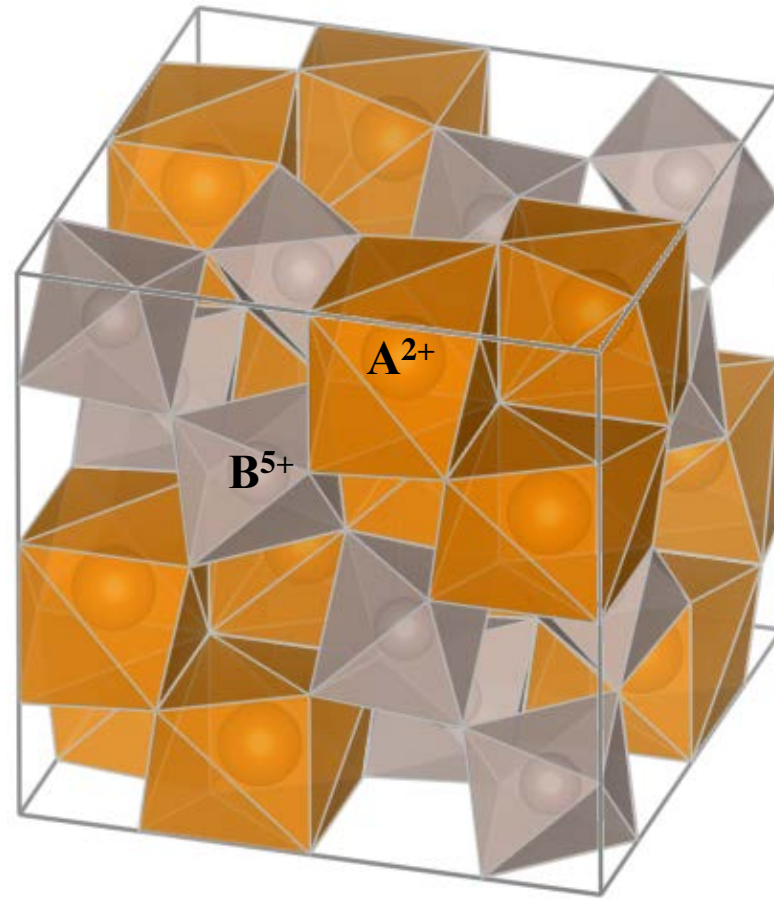
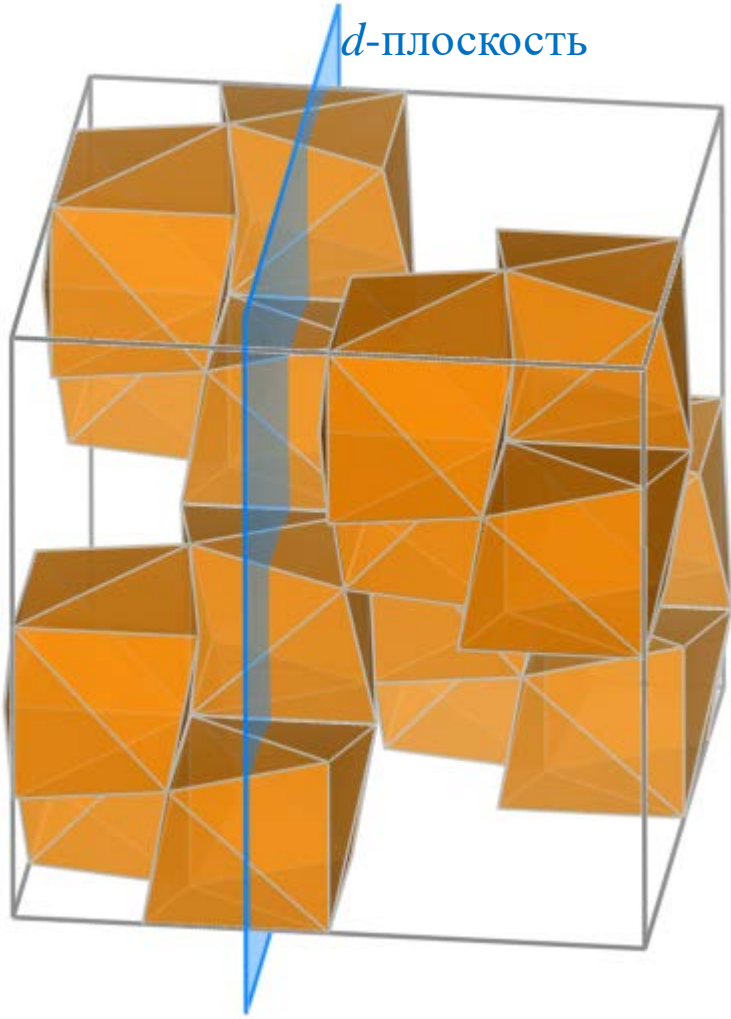


Примеры структур с плоскостями скользящего отражения и клиноплоскостями



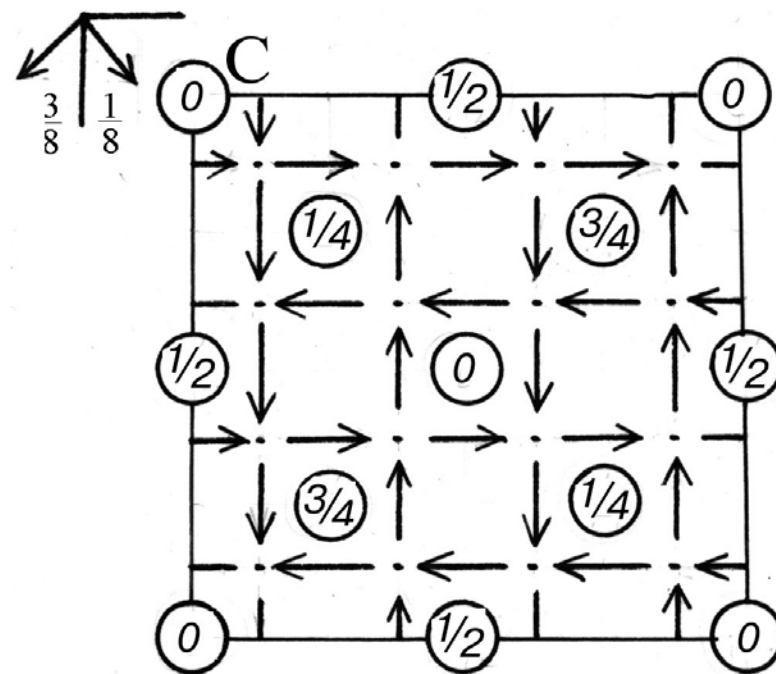
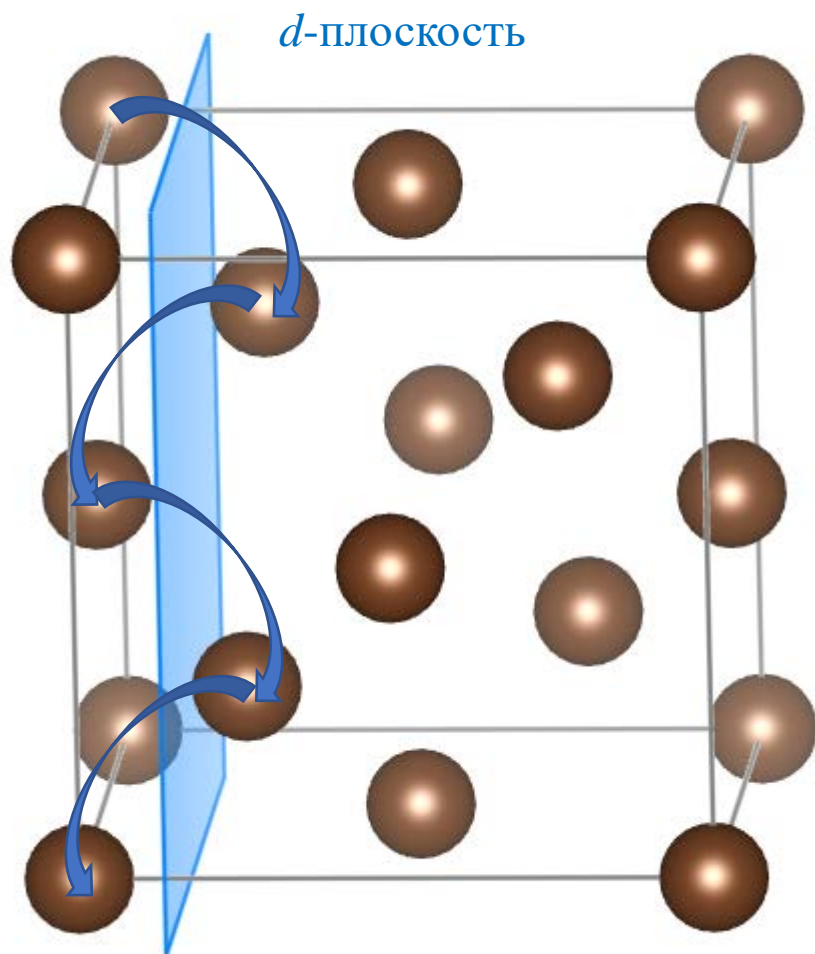
Примеры структур с плоскостями скользящего отражения и клиноплоскостями

d-плоскость



Структура пироклора $A^{2+}_2B^{5+}_2O_7$

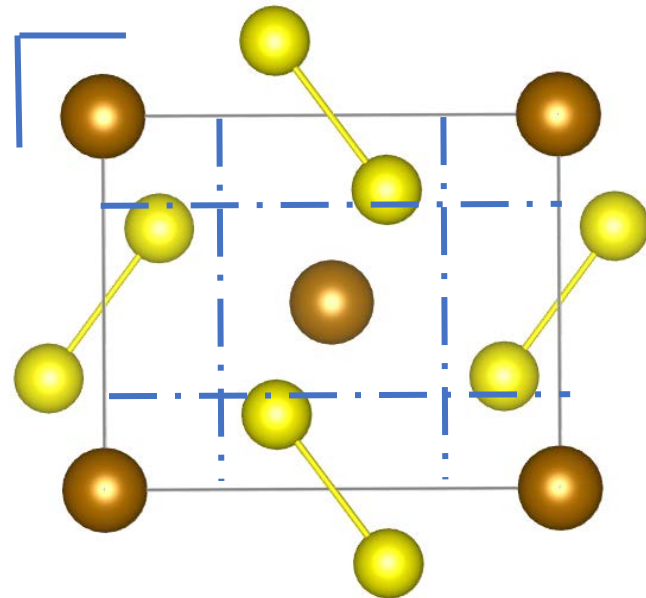
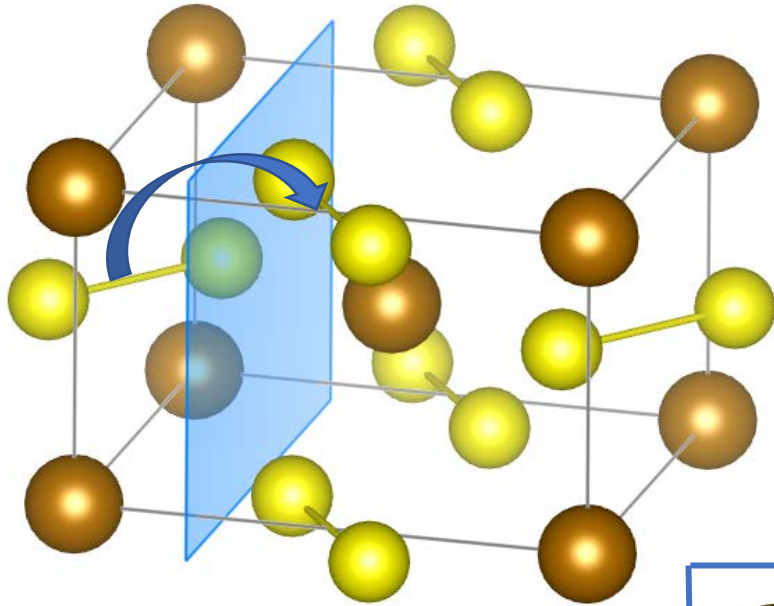
Примеры структур с плоскостями скользящего отражения и клиноплоскостями



