Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции

и ордена Трудового Красного Знамени

Государственный университет имени М. В. Ломоносова

ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра кристаллографии и кристаллохимии.

КУРСОВАЯ РАБОТА

ПРОСТЫЕ ФОРМЫ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ.

СОЗДАНИЕ АНИМИРОВАННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ

Выполнили: студенты 112 группы

Мурзина Р.Р.

Буданов А.Б.

Научный руководитель:

доктор хим. наук, профессор Ерёмин Н.Н.

МОСКВА

2012 г.

Оглавление

Введение

Поступив на геохимическое отделение геологического факультета МГУ, мы столкнулись с удивительной и совершенно новой для нас наукой – кристаллографией. Это одна из главных фундаментальных наук о Земле, ее веществе. Название полностью раскрывает предмет ее изучения, но она не только о кристаллах – о процессах их образования, об их внешней форме, внутреннем строении и физических свойствах, - но и о закономерностях развития Земли, ее формы, о процессах, происходящих в глубинах геосфер.

Нельзя не отметить тонкость и точность кристаллографии. Поэтому данная наука будет недоступна без наглядных учебных пособий. Деревянные макеты кристаллических решеток и форм кристаллов, конечно, помогают освоить основы кристаллографии. Но, к счастью, прогресс шагнул вперед и в нашем распоряжении есть компьютерные презентации, анимации, позволяющие проследить ход мыслей преподавателя и увидеть все тонкости этой замечательной науки.

Одним из самых полезных пособий, на наш взгляд, является анимация простых форм кристаллов кубической сингонии. Мы заинтересовались процессом создания таких красочных демонстраций и узнали, что помимо кубической сингонии, анимацию которой сделал Анатолий Волков в 2008 году, существует анимация тетрагональных кристаллов, презентованная Ларисой Кудряшевой в 2011. А когда наш научный руководитель Еремин Н.Н. предложил одну из тем курсовых работ – «Гексагональные кристаллы в анимации», мы заинтересовались и решили, что сможем помочь будущему поколению геологов в освоении кристаллографии.

Литературный обзор

Введение в кристаллографию. Симметрия

Кристаллы минералов издавна привлекают внимание исследователей. Этот интерес связан с характером огранения кристаллов, позволяющим отнести их к конкретному минералу. Как известно, кристаллы - твердые тела с упорядоченным внутренним строением на уровне атомов и молекул. Кристаллические тела обладают трехмерно-периодической пространственной атомной структурой и имеют вследствие этого при определенных условиях образования форму многогранников.

Правильным внутренним строением объясняются такие макроскопические свойства кристаллов, как, однородность, плоскогранность, способность самоограняться, их симметрия [1]. В своей работе мы непосредственно затронем самое важно свойство кристаллов – симметрию.

Термин «симметрия» (от греч. σιμμετρια — соразмерность) ввел, как предполагают Пифагор Регийский, обозначив им пространственную закономерность в расположении одинаковых фигур или их частей. То есть суть симметрии заключается в возможности проведения преобразования объекта, совмещающего его с самим собой в новом положении.

Относительно внутреннего строения кристалла, термин «симметрия» объясняется следующим образом. Каждая пространственная решетка характеризуется своими *параметрами*, т. е. тремя векторами, на которых строится параллелепипед повторяемости, и углами между ними. Поэтому кристаллы, построенные по принципу пространственной решетки, имеют закономерное внутреннее строение и в силу этого обнаруживают закономерную повторяемость своих элементов (граней, углов или ребер), т. е. ту или иную степень симметричного строения. Поскольку симметрия, являясь одним из обобщающих фундаментальных понятий физики и естествознания в целом, присуща строению и свойствам кристаллического вещества, именно она и используется в качестве важного диагностического признака при определении минералов [1].

Поэтому возникает необходимость классификации кристаллов по возможным сочетаниям элементов симметрии, т.е. классам симметрии. В своей работе мы разберем 12 классов гексагональных кристаллов.

