

Семинар №7.  
Тетрагональные группы симметрии. Вывод пространственных групп 422

# 32 КЛАССА СИММЕТРИИ КРИСТАЛЛОВ

Категория	НИЗШАЯ $a \neq b \neq c$			СРЕДНЯЯ $a = b \neq c$			ВЫСШАЯ $a = b = c$		
	Триклинная $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	Моноклиная $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma \neq 90^\circ$	Ромбическая $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Тетрагональная $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Гексагональная $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$		Кубическая $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$		
Сингония					Тригональная подсингония	Гексагональная подсингония			
$C_n$	$L_1 C_1$  1 монакльдр	$L_2 C_2$  2 моноклиный диэдр		$L_4 C_4$  4 тетрагональный тетраэдр	$L_3 C_3$  3 тригональный тетраэдр		$L_6 C_6$  6 гексагональный тетраэдр	Обозначения Символ Браве Символ Шенфлиса  Стереографическая проекция класса симметрии	
$C_{ni}$ ( $S_n$ )	$L_1/C C_1/S_2$  1 триклинный	$L_2/P C_2/S_2$  2 моноклиный диэдр		$L_4 C_4/S_4$  4 тетрагональный тетраэдр	$L_3 C_3/S_6$  3 ромбоэдр		$L_6 C_6/S_6$  6 тригональный трипиримид	Международный символ Форма общего положения	
$C_{nh}$		$L_2PC C_{2h}$  2 ромбическая призма		$L_4PC C_{4h}$  4 тетрагональная дипирамида		$L_6 C_3h$  6 тригональная дипирамида	$L_6PC C_{6h}$  6 гексагональная дипирамида		
$C_{nv}$			$L_22P C_{2v}$  2 ромбическая пирамида	$L_44P C_{4v}$  4 тетрагональная пирамида	$L_33P C_{3v}$  3 тригональная пирамида		$L_66P C_{6v}$  6 гексагональная пирамида		
$D_n$			$3L_2 D_2$  222 ромбический тетраэдр	$4L_4L_2 D_4$  422 тетрагональный тетраэдр	$3L_3L_2 D_3$  32 тригональный тетраэдр		$6L_6L_2 D_6$  622 гексагональный тетраэдр	$3L_44L_3 T$  23 тригональный трипиримид	$3L_44L_6L_2 O$  432 тетраэдр
$D_{nd}$				$L_42L_22P D_{2d}$  42m тетрагональный октаэдр	$L_33L_3PC D_{3d}$  3m тригональный октаэдр			$3L_44L_6P T_d$  43m октаэдр	
$D_{nh}$			$3L_3PC D_{2h}$  2mm ромбическая дипирамида	$4L_4L_4PC D_{4h}$  4mm тетрагональная дипирамида		$L_3L_4P D_{3h}$  6m2 тригональная дипирамида	$L_6L_7PC D_{6h}$  6mm гексагональная дипирамида	$3L_44L_3PC T_h$  m3 дипирамида	$3L_44L_6L_9PC O_h$  m3m октаэдр

Тетрагональная сингония относится к средней категории:

$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

В точечных приближении существует 1 класса, 422 сколько же получится пространственных групп?



# 32 КЛАССА СИММЕТРИИ КРИСТАЛЛОВ

Категория	НИЗШАЯ $a \neq b \neq c$			СРЕДНЯЯ $a = b \neq c$			ВЫСШАЯ $a = b = c$	
	Сингония	Триклинная $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	Моноклиная $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma \neq 90^\circ$	Ромбическая $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Тетрагональная $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$		Гексагональная $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$	
					Тригональная подсингония	Гексагональная подсингония		
$C_n$	$L_1 C_1$ 1 монадр 	$L_2 C_2$ 2 оосовий диадр 		$L_4 C_4$ 4 тетрагональная тетрадра 	$L_3 C_3$ 3 тригональная тетрадра 		$L_6 C_6$ 6 гексагональная тетрадра 	Обозначения Символ Браве Символ Шенфлиса
$C_{ni}$ ( $S_n$ )	$L_1/C C_1/S_2$ 1 гинаксий 	$L_2/P C_2/S_2$ 2 плоскостной диадр 		$L_4 C_4/S_4$ 4 тетрагональный тетрадр 	$L_3 C_3/S_6$ 3 ромбодр 		$L_6 C_6/S_3$ 6 тригональный тетрадр 	Стереографическая проекция класса симметрии
$C_{nh}$		$L_2PC C_{2h}$ 2 ромбическая призма 		$L_4PC C_{4h}$ 4 тетрагональная бипирамида 		$L_6 C_3h$ 6 тригональная бипирамида 	$L_6PC C_{6h}$ 6 гексагональная бипирамида 	
$C_{nv}$			$L_22P C_{2v}$ 2 ромбическая пирамида 	$L_44P C_{4v}$ 4 тетрагональная пирамида 	$L_33P C_{3v}$ 3 тригональная пирамида 		$L_66P C_{6v}$ 6 гексагональная пирамида 	
$D_n$			$3L_2 D_2$ 2 ромбический тетрадр 	$4L_4L_2 D_4$ 4 тетрагональный тетрадр 	$3L_3L_2 D_3$ 3 тригональный тетрадр 		$6L_6L_2 D_6$ 6 гексагональный тетрадр 	$3L_4L_3 T$ 3 тетрагональный трипентадр 
$D_{nd}$				$L_42L_22P D_{2d}$ 4 тетрагональный октаэдр 	$L_33L_3PC D_{3d}$ 3 тригональный октаэдр 		$3L_44L_6P T_d$ 3 тетрагональный икосаэдр 	
$D_{nh}$			$3L_3PC D_{2h}$ 2 ромбический бипирамид 	$4L_4L_3PC D_{4h}$ 4 тетрагональный бипирамид 		$L_3L_4P D_{3h}$ 3 тригональный бипирамид 	$L_6L_7PC D_{6h}$ 6 гексагональный бипирамид 	$3L_4L_3PC T_h$ 3 тетрагональный икосаэдр 
					$6m2$ 6 тетрагональная бипирамида 		$6mm$ 6 гексагональная бипирамида 	$m\bar{3}$ 3 тетрагональный икосаэдр 
								$m\bar{3}m$ 6 гексагональный октаэдр 

Тетрагональная сингония относится к средней категории:

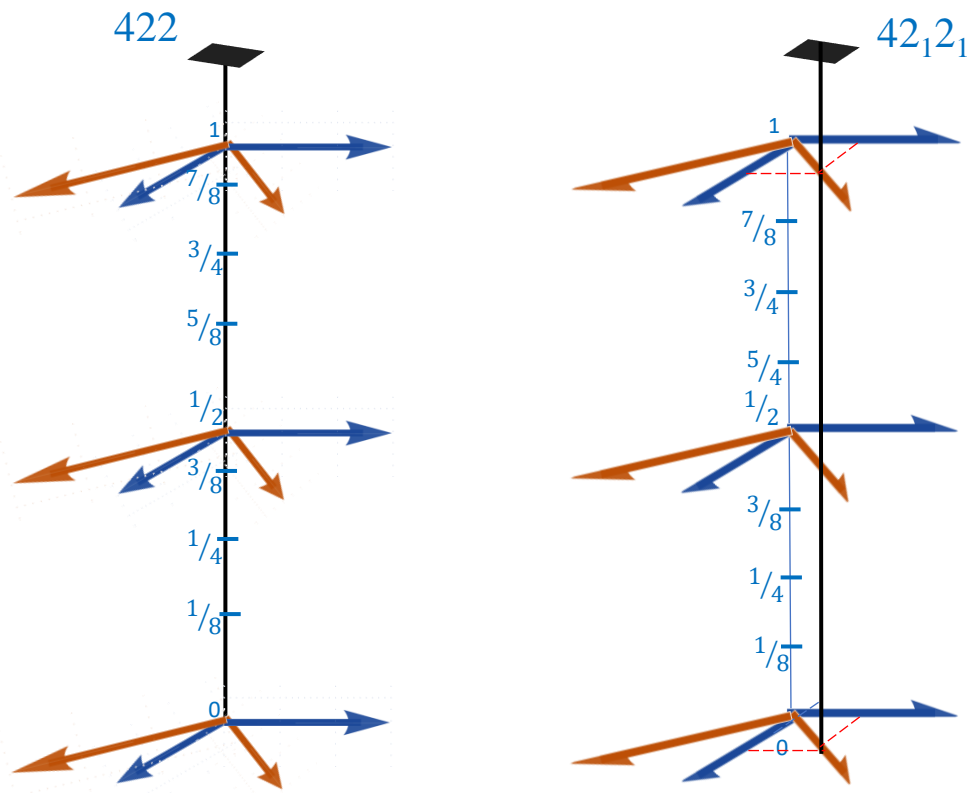
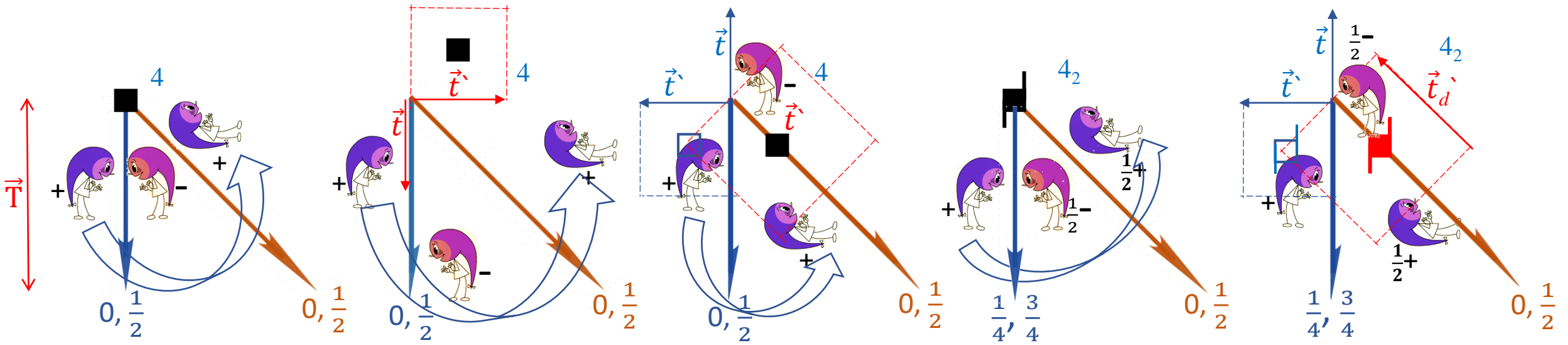
$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

В точечных приближении существует 1 класса, 422 сколько же получится пространственных групп?

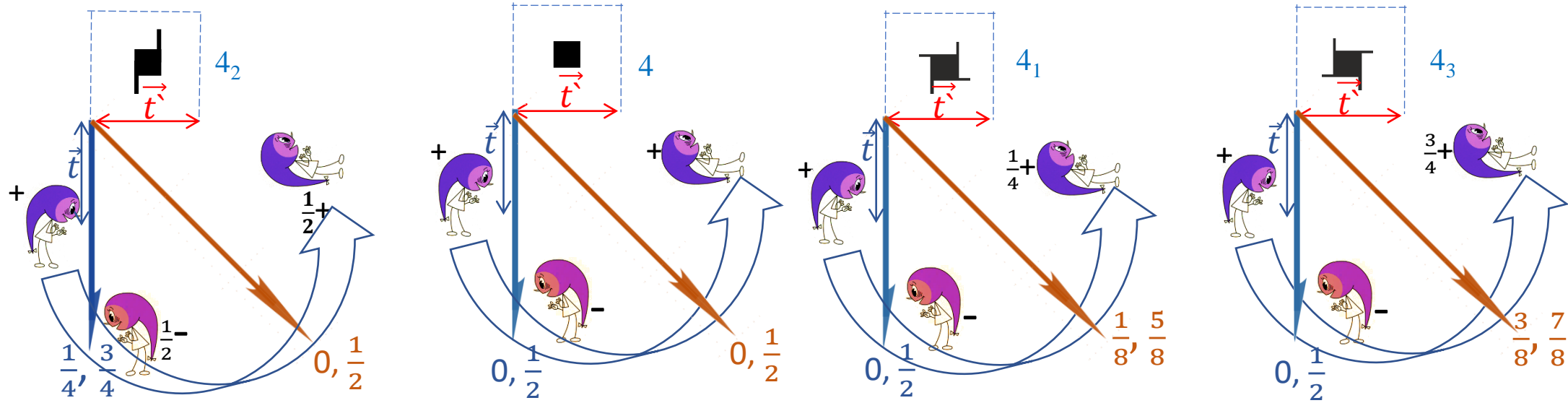


# взаимодействие осей второго порядка под углом $45^\circ$



Взаимодействие осей **2**, расположенных под  $45^\circ$  друг к другу приводит к возникновению оси **4**, характер которой зависит только от соотношения высот взаимодействующих осей **2**, а положение – от их характера.

# Особенности взаимодействия элементов симметрии в пространственных группах тетрагональной сингонии: взаимодействие осей второго порядка под углом $45^\circ$

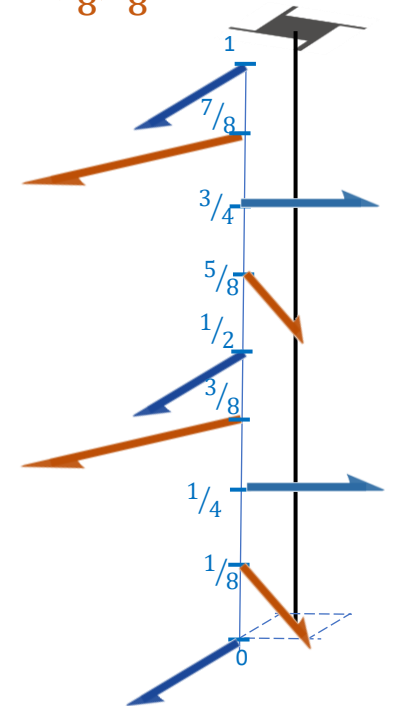


Оси 2 в тетрагональных классах в зависимости от типа оси 4 могут располагаться на двух, четырех или восьми высотах в зависимости от характера пересечения осей.

Оси 2 (поворотные или винтовые), располагающиеся на двух высотах ( $0$  и  $\frac{1}{2}$ ), порождают поворотную ось 4.

Ось  $4_2$  порождает оси 2 (или  $2_1$ ) на четырех уровнях ( $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ ).

Оси  $4_1$  и  $4_3$  вызывают появление осей 2 (или  $2_1$ ) на восьми различных уровнях ( $0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$ ).