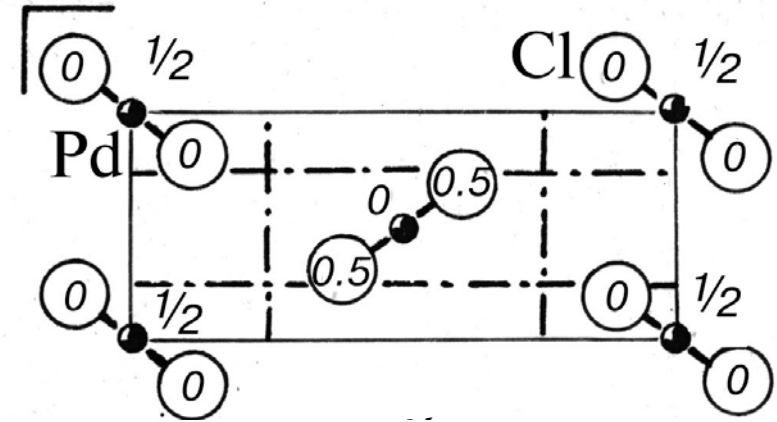
Структура алмаза

Примеры структур с плоскостями скользящего отражения и клиноплоскостями

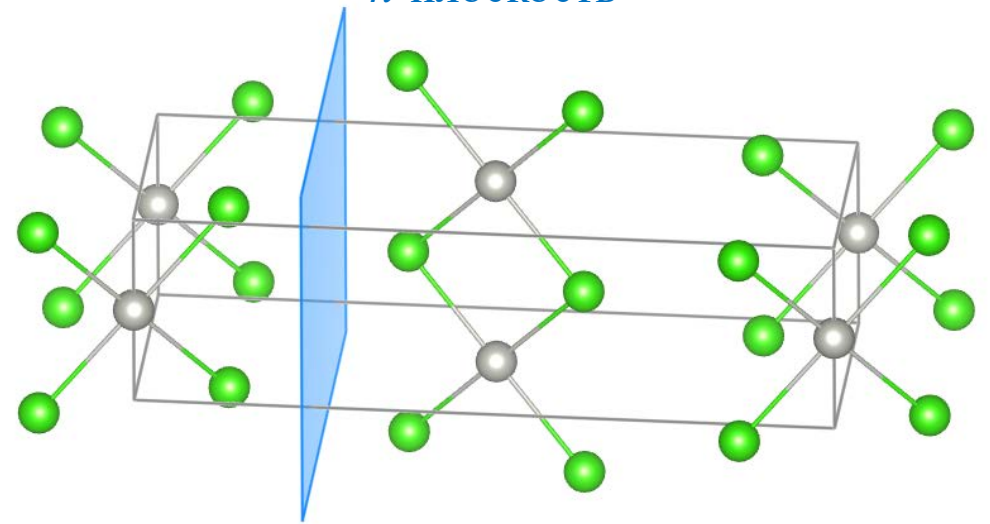
n-ПЛОСКОСТЬ



Структура марказита $Pnnt$



n-ПЛОСКОСТЬ



Структура $PdCl_2$ $Pnnt$

Взаимодействие элементов симметрии и трансляции.

Трансляция
перпендикулярная
элементу
симметрии

*Переносит элемент
симметрии в центр
 n -угольника,
построенного на
этой трансляции*

Трансляция
параллельная
элементу
симметрии

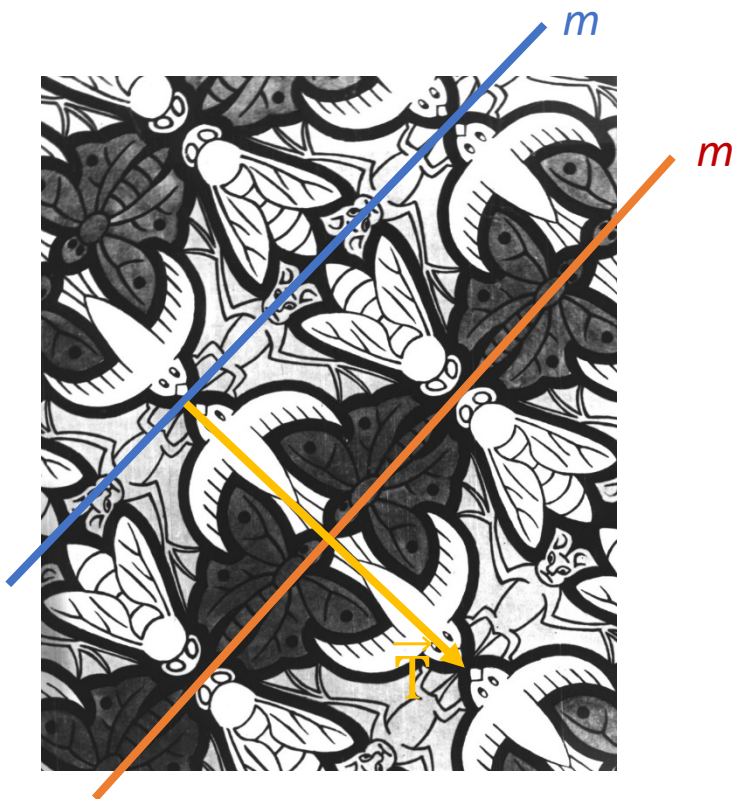
*Меняет характер
элемента симметрии*

Трансляция,
косо расположенная
к элементу
симметрии

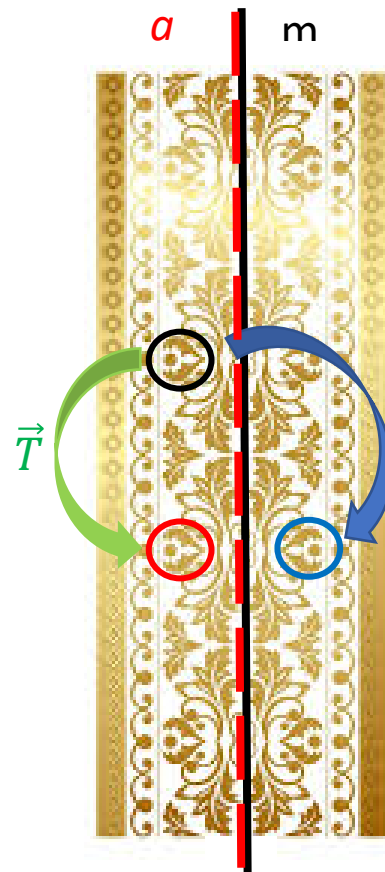
*Переносит элемент
симметрии в центр
 n -угольника,
построенного на
этой трансляции и
меняет его характер*