1. «Кристаллография и кристаллохимия» учебник. Ю.К.Егоров-Тисменко; под редакцией академика В.С.Урусова. – 2-е издание. Москва «КДУ», 2010

Гексагональные кристаллы

Понятие сингонии

Изучая кристаллы, ученые пришли к выводу, что необходимость фиксировать то или иное направление, ту или иную плоскость симметрии (или грань кристалла) заставляет вводить в кристаллах *координатную систему*. Однако пользоваться одной, наиболее распространенной в геометрии, декартовой системой в кристаллографии неудобно, так как прямоугольная система координат с одинаковыми масштабами по осям не позволяет достаточно полно отразить симметрию кристалла. Поэтому *в кристаллографии используется такая система координат, в которой координатные оси совмещены с особыми направлениями в кристалле, т. е. с осями симметрии и (или) с нормалями к плоскостям симметрии* ($P = Ł_2$). *При отсутствии или недостаточном количестве особых направлений координатные оси выбираются по действительным или возможным ребрам кристалла.* Отсюда координатные системы кристаллов различаются своими угловыми характеристиками – углами между осями X, Y, Z: $\alpha = \hat{YZ}$, $\beta = \hat{XZ}$, $\gamma = \hat{XY}$. При этом следует отметить, что в кристаллографии используется правая система координат.

Однако лишь угловых характеристик при описании кристаллографической координатной системы недостаточно. Следовательно, *полная характеристика координатной системы предполагает не только знание угловых характеристик, но и знание степени эквивалентности тех особых направлений, вдоль которых выбраны координатные оси*[1].

Три категории кристаллов

Условно эквивалентность координатных направлений можно показать в виде *единичных векторов* – масштабов ***a***, ***b***, ***c*** – по соответствующим координатным осям X, Y, Z. Три возможности соотношений единичных векторов – $a = b = c$, $a = b \neq c$, $a \neq b \neq c$ – позволяют разделить кристаллографические координатные системы, а следовательно, и 32 класса симметрии, на *три группы – три категории кристаллов*:

- кристаллы *высшей категории* характеризуются полной эквивалентностью координатных осей ($a = b = c$), что связано с присутствием в группах симметрии таких кристаллов нескольких осей высшего порядка – $4L_3$;
- кристаллы *средней категории* характеризуются частичной эквивалентностью координатных осей ($a = b \neq$ c), связанной с присутствием в их группах симметрии лишь одной оси высшего порядка;
- кристаллы *низшей категории* характеризуются полной неэквивалентностью координатных направлений ($a \neq b \neq c$), которая объясняется отсутствием в них осей высшего порядка.

Рассмотрев угловые соотношения в каждой из перечисленных категорий, можно вывести все *кристаллографические координатные системы*.

Кристаллографические системы (сингонии)

Классы симметрии с единым координатным репером объединяется в одно семейство, называемое сингонией (греч. *syn* – вместе, *gonia* – угол) или *системой.* Каждая категория делится на сингонии, в зависимости от углов между координатными осями.

Нам интересна средняя категория, а именно гексагональная сингония.

Из условия эквивалентности двух горизонтальных координатных направлений ($a = b$) следует, что симметрия кристаллов средней категории описывается группами с единственной осью высшего порядка: $L_3, L_4, L_6, Ł_3, Ł_4, Ł_6$. С этой осью совмещают координатное направление Z, ориентируя его вертикально. Две другие оси – X и Y – выбирают в плоскости, перпендикулярной главной оси, по осям 2-го порядка – поворотным (L_2) или инверсионным ($Ł_2=P$) (нормалям к плоскостям симметрии). Если же горизонтальных особых направлений в кристалле нет, то координатные оси выбирают по ребрам (возможным или действительным). Отсюда и углы между главной осью L_n (осью Z) и горизонтальными осями X и Y прямые, т. е. $\alpha = \beta = 90°$.

Угол γ между осями X и Y определяется порядком главной оси и равен 90° в случае присутствия оси 4-го порядка и 120°, если присутствуют оси 3-го и 6-го порядков. Поэтому в средней категории выделяются две координатные системы, которым соответствуют две сингонии:

- *тетрагональная* (греч. тетра (τετρα) – четыре) – $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$, к которой относятся точечные группы:

  L_4, Ł$_4$, L_4PC, L_44L_2, L_44P, Ł$_42L_22P$, L_44L_25PC;

- *гексагональная* (греч. гекса (εξα) – шесть) – $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90°$, $\gamma = 120°$, объединяющая классы симметрии с осями 3-го и 6-го порядков:

  L_3, Ł$_3 = L_3C$, L_33L_2, L_33P, Ł$_33L_23P = L_33L_23PC$ (рис. 1) и

  L_6, Ł$_6 = L_3P$, L_6PC, L_66L_2, L_66P, Ł$_63L_23P = L_33L_24P$, L_66L_27PC (рис. 2).