# Оси пересекаются

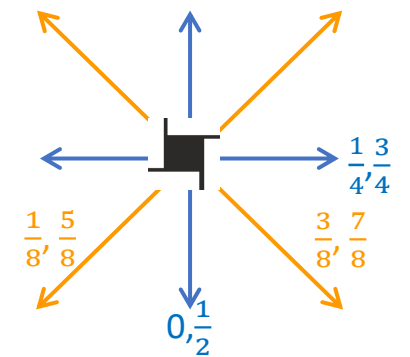
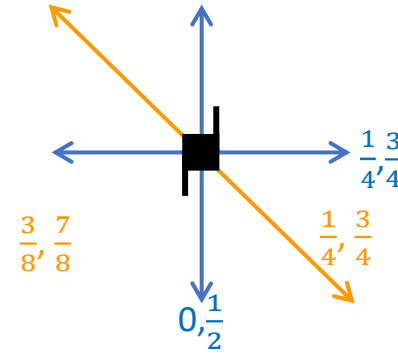
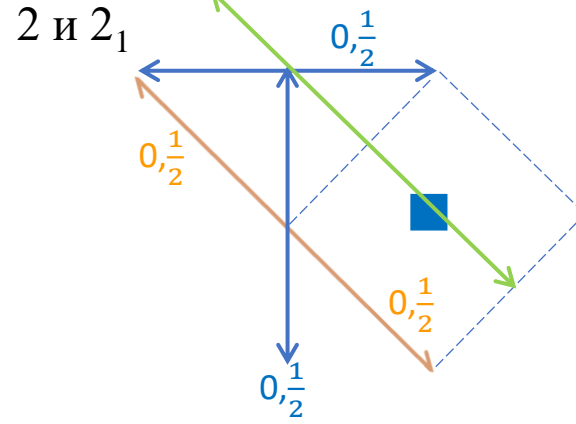
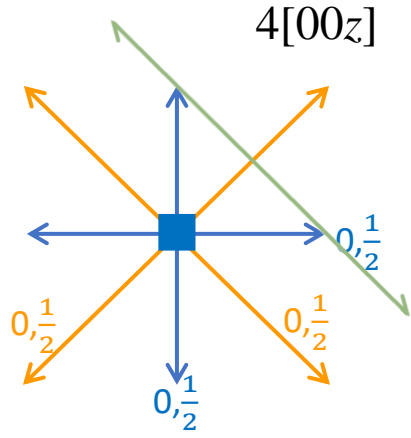


# Оси скрещиваются

на 4 высотах

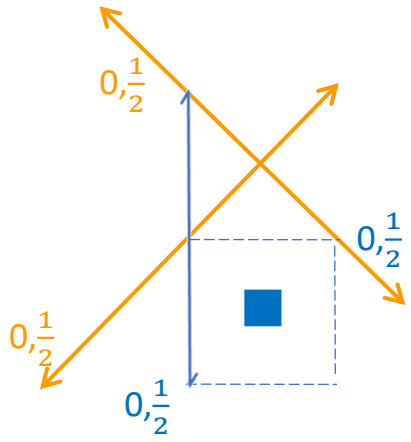
на 8 высотах

2 и 2

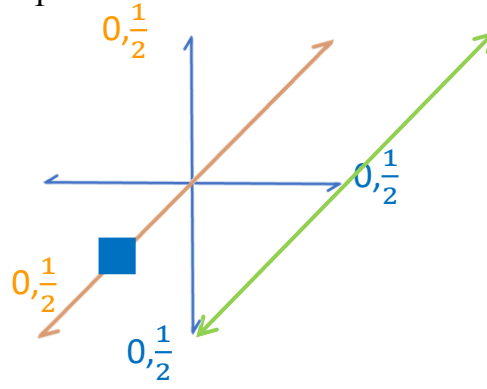


А если скрещиваются винтовые оси?

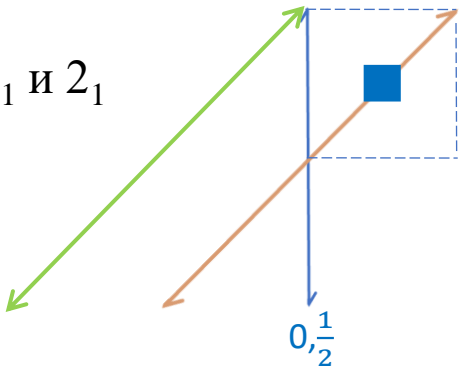
2<sub>1</sub> и 2



2<sub>1</sub> и 2<sub>1</sub>



2<sub>1</sub> и 2<sub>1</sub>



2<sub>1</sub> и 2



# ВЫВОД ГРУПП ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ ГЕМИЭДРИИ 422 КОМБИНАТОРНЫМ МЕТОДОМ

## ПРИМИТИВНЫЕ ГРУППЫ P-ЯЧЕЙКА

0	I	II	III
$P$	4	2	2(2 <sub>1</sub> )
	4 <sub>2</sub>	2 <sub>1</sub>	
	4 <sub>1</sub>		
	4 <sub>3</sub>		

✓ В качестве единственной оси 4-ого порядка (вертикальная координатная позиция) могут реализовываться все оси, кроме инверсионной. Характер этих осей зависит от высот порождающих осей 2-ого порядка, а положение от характера осей второго порядка.

✓ На горизонтальной координатной позиции могут реализовываться независимо как 2, так и 2<sub>1</sub>. Вертикальной координатной плоскостью (позиция II) может быть любая плоскость  $m, c, b(a), n$

✓ Диагональная позиция (III) представлена только одним комплексом: 2 (2<sub>1</sub>).

Все возможные сочетания осей 2-ого порядка на позициях II и III, диктующие характер результирующей оси 4-ого порядка на позиции I, приводят к 8 группам тетрагональной гемииэдри 422 с P-решеткой:

$P422$	$P42_12$	$P4_222$	$P4_22_12$	$P4_122$	$P4_12_12$	$P4_322$	$P4_32_12$
--------	----------	----------	------------	----------	------------	----------	------------

# ВЫВОД ГРУПП ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ ГЕМИЭДРИИ 422 КОМБИНАТОРНЫМ МЕТОДОМ

## Группы с I-ЯЧЕЙКОЙ

0	I	II	III
I	4(4 <sub>2</sub> )	2(2 <sub>1</sub> )	2(2 <sub>1</sub> )
	4 <sub>1</sub> (4 <sub>3</sub> )		



Вектор  $I$  в тетрагональной решетке вызывает чередование осей  $4_1$  и  $4_3$ ,  $4$  и  $4_2$



Вектор  $I$  в тетрагональной решетке вызывает чередование осей  $2$  и  $2_1$  на координатных и диагональных позициях

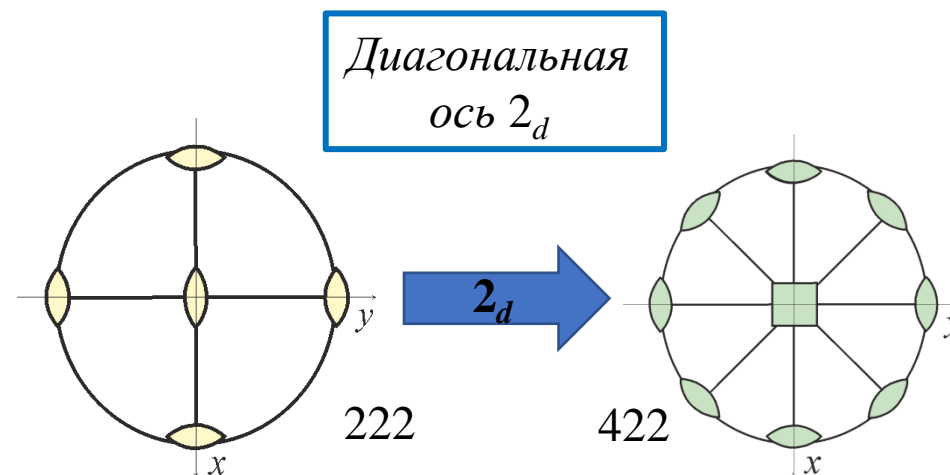
Взаимозависимость осей  $4$  и  $4_2$ , а также  $4_1$  и  $4_3$  и отсутствия вариативности как по координатному, так и по диагональному направлению приводит к 2 пространственным группам тетрагональной гемииэдри 422 с I-решеткой:

$I422$

$I4_122$

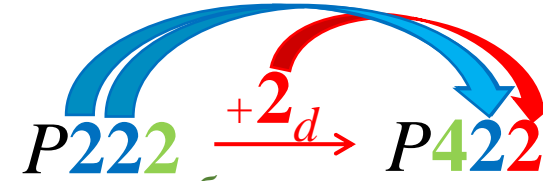
## 2. ВЫВОД ГРУПП ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ ГЕМИЭДРИИ 422 МЕТОДОМ ТЕТРАГОНАЛИЗАЦИИ

**Тетрагонализация** – это введение в ромбический класс плоскости  $m$  или оси  $2$  в диагональное положение, что делает эквивалентными горизонтальные координатные направления ( $X$  и  $Y$ ) и приводит к возникновению оси  $4$  (вместо  $2$ )



Сложность в этом случае заключается в том, что ось  $2$  можно вводить на разных высотах, получая при этом разные классы

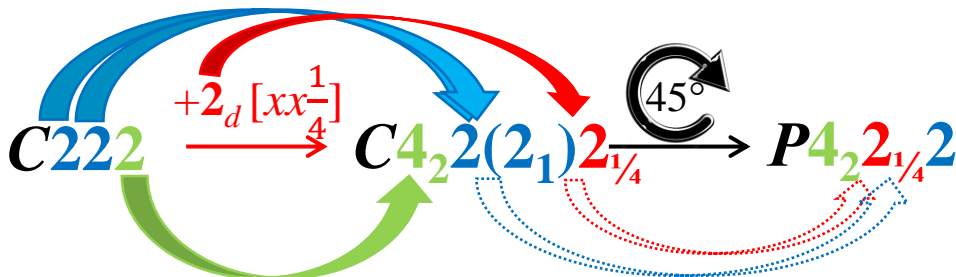
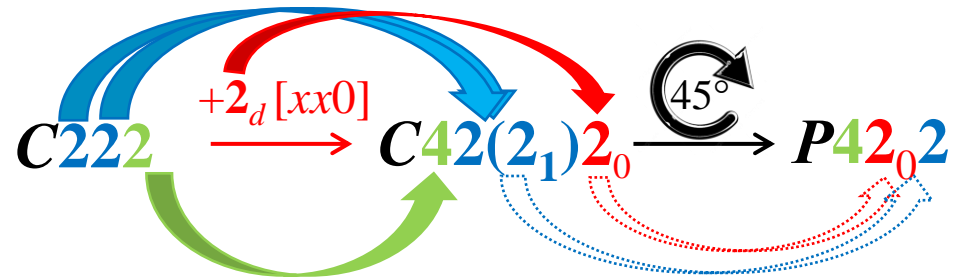
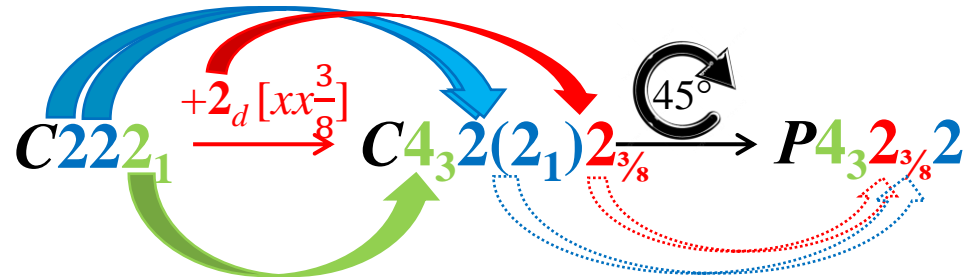
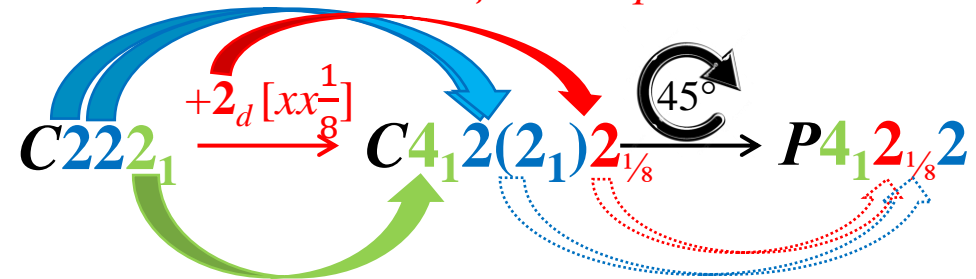
## 2. ВЫВОД ГРУПП ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ ГЕМИЭДРИИ 422 МЕТОДОМ ТЕТРАГОНАЛИЗАЦИИ



Ось  $2_z$  (III позиция ромбического символа) вливается в ось 4-ого порядка на I позиции тетрагонального символа, определяя ее характер: поворотная ось  $2$  может породить либо  $4$  либо  $4_2$ , а винтовая  $2_1 - 4_1$  или  $4_3$ . в зависимости от соотношения высот координатных и диагональных осей 2-ого порядка.

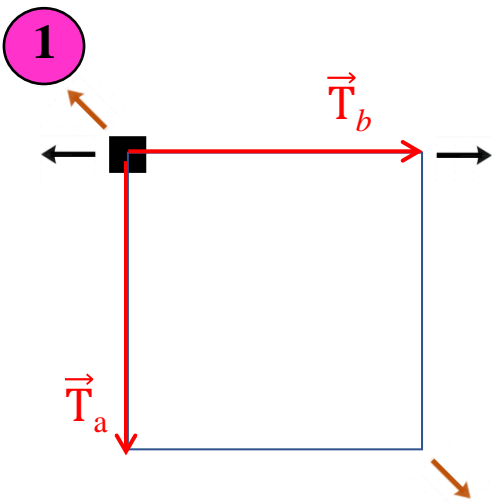
Оси  $2_x$  и  $2_y$  (I и II позиции ромбического символа) сливаются в позиции II тетрагонального символа

Ось  $2_d$ , вводимая как тетрагонализирующий элемент, оказывается на III позиции тетрагонального символа.

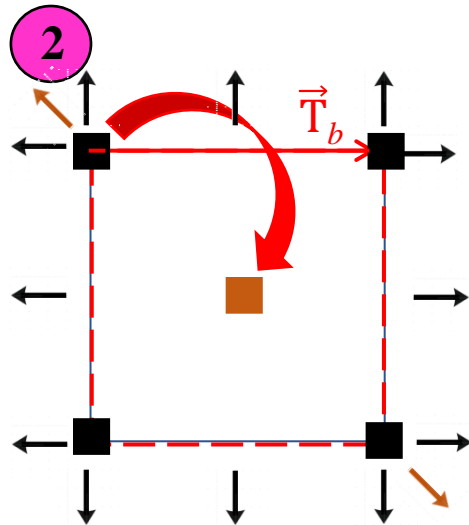


	$+2_d [xx0]$	$+2_d [xx\frac{1}{4}]$	$+2_d [xx\frac{1}{8}]$	$+2_d [xx\frac{3}{8}]$
$P222$	$P422$	$P4_2 22$	-	-
$P222_1$	-	-	$P4_1 22$	$P4_3 22$
$P2_1 2_1 2$	$P42_1 2$	$P4_2 2_1 2$	-	-
$P2_1 2_1 2_1$	-	-	$P4_1 2_1 2$	$P4_3 2_1 2$
$C222$	$P422$	$P4_2 22$		
$C222_1$	-	-	$P4_1 22$	$P4_3 22$
$F222$	$I422$		-	-
$I222$	$I422$		-	
$I222_1$	-		$I4_1 22$	

## ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРУППЫ P422



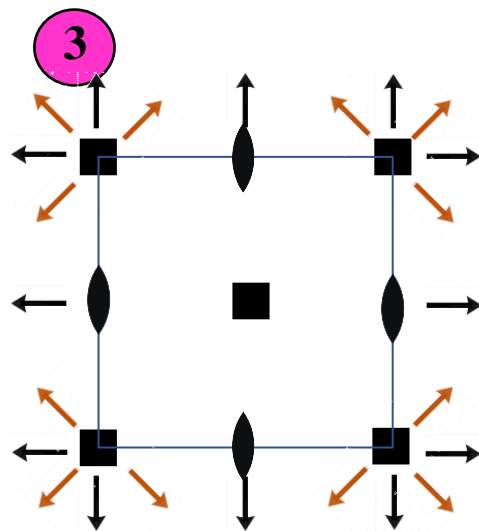
1. Задаем координатные трансляции  $\vec{T}_b$  и  $\vec{T}_a$  и берем в качестве порождающих оси 2, которые пересекаясь под углом  $45^\circ$ , задают ось 4, проходящую через точку их пересечения



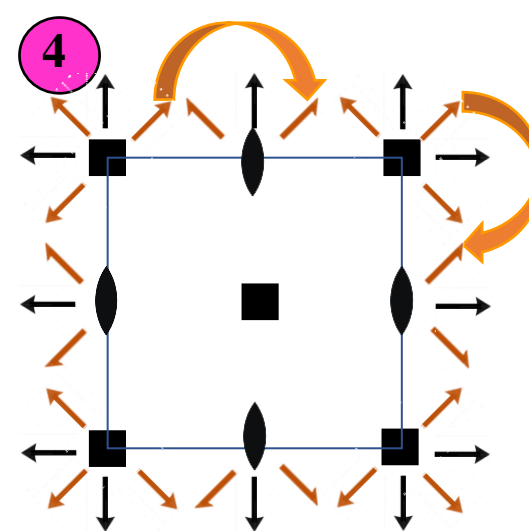
2. Размножаем оси **4** и **2** координатными трансляциями  $\vec{T}_b$  и  $\vec{T}_a$ . Взаимодействуя с координатными трансляциями  $\vec{T}_b$  ( $\vec{T}_a$ ) ось **4** смещается в центр квадрата, построенного на этой трансляции:

$$\vec{T}_b \times 4 = 4 \left[ \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} z \right]$$

А оси  $2_x(2_y)$  в центры этих трансляций



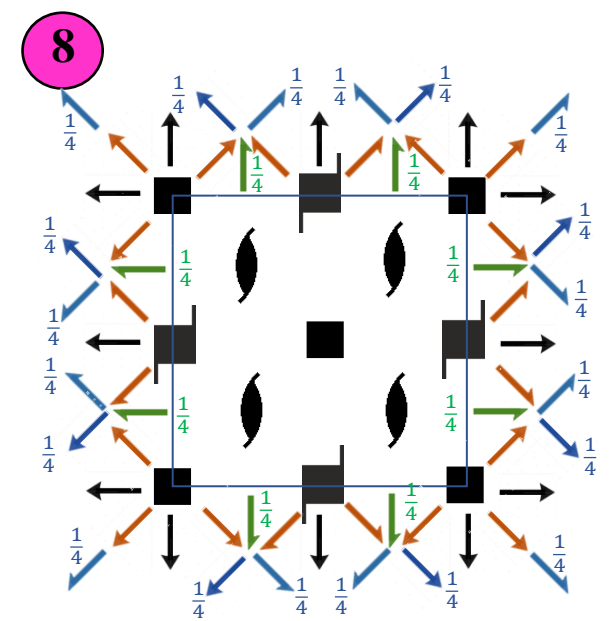
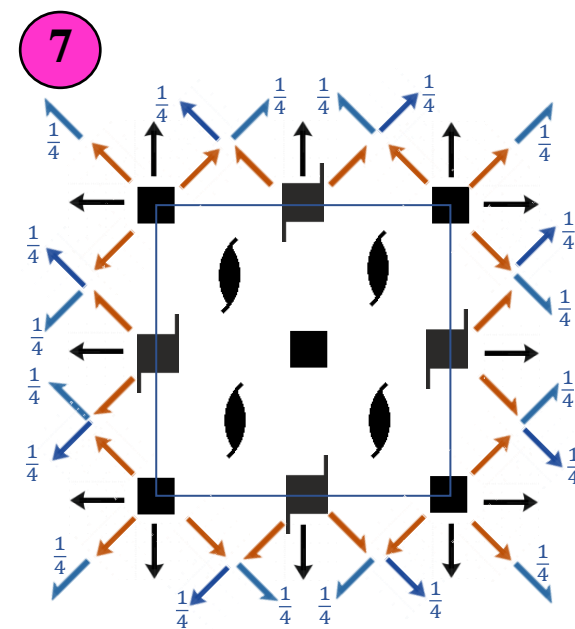
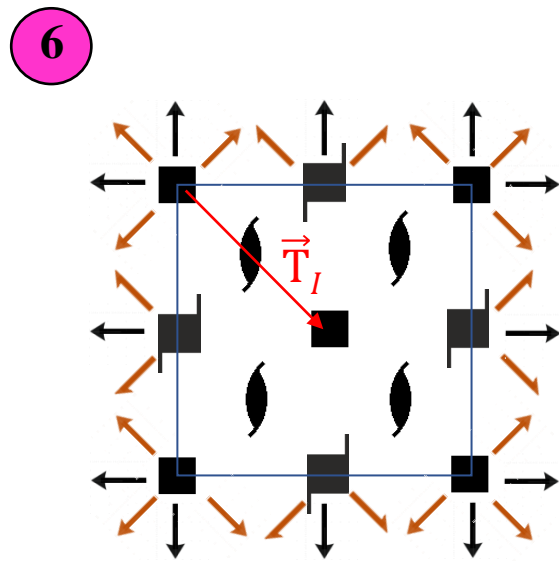
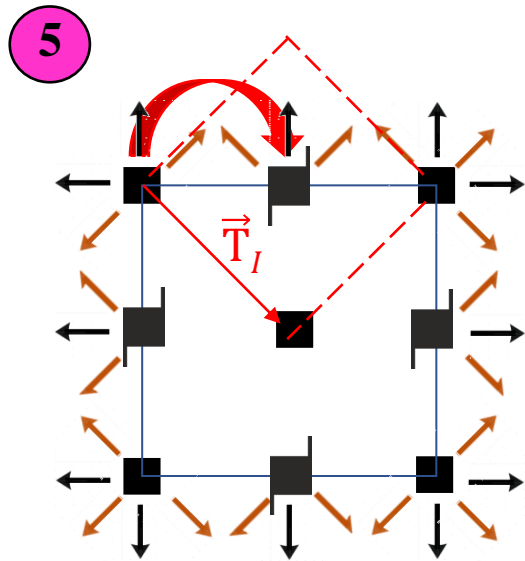
3. Ось **2(4)**, взаимодействуя с координатными трансляциями  $\vec{T}_b$  или  $\vec{T}_a$  смещается в центры этих трансляций. Размножаем оси  $2_d$ , осью **4** и координатными трансляциями