Взаимодействие различных плоскостей с трансляцией

Трансляция
перпендикулярная
плоскости

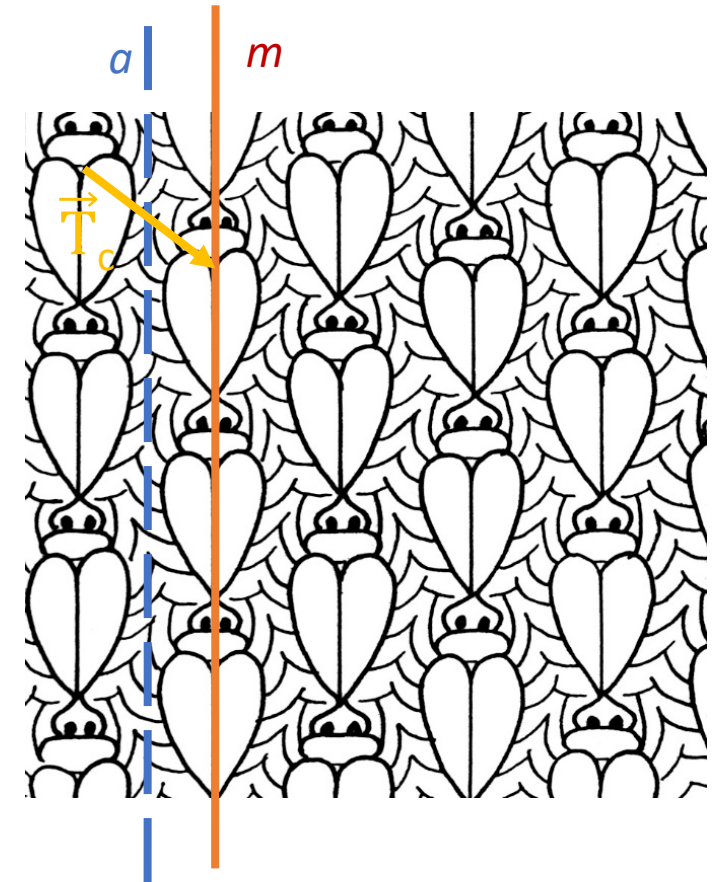


Трансляция
параллельная
плоскости



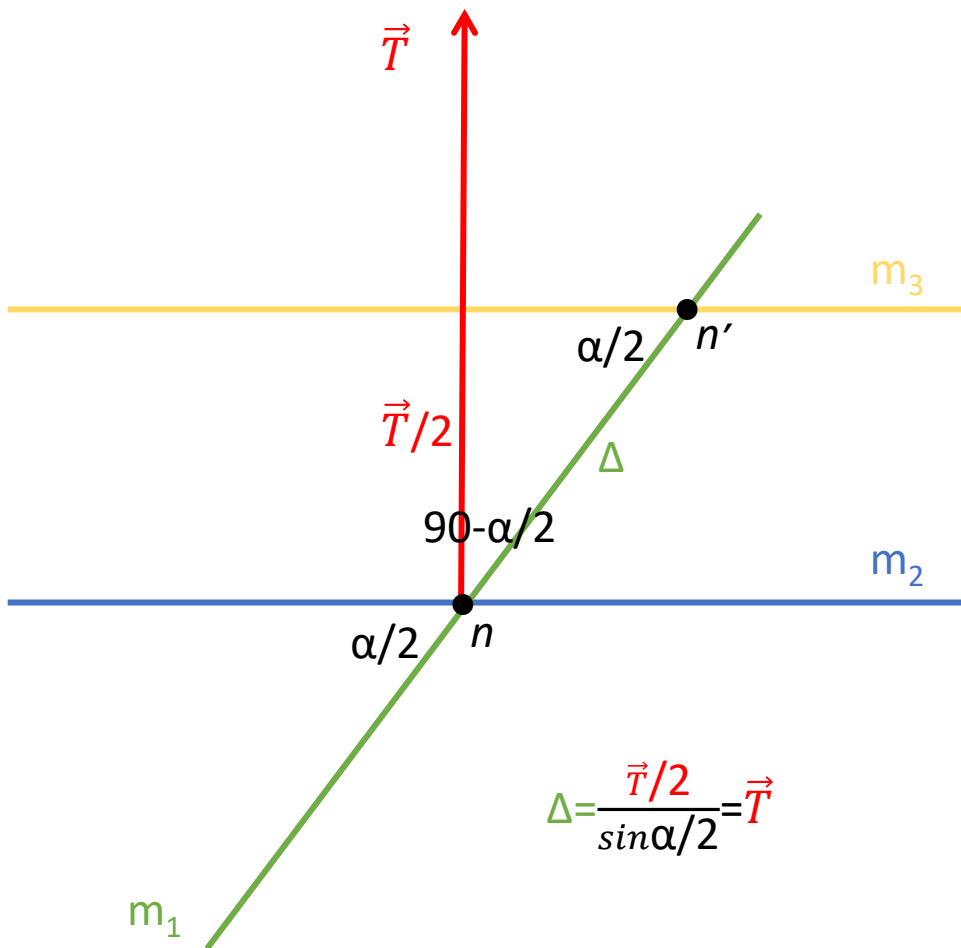
$$m + \vec{T} = a$$

Трансляция,
косо расположена к
плоскости



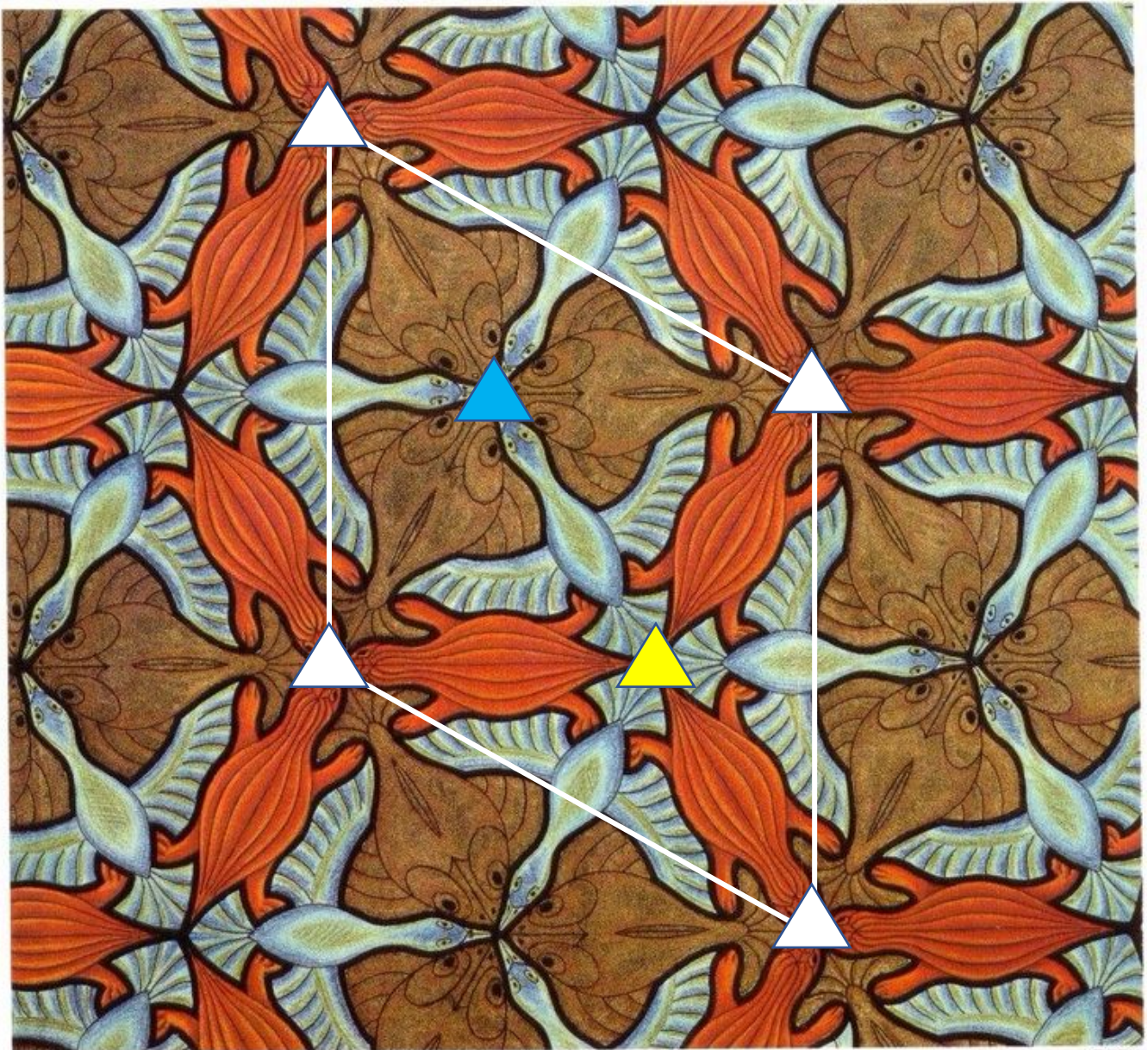
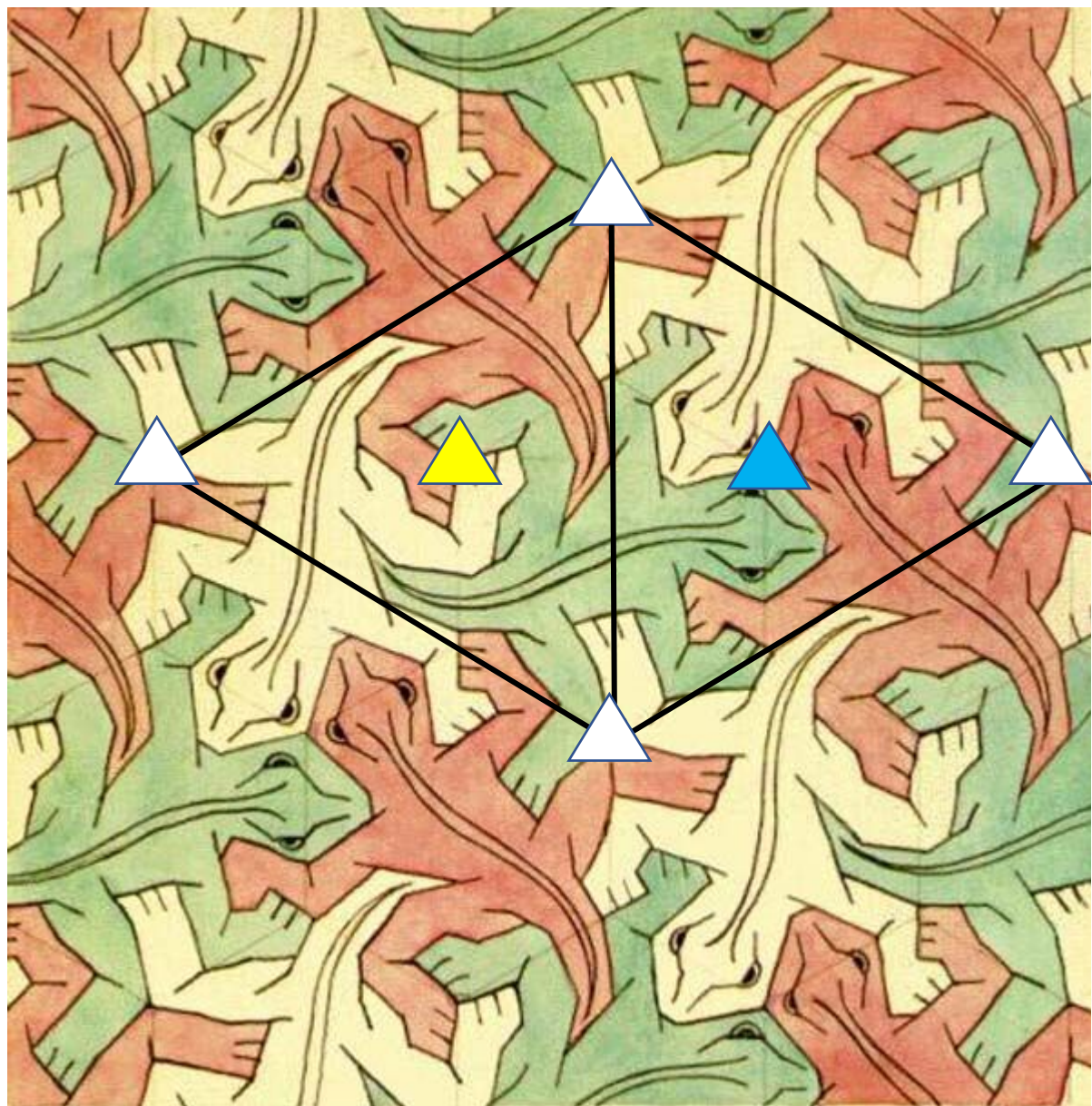
Трансляция перпендикулярная оси симметрии

$$n \bullet \vec{T} = (m_1 \bullet m_2) \bullet (m_2 \bullet m_3) = m_1 \bullet m_3$$