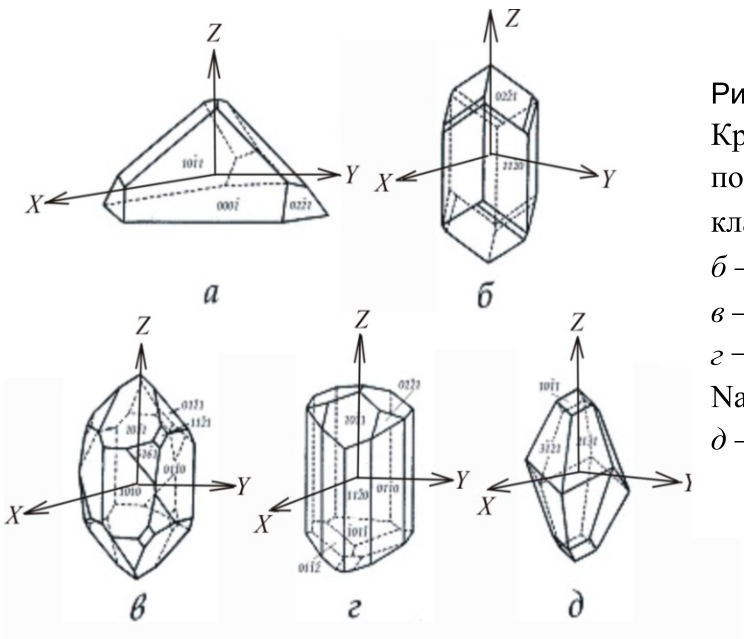
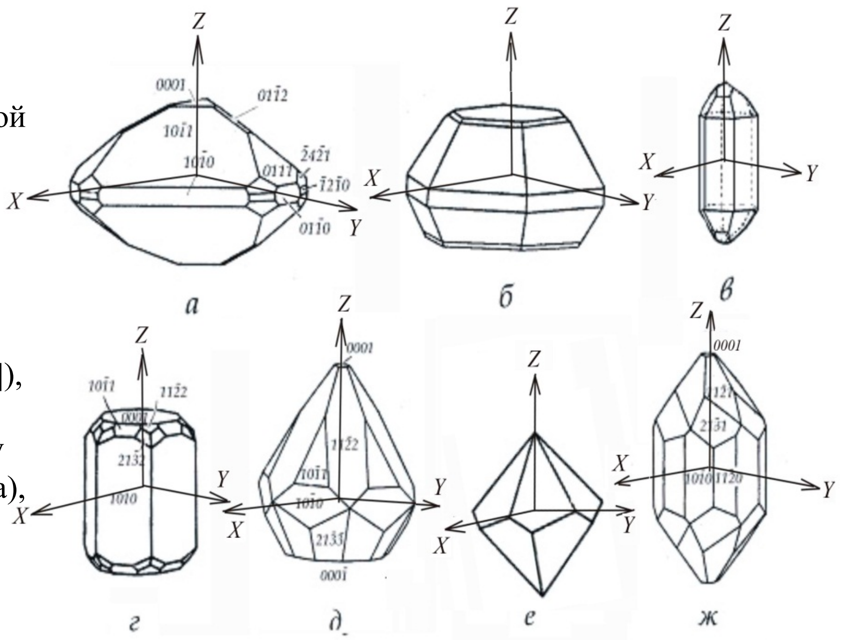


Рис.1
Кристаллы минералов тригональной подсингонии гексагональной сингонии классов: *а* – L_3 (иодата натрия $NaIO_4{\cdot}3H_2O$),
б – L_3C = Ł$_3$ (диоптаза − $Cu_6[Si_6O_{18}]{\cdot}6H_2O$),
в – L_33L_2 (кварца α-SiO_2),
г − L_33P (турмалина $Na(Ca)Mg_3Al_6B_3[Si_6O_{18}](O,OH)_{12}$),
д – L_33L_23PC (кальцита $CaCO_3$)