4. Оси  $2_d$ , взаимодействуя с координатными трансляциями  $\vec{T}_b$  или  $\vec{T}_a$  смещаются в центры этих трансляций, меняя свой характер:

$$2_d \times \vec{T}_b = 2_{1d}$$

## ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРУППЫ I422



5. Вводим в группу  $P422$  трансляцией  $\vec{T}_I$ .  
Взаимодействуя с вектором, ось  $4$  смещается в центр квадрата, построенного на его горизонтальной составляющей и меняет свой характер:

$$\vec{T}_I \times 4 = 4_2 [0 \frac{1}{4} z]$$

6. Взаимодействуя с вектором  $\vec{T}_I$ , ось  $2$ , содержащаяся в  $4$ , смещается на середину горизонтальной составляющей этого вектора и меняет свой характер (благодаря вертикальной составляющей вектора  $\vec{T}_I$ ):

$$2(4) \times \vec{T}_I = 2_1 [\frac{1}{4} \frac{1}{4} z]$$

7. Взаимодействуя с трансляцией  $\vec{T}_I$  диагональные оси  $2_d$  будут чередоваться с  $2_1$ :

$$\vec{T}_I \times 2_d [xx0] = 2_1 [xx \frac{1}{4}]$$

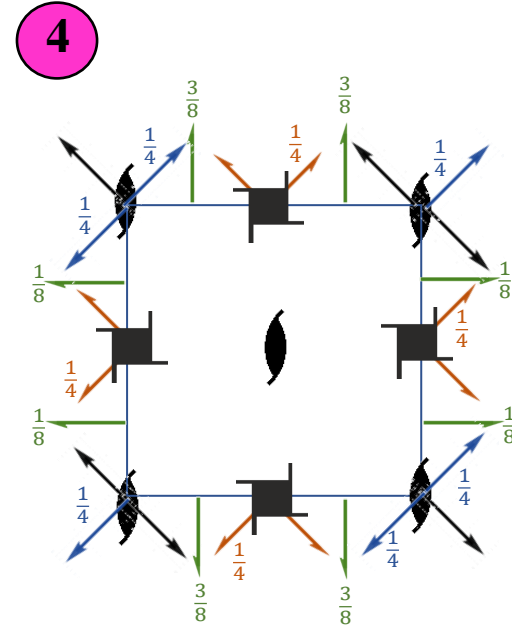
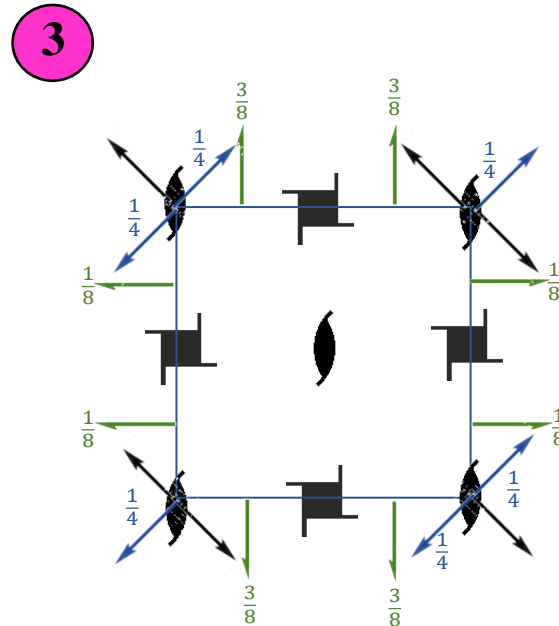
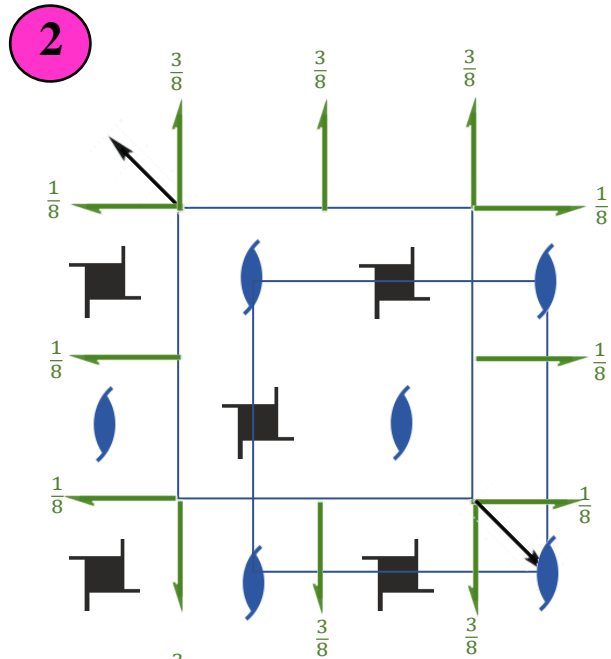
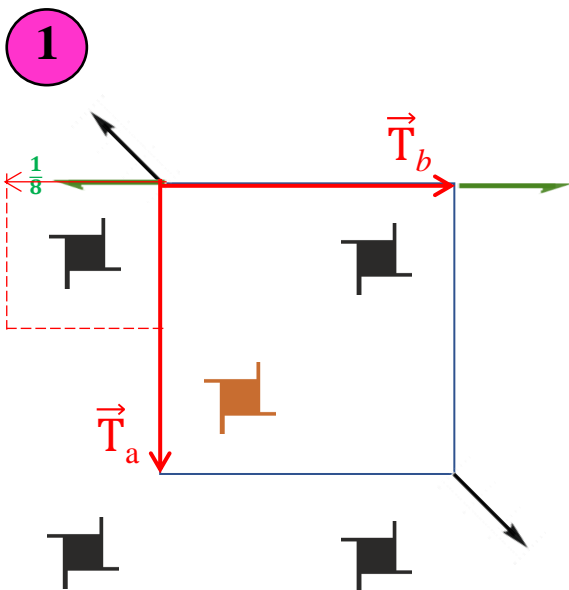
Горизонтальная составляющая вектора  $\vec{T}_I$ , совпадающая с осью  $2_d$  сделает ее винтовой, а вертикальная составляющая поднимет на  $\frac{1}{4}$ . А винтовые оси  $2_{1d}$  чередуются с поворотными  $2_d$  через  $\frac{1}{4}$  по высоте.

8. Взаимодействуя с трансляцией  $\vec{T}_I$  координатные оси  $2_x$  смещаются на  $\frac{1}{4}$  по осям  $u$  и  $z$  и меняют свой характер:

$$2[x00] \times \vec{T}_I = 2_1 [x \frac{1}{4} \frac{1}{4}]$$

То же для оси  $2_y$

## ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРУППЫ $P 4_12_12$



**1.** В качестве порождающих берем координатную ось  $2_1$  и диагональную ось  $2$ . Что бы задать ось  $4_1$  необходимо задать такие высоты этих осей, чтобы их разница была  $1/8$ , причем подъем высоты должен осуществляться против часовой стрелки. Размножаем ось  $4_1$  горизонтальными трансляциями, а взаимодействием с ними получаем дополнительную ось  $4_1$