$$\Delta = \frac{\vec{T}/2}{\sin \alpha/2} = \vec{T}$$

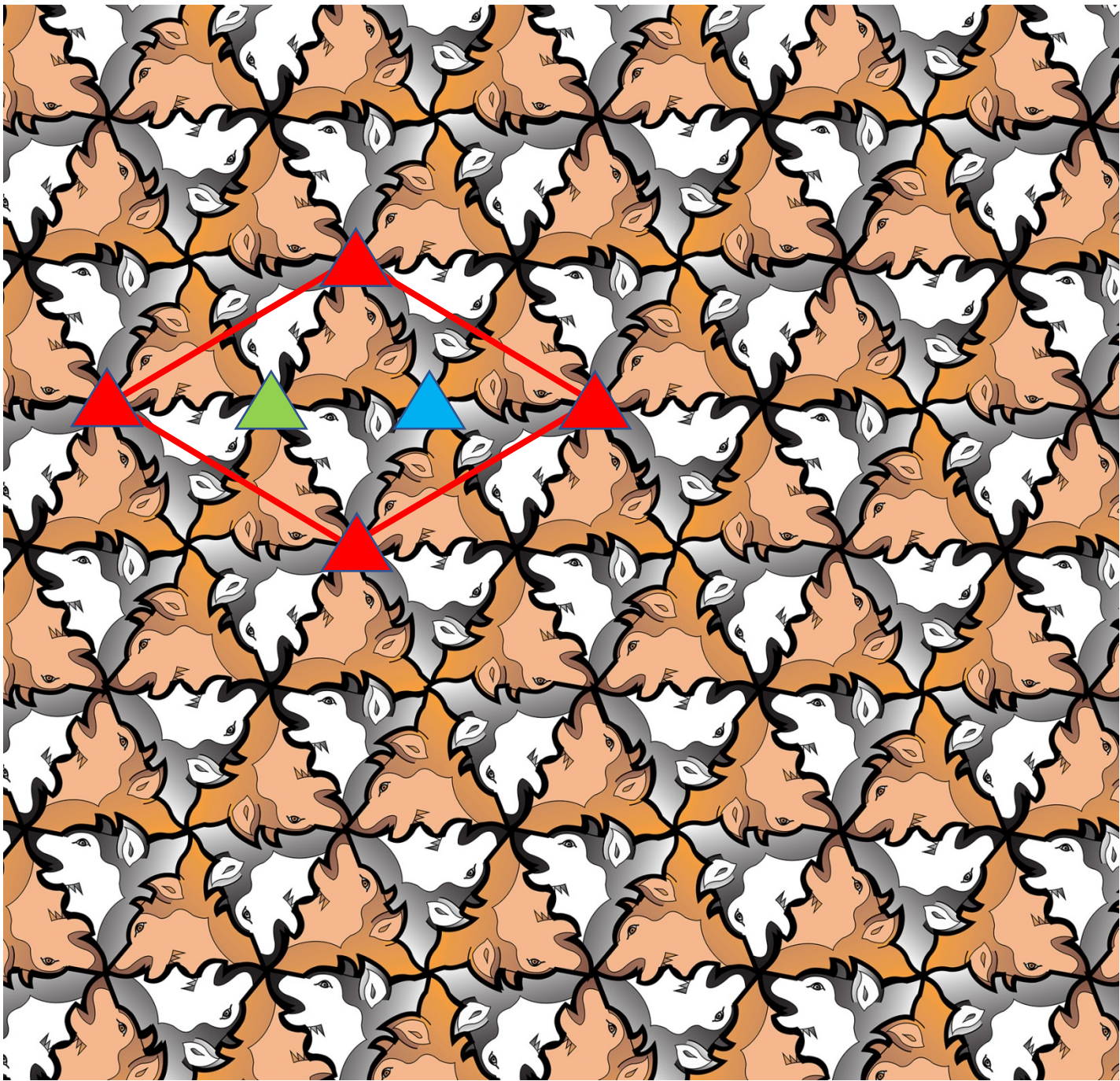
Ось	α	Δ	$90 - \alpha/2$	
6	60°	$\frac{\vec{T}/2}{\sin 30^\circ} = \vec{T}$	60°	
4	90°	$\frac{\vec{T}/2}{\sin 45^\circ} = \vec{T}/\sqrt{2}$	45°	
3	120°	$\frac{\vec{T}/2}{\sin 60^\circ} = \vec{T}/\sqrt{3}$	30°	
2	180°	$\frac{\vec{T}/2}{\sin 90^\circ} = \vec{T}/2$	0°	



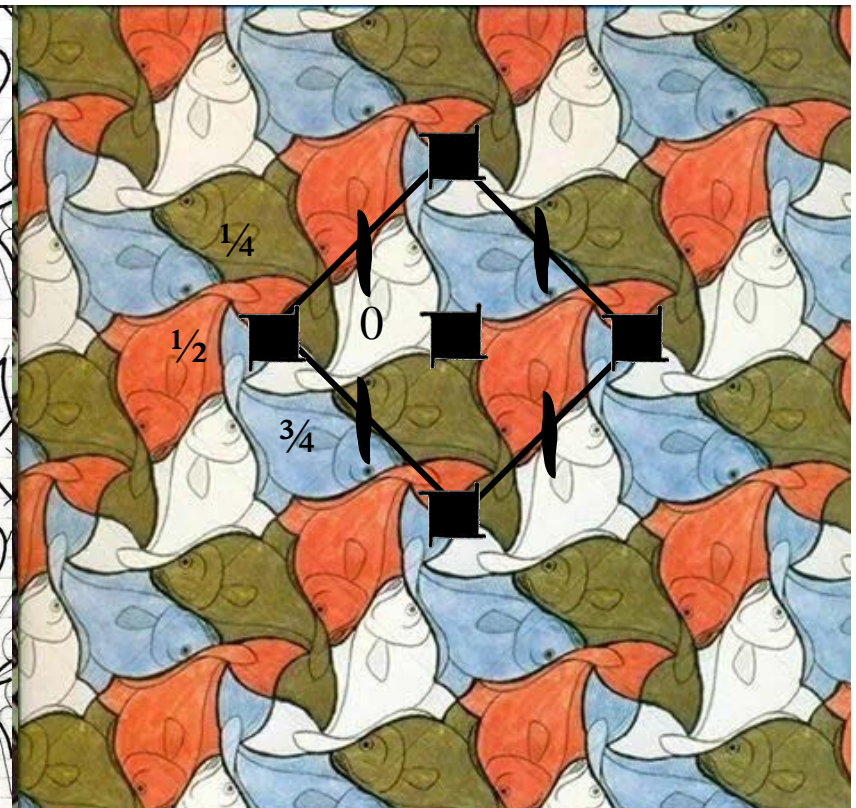
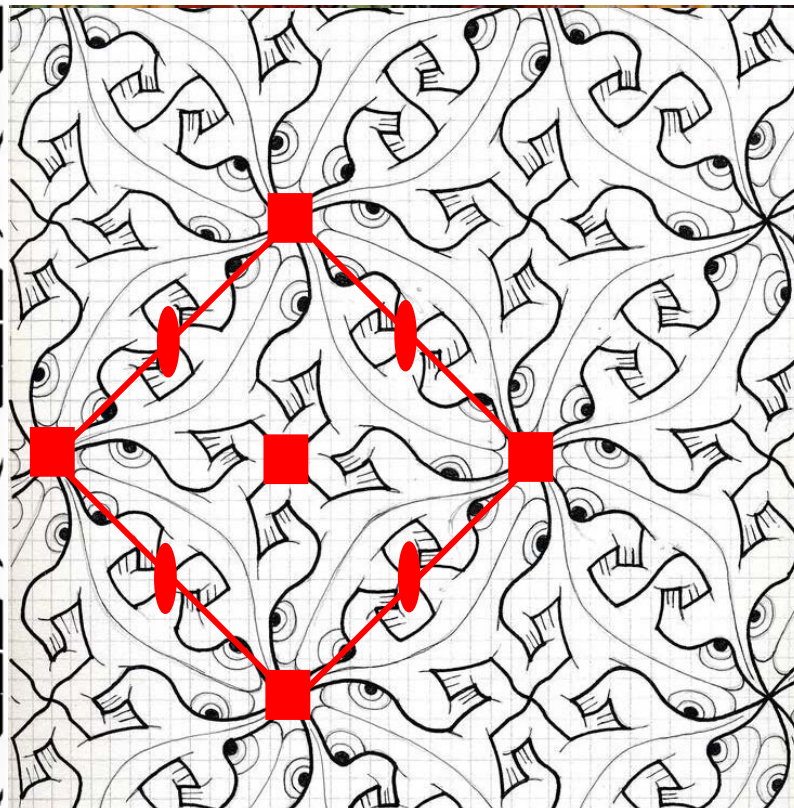
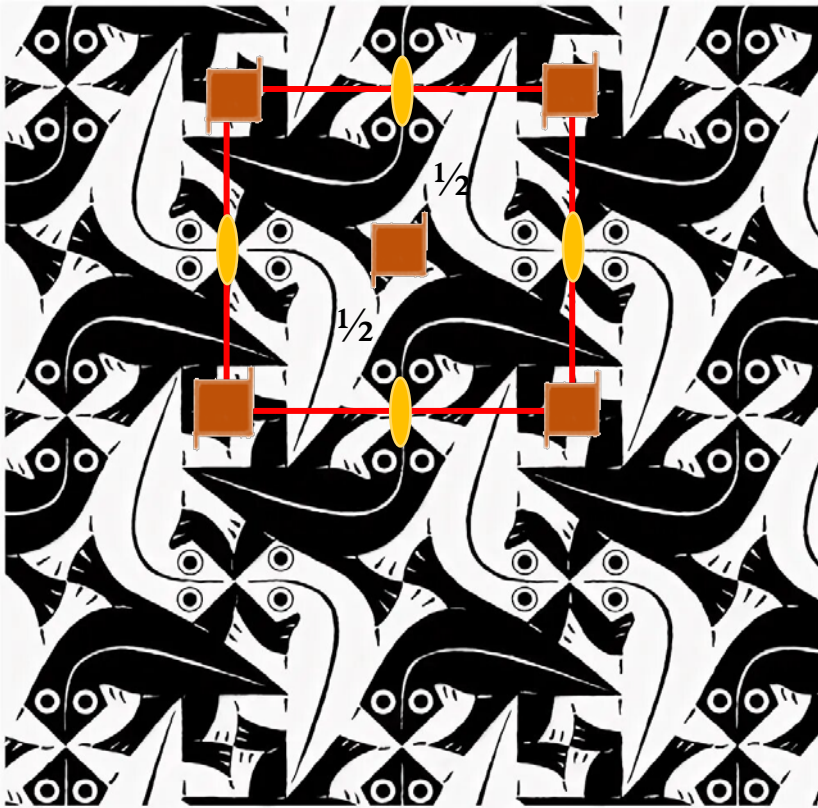








Паркетты художника М.Эшера могут иллюстрировать поворотные и винтовые оси 4-ого порядка, если цвету объектов придать значение координаты высоты z (высоты).



Ось 4_2 : представим, что черная ящерица находится на высоте 0, а белая на высоте $\frac{1}{2}$. В центре ребер выбранной ячейки - ось 2.

Ось 4: Все ящерицы одного цвета, следовательно, на одной высоте. В центре ребер выбранной ячейки - ось 2

Ось 4_1 (или 4_3): представим, что рыбки разных цветов находятся на разных высотах: 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$. Тогда на центрах ребер ячейки – винтовая ось 2_1^{21}

Взаимодействие плоскостей зеркального отражения, плоскостей скользящего отражения и клиноплоскостей

При взаимодействии микроплоскостей необходимо учитывать взаимодействие не только операций отражения, но и их вложенных трансляционных составляющих.

Порядок оси, возникающей в результате пересечения плоскостей зависит только от угла пересечения: $n = 360^\circ / 2 \times \lambda$

Элементарный угол поворота равен удвоенному углу пересечения между плоскостями. Характер и положение возникающей оси (поворотная или винтовая) зависит от взаимодействия трансляционных компонент.