Рис.2
Кристаллы собственно гексагональной сингонии классов:
а – $\text{Ł}_6\ 3L_23P = L_33L_24P$ (бенитоита $BaTi[Si_3O_9]$),
б – L_6 (нефелина $NaAlSiO_4$),
в - $\text{Ł}_6 = L_3P$ (орто-гидрофосфата серебра $Ag_2(PO_4)H$),
г – L_66L_27PC (берилла $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$),
д – L_66P (цинкита ZnO), *е* – L_66L_2 (гексагональный трапецоэдр, к этому классу относятся кристаллы β-кварца),
ж – L_6PC (апатита $Ca_5(PO_4)_3F$)



Особенность симметрии гексагональных кристаллов состоит в наличии трех горизонтальных эквивалентных особых направлений и следовательно, трех координатных осей – X, Y и U, расположенных под углом 120° одна к другой.

Если в основу распределения классов симметрии по сингониям заложена единая координатная система, то в средней категории выделяют две сингонии: *тетрагональную* и *гексагональную*, координатные системы которых обслуживают кристаллы с осями 4-го, 3-го и 6-го порядков соответственно. Если же в основу выделения сингоний положить порядок главной оси, то формально можно выделить *тригональную* сингонию с осями 3-го порядка. Однако, поскольку и в тригональных, и в гексагональных кристаллах сходны простые формы (гексагональные призмы и пирамиды встречаются в присутствии осей и 3-го и 6-го порядков) и однотипная примитивная решетка Браве (*P*) объединяет все 12 гексагональных классов с осями 3-го и 6-го порядков, нет смысла дробить эти классы на две сингонии.

Присутствие же в кристаллах осей 3-го порядка можно подчеркнуть выделением в гексагональной сингонии, объединяющей классы с осями 3-го и 6-го порядков, *тригональной подсингонии*, выделяющей классы только с осями 3-го порядка. Искусственность разбиения указанных классов симметрии на две разные сингонии проявляется еще и в том, что $L_3C = \text{Ł}_3$ не что иное, как Ł_6, а $L_3P_\perp = \text{Ł}_3 = \text{Ł}_6$.

Символы граней кристалла

Знание симметрии кристаллов и расположения граней относительно элементов симметрии не всегда позволяет понять и установить закономерности взаимного расположения всех граней кристалла. Кроме того, пользуясь лишь сферическими координатами (φ° и ρ°), нельзя решить вопрос реализации некоторой плоскости в качестве грани кристалла. Ответ на эти вопросы может дать *индицирование* − присвоение каждой грани кристалла цифрового *кристаллографического символа*, по которому даже без проекции можно разобраться в особенностях огранки того или иного кристалла.

Для получения символа грани необходимо ее зафиксировать относительно выбранной в исследуемом кристалле кристаллографической координатной системы. Для этого следует измерить отрезки (*параметры*), которые грань кристалла отсечет на координатных осях, продолженная до пересечения с ними. Положение грани, таким образом, будет зафиксировано.

Чтобы зафиксировать положение любой грани, необходимо получить отношения ее параметров, измеренных в определенных масштабах. Масштабы же заложены в самом кристалле – его структуре. Действительно, работая с кристаллами, мы должны помнить, что грани и ребра не что иное как, узловые сетки и узловые ряды, точнее, целые семейства параллельных сеток и рядов пространственной решетки. И оси кристаллографической координатной системы мы выбираем не по случайным, а по особым направлениям кристалла. В общем случае координатные оси оказываются параллельными ребрам кристалла, т. е, узловым рядам пространственной решетки, в которых как бы заложены естественные масштабные единицы – трансляционные векторы. Узловые расстояния *a, b, c* (периоды идентичности решетки), как правило, короткие, хотя и не обязательно кратчайшие.

Нетрудно убедиться, что в структуре кристалла всегда найдется узловая сетка пространственной решетки (например, *AB* на рис. 3), которая отсечет на узловых рядах, представляющих координатные оси, целое или рациональное число периодов идентичности.