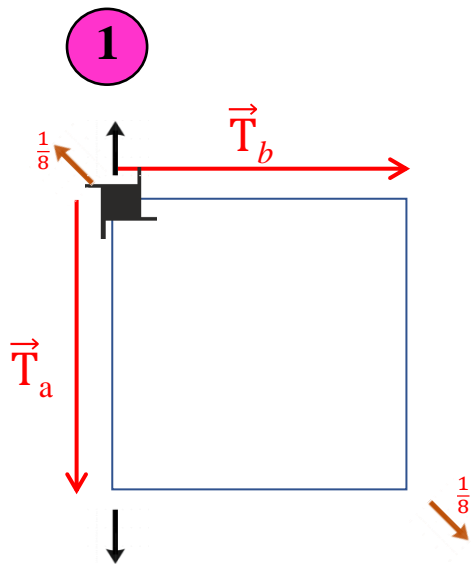
**2.** Поворачиваем ось  $2_{1y}$  вокруг оси  $2_d$ . При этом высота полученной оси  $2_x$  становится  $7/8$  (или  $3/8$ ). В результате взаимодействия  $2_1(4_1)$  горизонтальных трансляций получаем дополнительные оси  $2_1$ . Размножаем горизонтальными трансляциями полученные координатные оси  $2_{1x} 2_{1y}$ , А также наносим оси  $2_{1x} 2_{1y}$ , являющиеся результатом их взаимодействия с этими трансляциями

**3.** Размножаем ось  $2$  горизонтальными трансляциями. Взаимодействием вертикальной оси  $2_{1z}$  и  $2_{xy}$  получаем еще одну диагональную ось  $2_{xy}$  под углом  $90^\circ$  к порождающим осям на высоте  $1/4$ . Размножаем ее горизонтальными трансляциями. Выбираем начало координат на диагональной оси  $2$  в точке «скрещивания» с другой диагональной осью  $2$ .

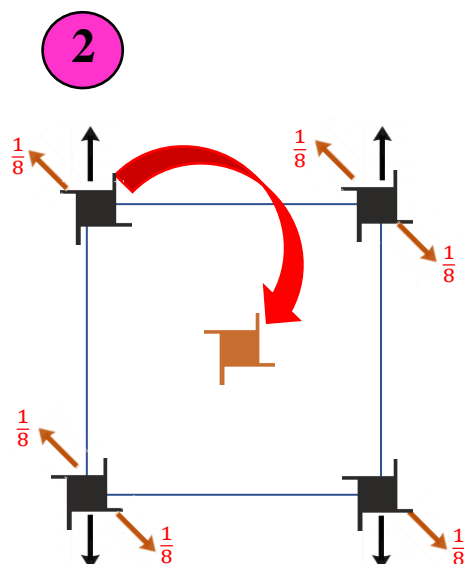
**4.** Взаимодействуя с координатными трансляциями  $\vec{T}$  диагональные оси  $2_{xy} 2_{\bar{xy}}$  будут чередоваться с  $2_1$  на тех же высотах:

$$\vec{T}_a (\vec{T}_b) \times 2_d = 2_{1d}$$

# ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРУППЫ $P4_122$

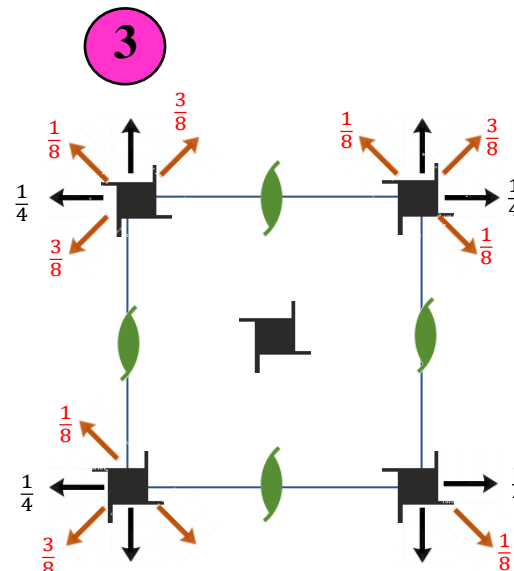


1. Задаем координатные трансляции  $\vec{T}_b$  и  $\vec{T}_a$  и порождающие оси  $2_x$  и  $2_d$  на высоте  $\frac{1}{8}$  (что бы результирующая ось 4-ого порядка оказалась правой винтовой  $4_1$ ). Результирующая ось  $4_1$  пройдет через точку «скрещивания» исходных осей  $2_x$  и  $2_d$



2. Взаимодействуя с координатной трансляцией  $\vec{T}_b$  (или  $\vec{T}_a$ ) ось 4 смещается в центр квадрата, построенного на этой трансляции:  

$$\vec{T}_b \times 4 = 4 \left[ \frac{11}{22} z \right]$$
 Размножаем ось 4 и  $2_d$  координатными трансляциями  $\vec{T}_b$  и  $\vec{T}_a$

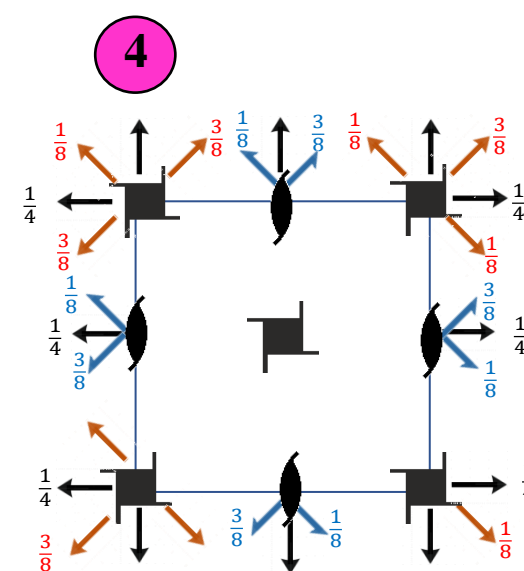


3. Поворачиваем ось  $2_x$  и  $2_d$  вокруг оси  $4_1$ :  

$$4_1 \curvearrowright 2_x(0) = 2_y\left(\frac{1}{4}\right)$$
  

$$4_1 \curvearrowright 2_d\left(\frac{1}{8}\right) = 2_d\left(\frac{3}{8}\right)$$
 Ось  $2_1(4_1)$ , взаимодействуя с трансляциями  $\vec{T}_b$  или  $\vec{T}_a$  оказывается в центре этих трансляций:  