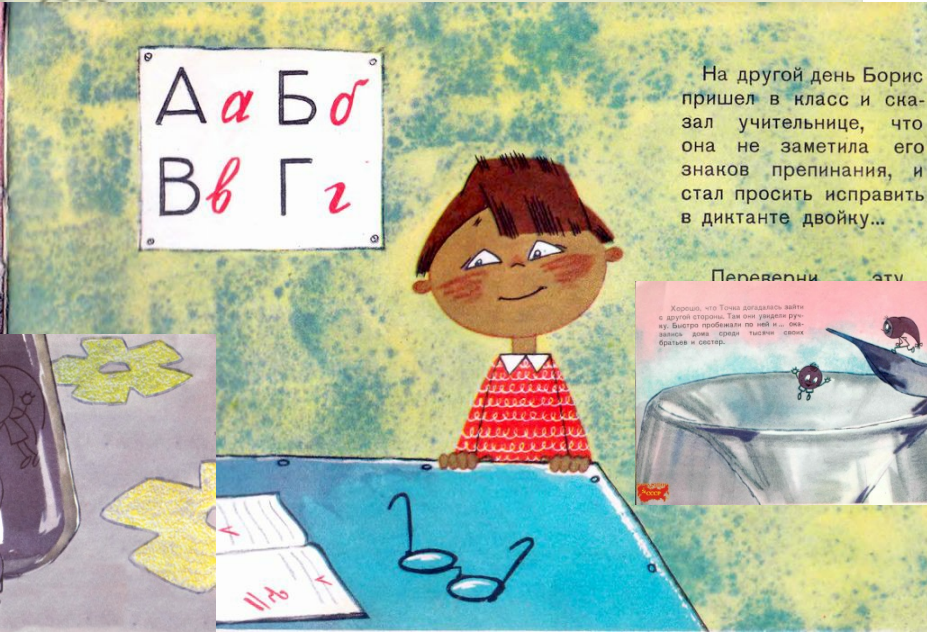
Кристаллографически нетривиальные варианты:



Поговорим об этом в другой раз

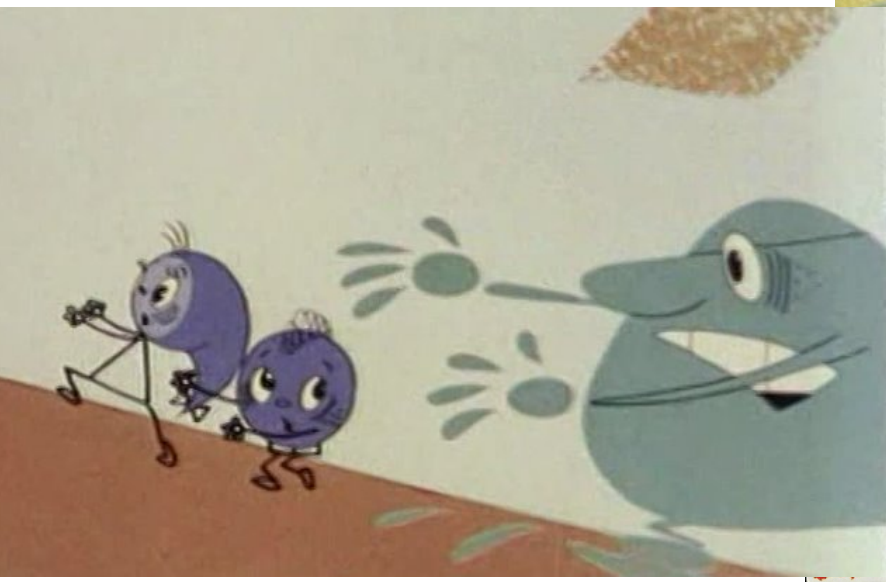
Приключения запятой и точки

в микромире

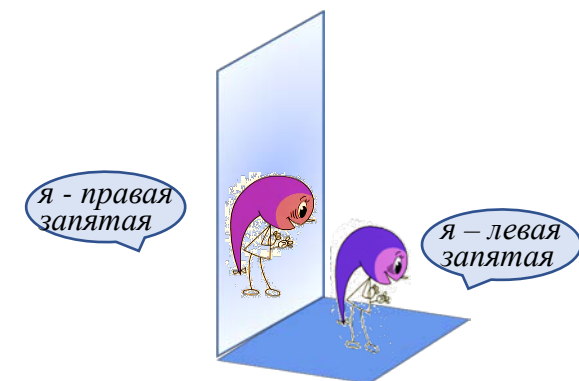
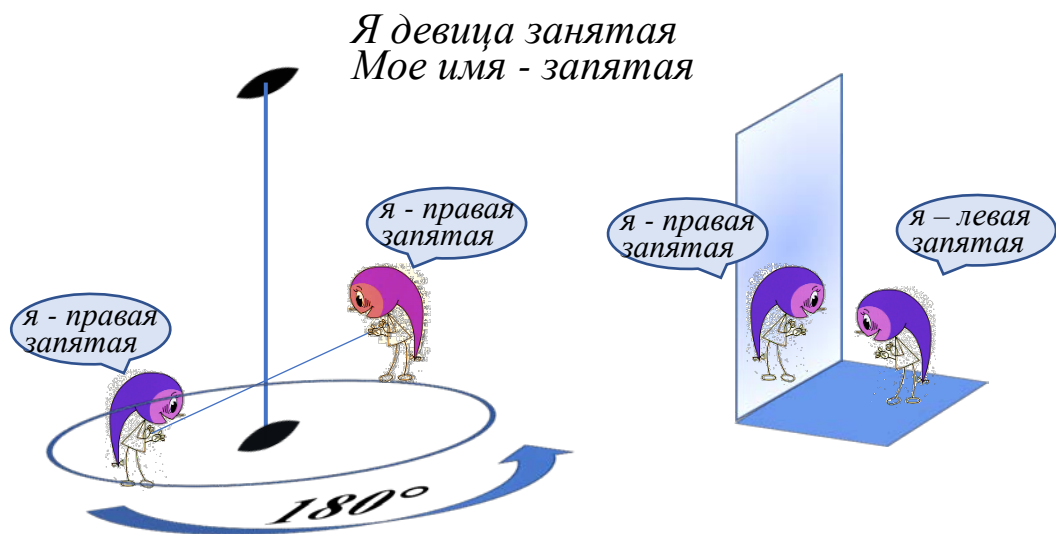


На другой день Борис пришел в класс и сказал учительнице, что она не заметила его знаков препинания, и стал просить исправить в диктанте двойку...

Переведенный



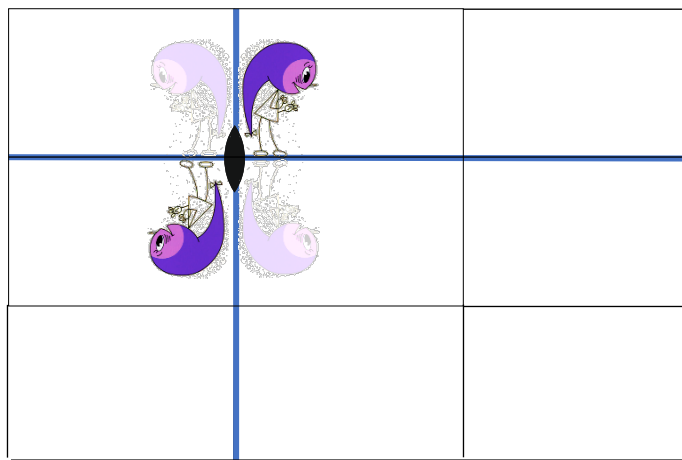
В качестве модельной фигурки для демонстрации операций симметрии будем использовать вот такую запятую из мультфильма



Что бы такая запятая не обладала никакими нетривиальными элементами симметрии, две ее стороны выкрашены в разные цвета

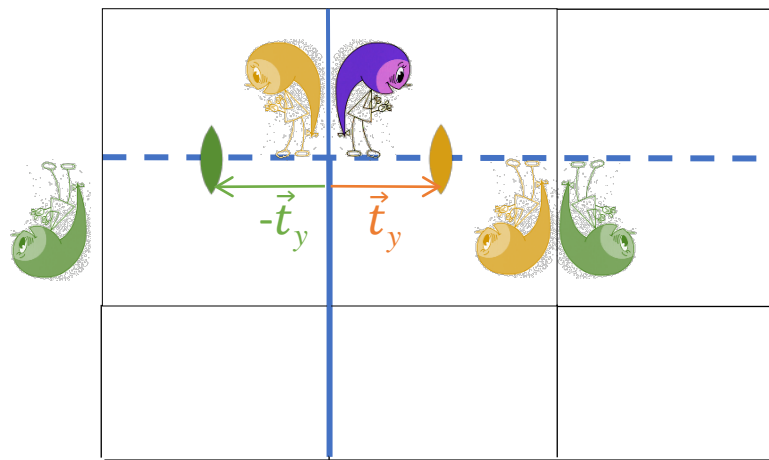
Плоскости пересекаются под углом 90°

Пересечение любых плоскостей под углом 90° вызывает появление оси 2-ого порядка, поворотной или нейтральной винтовой



$$m_x \times m_y = m_y \times m_x = 2_z [00z]$$

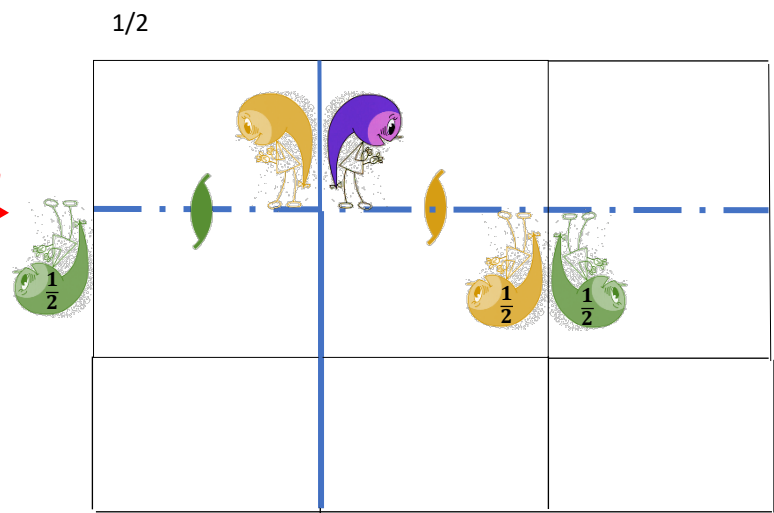
$y \rightarrow$



$$m_y \times b_x = m_y \times m_x \times \vec{t}_y = 2_z \times \vec{t}_y = 2_z [0\frac{1}{2}z]$$

$$b_x \times m_y = m_x \times \vec{t}_y \times m_y = 2_z \times -\vec{t}_y = 2_z [0-\frac{1}{2}z]$$

$y \rightarrow$



$$m_y \times n_x = m_y \times m_x \times \vec{t}_y \times \vec{t}_z = 2_z \times \vec{t}_z \times \vec{t}_y = 2_z [0\frac{1}{2}z]$$

$$n_x \times m_y = m_x \times \vec{t}_y \times \vec{t}_z \times m_y = 2_z \times \vec{t}_z \times \vec{t}_y = 2_{1z} [0-\frac{1}{2}z]$$

Плоскости пересекаются под углом 90°

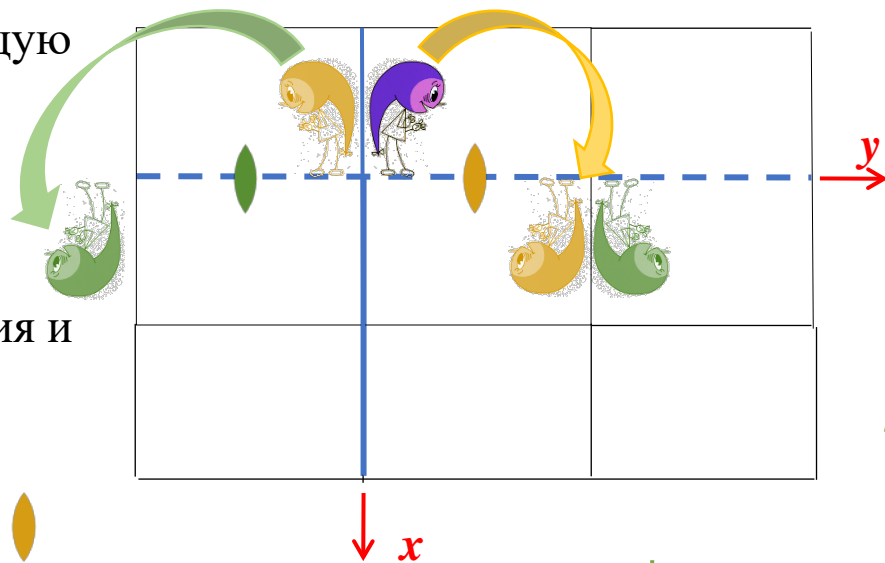
Пересечение плоскостей b_x и m_y под углом 90° вызывает появление поворотной оси 2-ого порядка. Это не коммутативные операции. Конечный результат зависит от того в какой последовательности проведены операции симметрии.



Чтобы определить реальную позицию оси 2-ого порядка, задающую результирующую операцию симметрии, необходимо учитывать не только взаимодействие операций отражения

$$m_x \times m_y,$$

но и взаимодействие операции отражения и вектора трансляции $\vec{t}_y \times m_y$



$$m_y \times b_x = m_y \times m_x \times \vec{t}_y = 2_z \times \vec{t}_y = 2_z [0 \frac{1}{2} z]$$

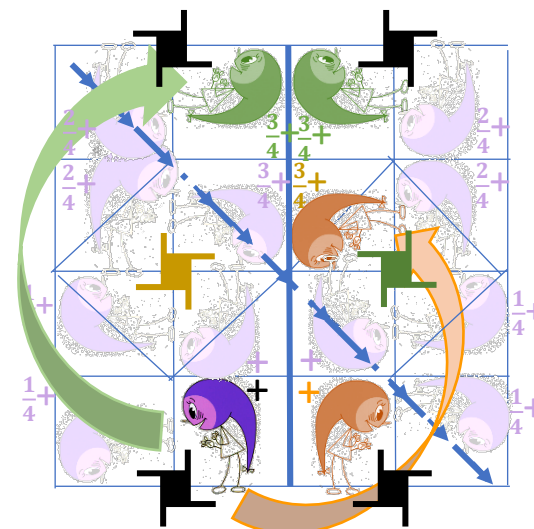
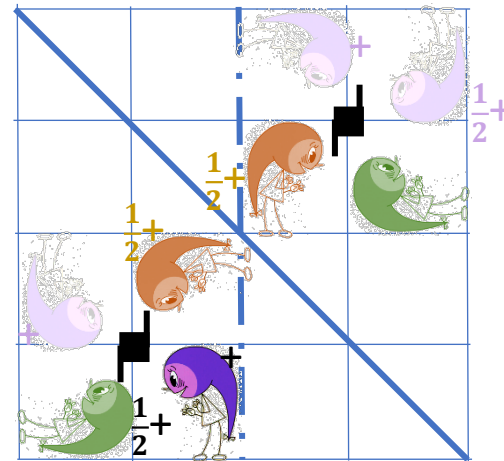
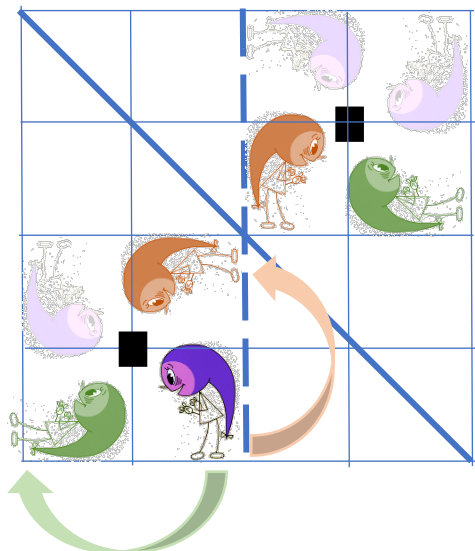
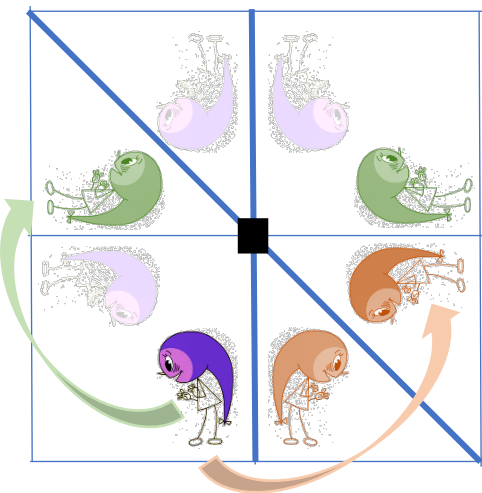
$$b_x \times m_y = (m_x \times \vec{t}_y) \times m_y = 2_z \times -\vec{t}_y = 2_z [0 -\frac{1}{2} z]$$

$$\begin{vmatrix} \bar{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 2_z [0 \frac{1}{2} z]$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \bar{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 2_z [0 -\frac{1}{2} z]$$

Плоскости пересекаются под углом 45°

Пересечение любых плоскостей под углом 45° вызывает появление оси 4-ого порядка, поворотной, винтовой или нейтральной.



$$m_y \times m_{xy} = 4^1_z [00z]$$

$$m_{xy} \times a_y = m_{xy} \times m_x \times \vec{t}_x = 4^3_z \times \vec{t}_x = 4^3_z [-\frac{1}{4} - \frac{1}{4} z]$$

$$m_{xy} \times m_y = 4^3_z [00z]$$

$$a_y \times m_{xy} = m_y \times \vec{t}_x \times m_{xy} = 4^1_z \times \vec{t}_x = 4^1_z [-\frac{1}{4} - \frac{1}{4} z]$$

Взаимодействие поворотных и винтовых осей 2-ого порядка

При взаимодействии осей, имеющих в качестве вложенной операции симметрии трансляцию, также необходимо учитывать *взаимодействие их вложенных трансляционных составляющих*.

Порядок оси, возникающей в результате пересечения осей 2-ого порядка *зависит только от угла пересечения*: $n=360^\circ/2 \times \lambda$. Результирующая ось всегда проходит перпендикулярно плоскости, в которой лежат порождающие оси, а ее элементарный угол поворота равен удвоенному углу пересечения между изначальными осями.

Характер (поворотная или винтовая) и положение возникающей оси зависит от взаимодействия трансляционных компонент.

Кристаллографически нетривиальные варианты:

Оси пересекаются
под углом 90°

Оси пересекаются
под углом 60°

Оси пересекаются
под углом 30°

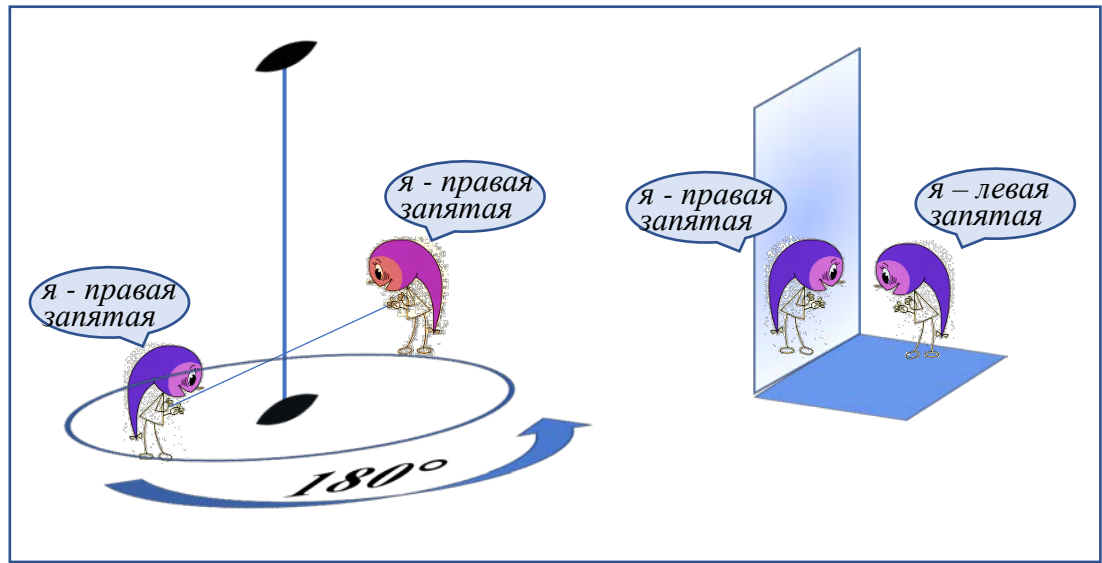
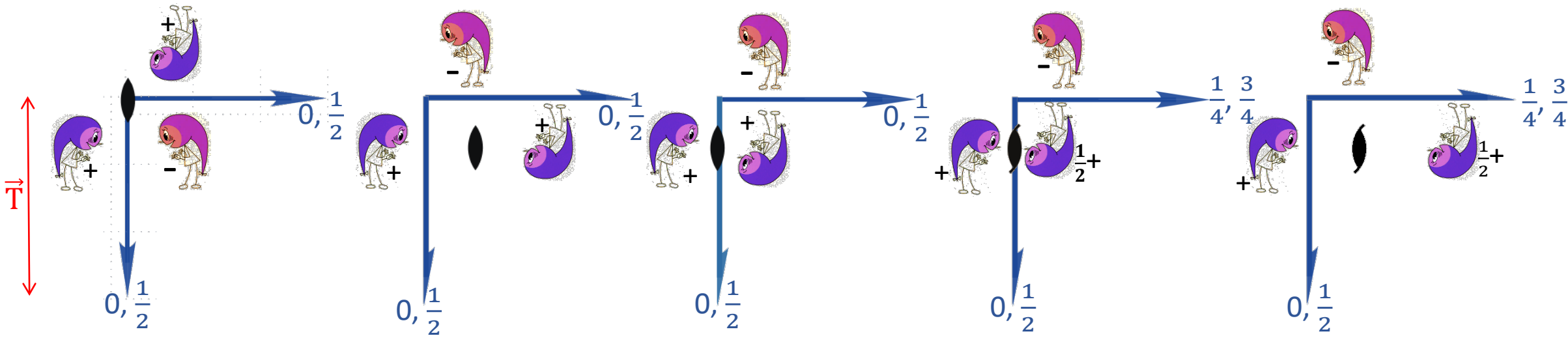
Оси пересекаются
под углом 45°