$$2_1(4_1) \times \vec{T}_b = 2_1 \left[ 0 \frac{1}{4} z \right]$$

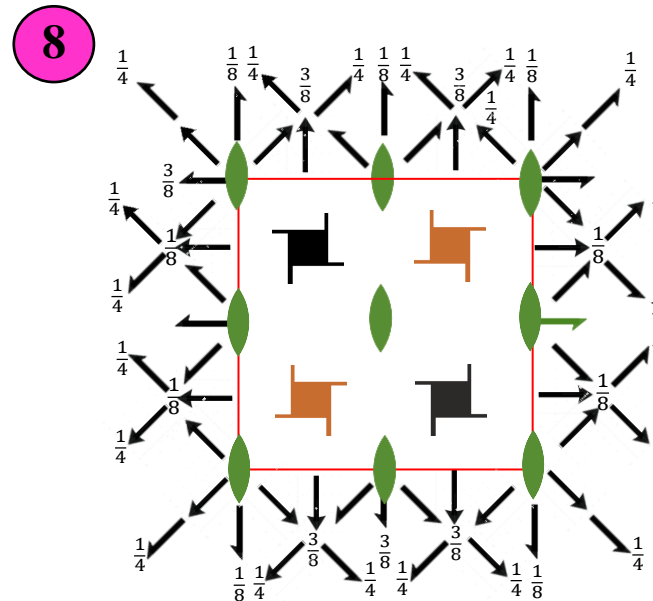
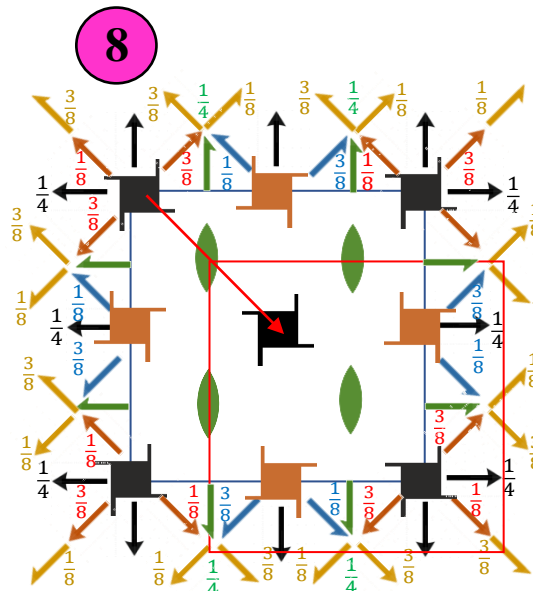
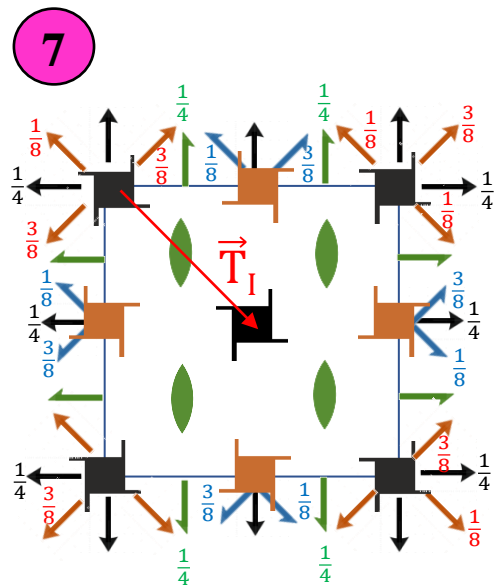
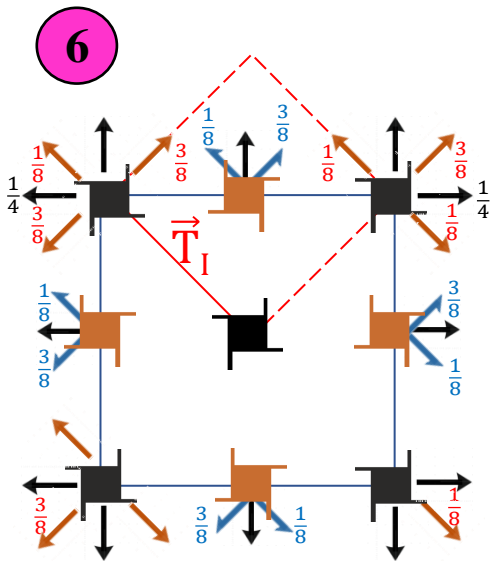


4. Взаимодействуя с горизонтальными трансляциями  $\vec{T}_b$  и  $\vec{T}_a$  ось  $2_d$  смещается в центр этой трансляции (не изменяя высоты) и меняет свой характер:  

$$\vec{T}_a \times 2_d = 2_{1d}$$
  

$$\vec{T}_b \times 2_d = 2_{1d}$$

## ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРУППЫ $I4_122$



6. В результате взаимодействия с трансляцией  $\vec{T}_I$  ось  $4_1$  превращается в  $4_3$  и смещается в центр квадрата, построенного на горизонтальной составляющей вектора  $\vec{T}_I$ :

$$\vec{T}_I \times 4_1 = 4_3 [0 \frac{1}{2} z],$$

Поглощая все винтовые оси  $2_1$

7. Взаимодействуя с вектором  $\vec{T}_I$ ,  $2_1(4_1)$  превращается в  $2$  и смещается в центр горизонтальной составляющей вектора  $\vec{T}_I$ . В результате взаимодействия горизонтальных осей  $2_x$  и  $2_y$  с трансляцией  $\vec{T}_I$  появляется комплекс дополнительных осей  $2_1$

8.  $\vec{T}_I$  вызывает чередование диагональных осей  $2$  и  $2_1$  с осями другого характера через  $\frac{1}{4}$  по высоте.

9. Начало координат переносим в положение  $222$ .

Из гемидрических групп, соответствующих классу 422, легко вывести все голоэдрические группы путем добавления возможных элементов симметрии 2-ого рода (плоскостей или центра инверсии). Очевидно, что из групп с энантиоморфными осями  $4_1$  и  $4_3$  ( $P4_122$ ,  $P4_12_12$ ,  $P4_322$ ,  $P4_32_12$ ) примитивные голоэдрические группы получить нельзя.

422		4 <sub>2</sub> 22	4 <sub>2</sub> 12	4 <sub>2</sub> 2 <sub>1</sub> 2	4 <sub>1</sub> 22
<i>P4/mmm</i>	<i>I4/mmm</i>	<i>P4<sub>2</sub>/mmc</i>	<i>P4/mbm</i>	<i>P4<sub>2</sub>/mnm</i>	<i>I4<sub>1</sub>/amd</i>
<i>P4/nbm</i>		<i>P4<sub>2</sub>/nbc</i>	<i>P4/nmm</i>	<i>P4<sub>2</sub>/ncm</i>	
<i>P4/mcc</i>	<i>I4/mcm</i>	<i>P4<sub>2</sub>/mcm</i>	<i>P4/mnc</i>	<i>P4<sub>2</sub>/mbc</i>	<i>I4<sub>1</sub>/acd</i>
<i>P4/nnc</i>		<i>P4<sub>2</sub>/nmm</i>	<i>P4/ncc</i>	<i>P4<sub>2</sub>/nmc</i>	

68!

Мы уже прошли больше 2/3 пространственных групп тетрагональной сингонии

Фактор- группа	4	$\bar{4}$	$4mm$	$4/m$	$\bar{4}m2$ $\bar{4}2m$	422	ИТОГО
<i>P</i>	4	1	8	4	8	8	33
<i>C</i>	-	-	-	-	-	-	0
<i>A(B)</i>	-	-	-	-	-	-	0
<i>F</i>	-	-	-	-	-	-	0
<i>I</i>	2	1	4	2	4	2	15
<b>ИТОГО</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>48</b>



Еще 10 групп

Уже 48! Это больше 2/3!



## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №3

1. Нарисовать график пространственной группы, взяв за порождающие координатные и диагональные оси второго порядка
2. Обоснованно выбрать начало координат
3. Размножить и записать все координаты общей правильной системы точек. Привести ее характеристики

ГАНИ ТАТЬЯНА	ГЕНШПРИНГ АРСЕНИЙ	ТИМАШОВ ДАНИИЛ	ТЮТИНА СОФИЯ	ПИРНАЗАРОВА ЗУМРАТ	ПИРНАЗАРОВА КОМИЛА
<b>Координатные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $0, \frac{1}{2}$ , <b>Диагональные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}$	<b>Координатные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $0, \frac{1}{2}$ , <b>Диагональные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $\frac{3}{8}, \frac{7}{8}$	<b>Координатные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $0, \frac{1}{2}$ , <b>Диагональные оси <math>2</math></b> на высотах: $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$	<b>Координатные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ <b>Диагональные оси <math>2</math></b> на высотах $0, \frac{1}{2}$	<b>Координатные оси <math>2_1</math></b> на высотах $0, \frac{1}{2}$ , <b>Диагональные оси <math>2_1</math></b> на высотах: $0, \frac{1}{2}$	<b>Координатные оси <math>2</math></b> на высотах $0, \frac{1}{2}$ , <b>Диагональные оси <math>2_1</math></b> на высотах $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

Характеристики общей правильной системы точек пространственной группы \_\_\_\_\_

№	Симметрия позиции	Величина симметрии позиции	Число степеней свободы	Кратность позиции	Координаты всех точек правильной системы
1					