Поговорим об этом в другой раз

Оси пересекаются под углом 90°

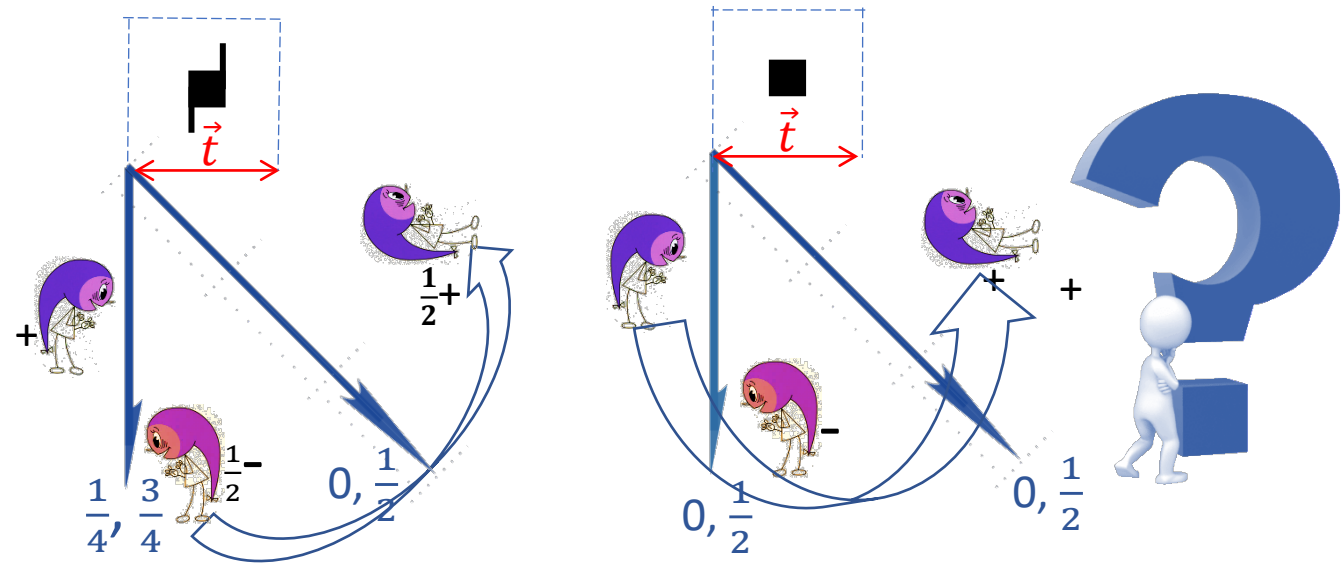
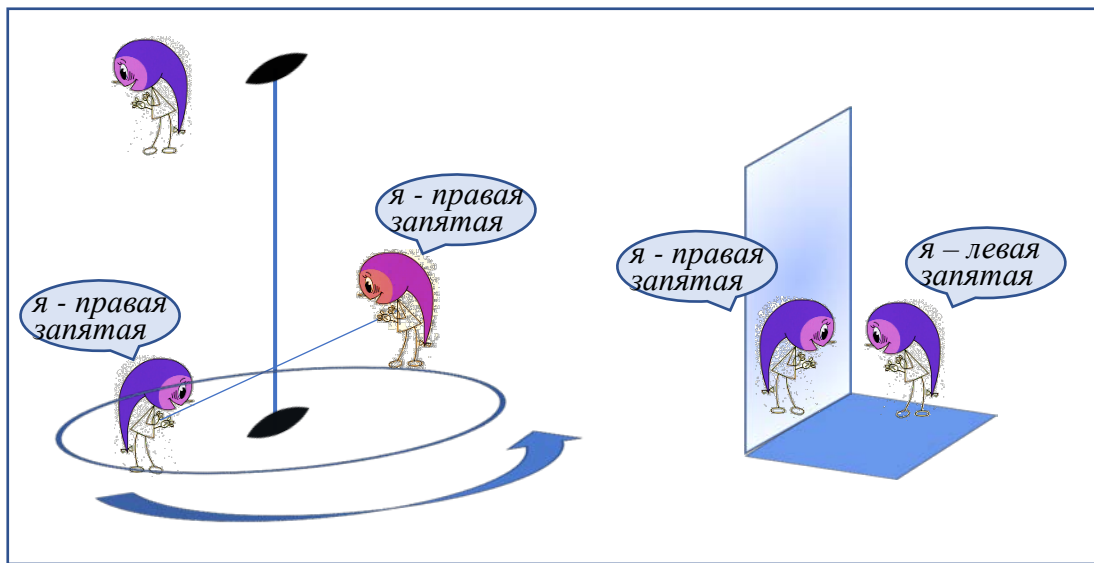
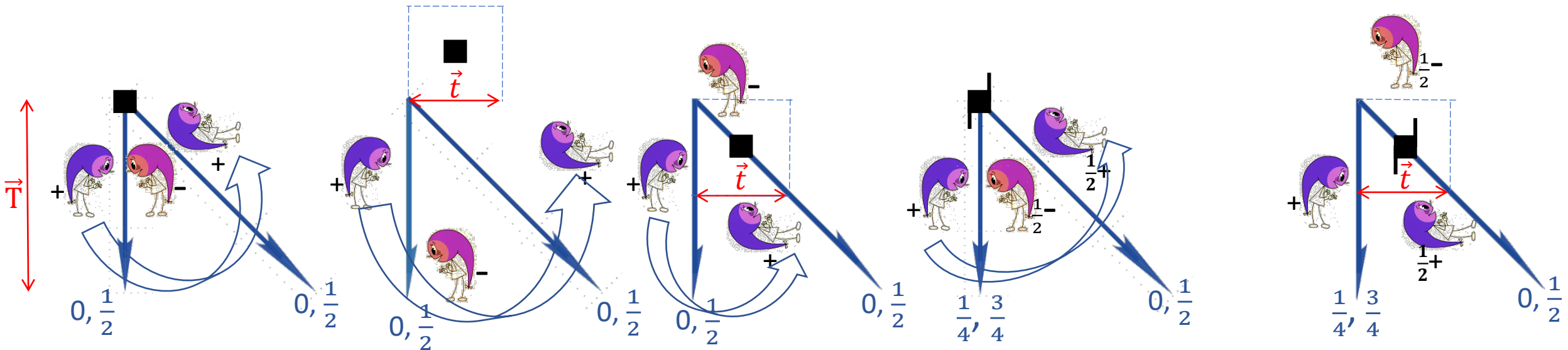
Взаимодействие поворотных и винтовых осей второго порядка под углом 90°



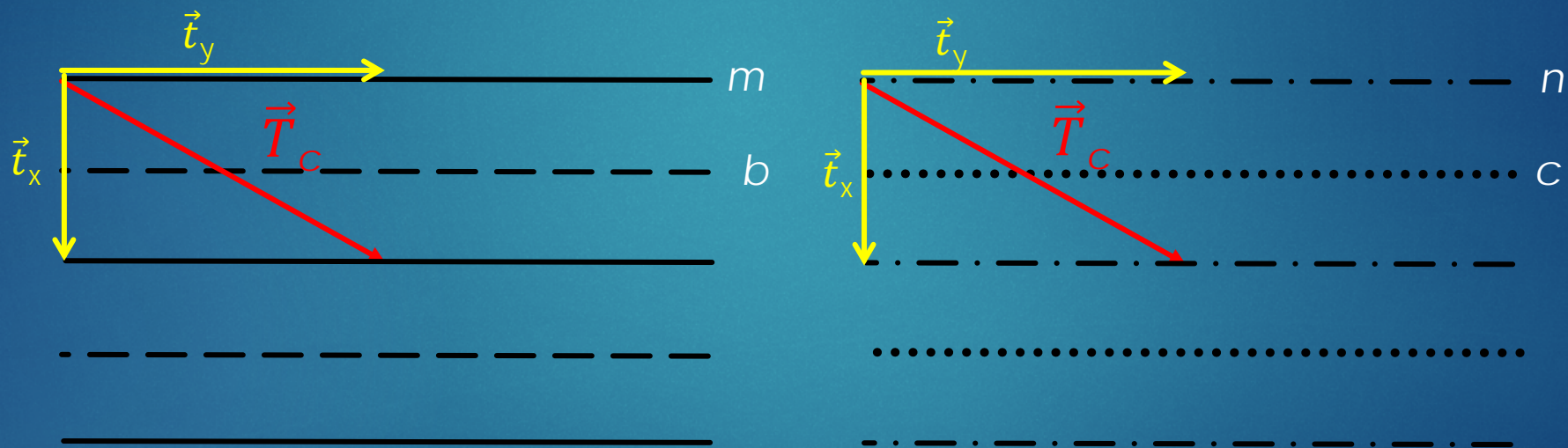
Пересечение любых осей 2-ого порядка под углом 90° приводит к появлению *поворотной оси 2*.
 Любые скрещивающиеся оси 2-ого порядка приводят к появлению *винтовой оси 2₁*

Оси пересекаются под углом 45°

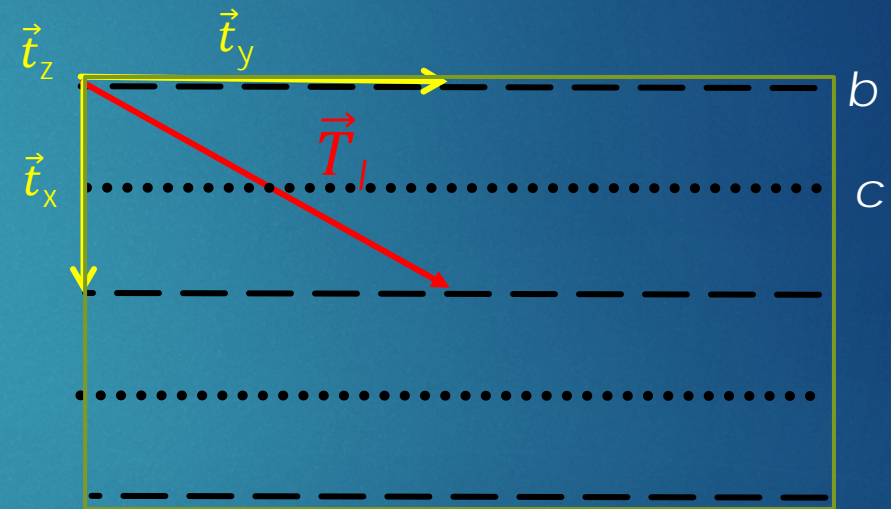
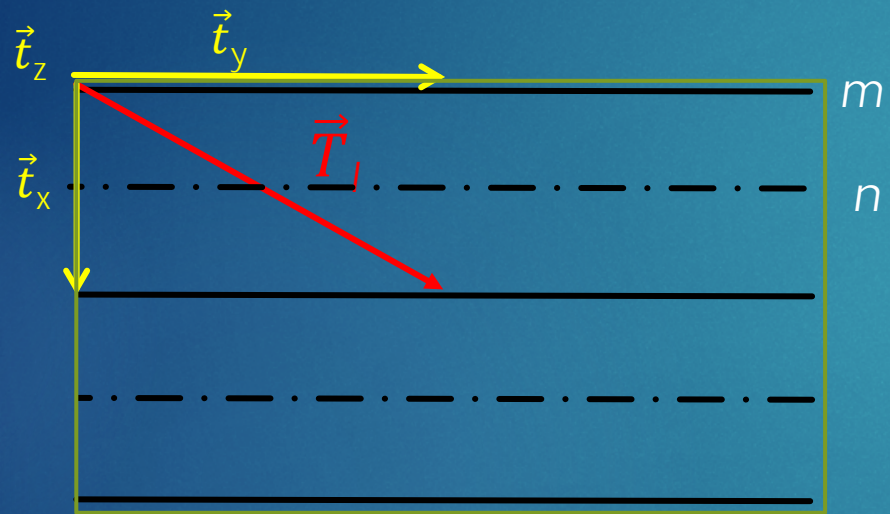
Взаимодействие осей второго порядка, поворотных и винтовых под углом 45°



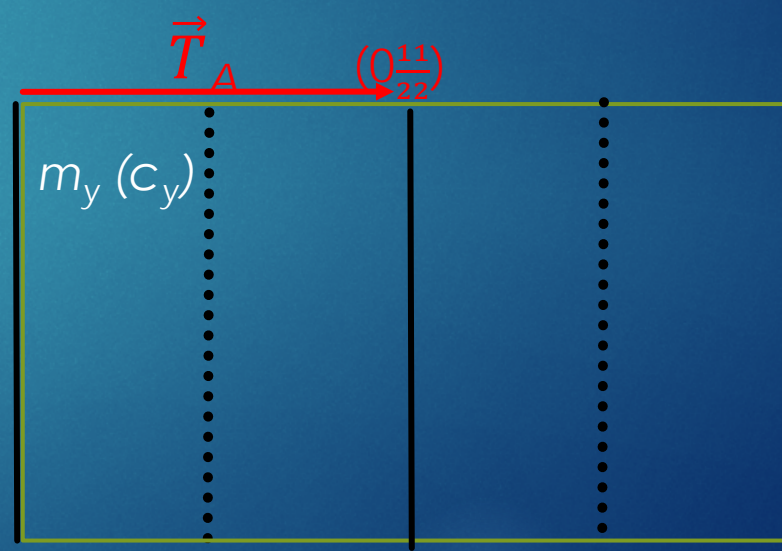
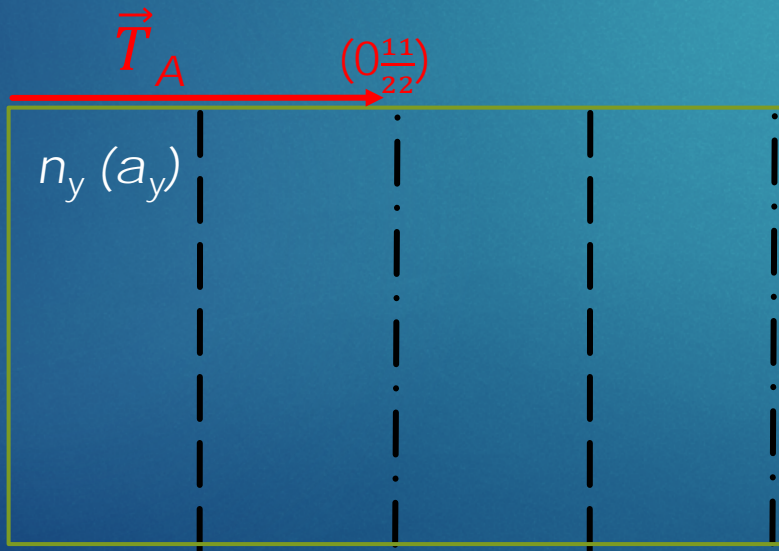
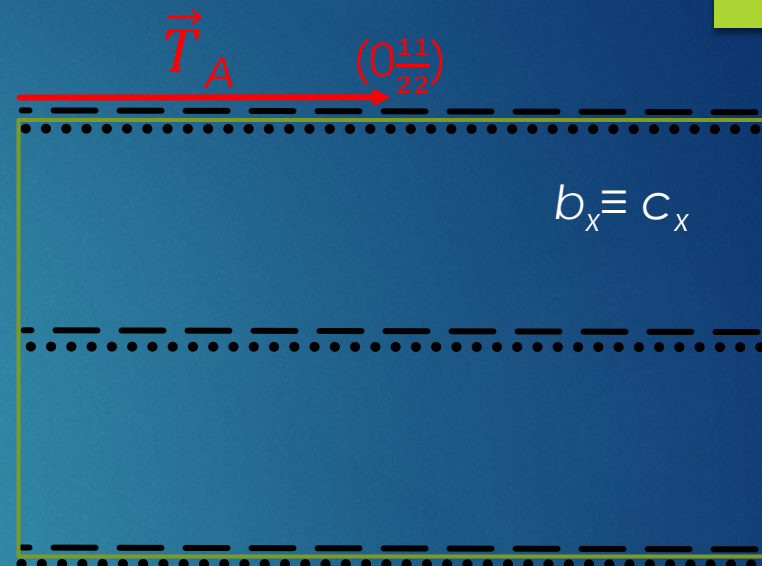
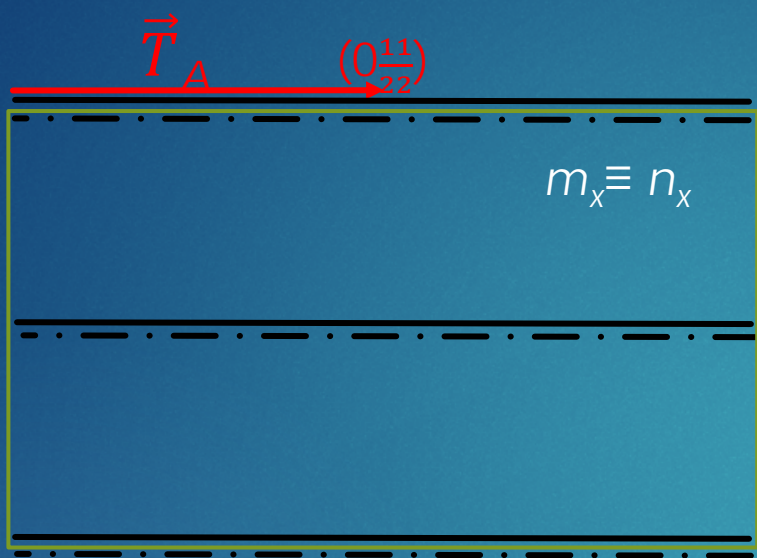
Взаимодействие плоскостей с косо́й трансляцией



Взаимодействие плоскостей с косо́й трансляцией



Взаимодействие плоскостей с косой трансляцией

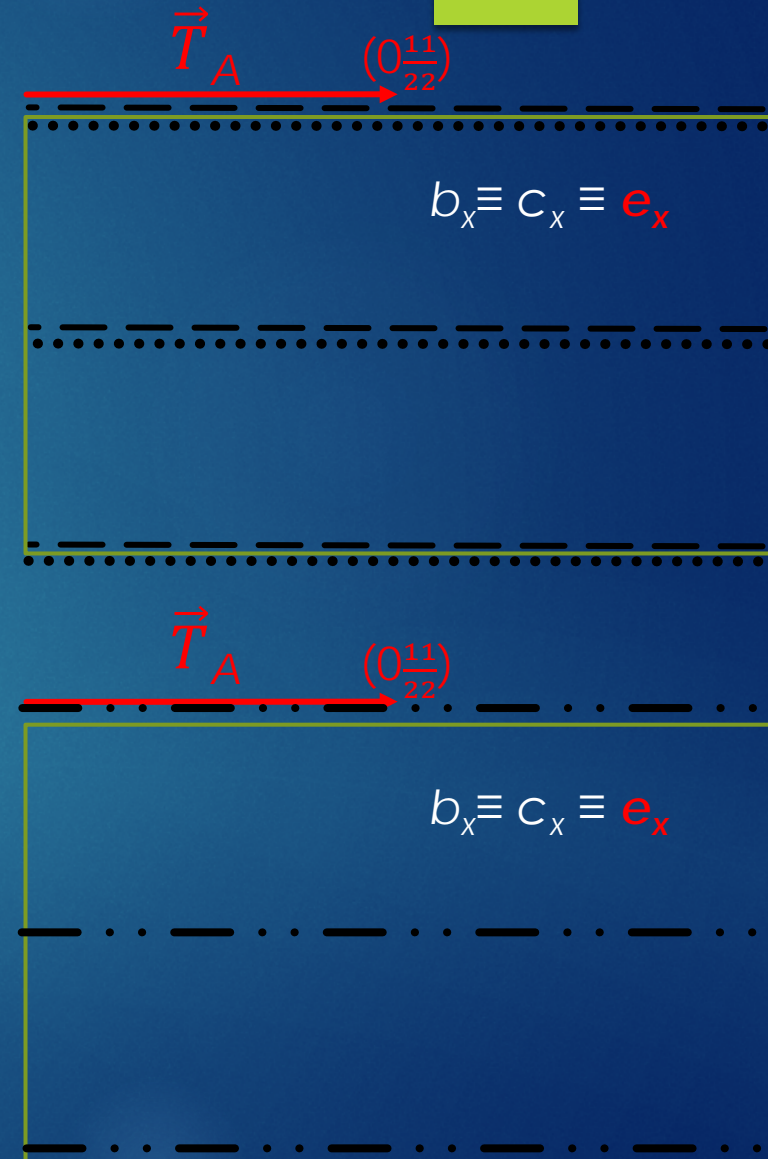


Взаимодействие плоскостей с косо́й трансляцией

Если на одном месте фиксируются две различные плоскости g , для такого случая вводится новое обозначение плоскости: e

Оправданность такого символа в том, что плоскость e - «удобная», то есть не меняет своего названия в зависимости от ориентации относительно координатных осей.

Графическое обозначение плоскости e :



Характеристики правильных систем точек пространственной группы

№	Симметрия позиции	Величина симметрии позиции	Число степеней свободы	Кратность позиции	Координаты всех точек правильной системы
1					
2					
3					
4					