Поскольку параметры узловых сеток, измеренные соответствующими периодами идентичности *a, b, c* вдоль координатных направлений, выражаются рациональными числами, отношения двух любых узловых сеток также окажутся рациональными. В этом суть *закона рациональности отношений параметров*, выявленного в 1783 г. эмпирически французским исследователем Р. Ж. Гаюи и лежащего в основе математической характеристики расположения граней и ребер кристалла – его *индицирования.*

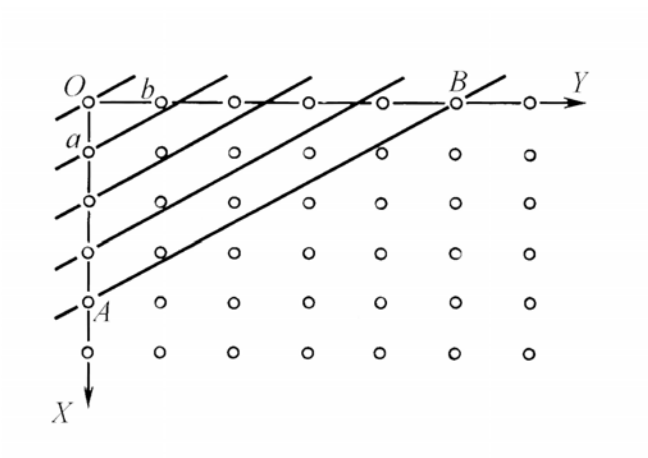


Рис. 3 К доказательству рациональности отношений параметров узловых сеток

Однако на практике, определяя символы граней кристалла, мы ничего не знаем ни о его структуре, ни тем более о периодах идентичности – узловых расстояниях *a, b, c*, которые можно было бы принять за единицы масштабов по соответствующим осям. Поэтому наиболее разумно принять за единицы измерения (единицы масштабов) по каждой оси соответствующие параметры одной из граней исследуемого кристалла,отношения этих параметров можно принять за отношения единиц масштабов по соответствующим координатным осям: $OA_e : OB_e : OC_e = a_e : b_e : c_e$. Учитывая при этом то, что поскольку кристаллографические координатные оси в общем случае неэквивалентны между собой, единый масштаб измерения по всем осям непригоден. В результате отрезки OA, OB и OC, отсекаемые другой гранью кристалла - гранью ABC, могут быть измерены масштабами, предоставленными гранью $A_eB_eC_e$ (и определено их отношение OA : OB : OC $= a : b : c$). Таким образом, положение искомой грани ABC будет зафиксировано двойным отношением параметров граней – $\frac{a}{a_e}:\frac{b}{b_e}:\frac{c}{c_e}$. При этом величины $\frac{a}{a_e},\frac{b}{b_e},\frac{c}{c_e}$ для геометрических фигур могут принимать любые значения, тогда как для кристаллов в кристаллографической координатной системе они обязательно окажутся рациональными. Следовательно их отношения можно привести к отношению целых взаимно простых чисел – *индексов*: $p : q : r = \frac{a}{a_e}:\frac{b}{b_e}:\frac{c}{c_e}$.

Индексы $p : q : r$ – *индексы Х. Вейсса* (C. S. Weiss, 1780 – 1856) – для кристаллографической практики оказались неудачными, так как для граней, параллельных каким-либо координатным осям, соответствующий индекс будет равен бесконечности ($\propto$), что неудобно при расчетах. Это побудило перейти к индексам h, k, l, предложенным в 1839 г. профессором Кембриджского университета *В. Миллером* (W. H. Miller, 1801 – 1880) – *индексам Миллера*:

$$h : k : l = \frac{1}{p}:\frac{1}{q}:\frac{1}{r} = \frac{a_e}{a}:\frac{b_e}{b}:\frac{c_e}{c}, \text{ где } \frac{1}{\infty}=0.$$

Индексы Миллера h, k, l, заключенные в круглые скобки (hkl) без знаков отношения (которые подразумеваются!), составляют *символ грани кристалла*.

Единичные грани в кристаллах гексагональной сингонии

При выборе единичной грани следует учитывать степень эквивалентности выбранных в кристалле координатных осей.

В кристаллах *гексагональной сингонии* удобно вводить третье координатное горизонтальное эквивалентное осям X и Y направление U, возникающее за счет поворота на 120° вокруг осей высшего порядка L_3 или

L_6 (60° × 2). Поэтому в символе гексагонального кристалла появляется дополнительный четвертый индекс i, соответствующий новой оси U, из-за чего символ становится четырехчленным – ($hkil$), причем, как очевидно из рис. 98, $h + k = -i$. Введение дополнительной оси U позволяет выбрать единичную грань в кристаллах гексагональной сингонии на биссектрисе угла в 120° (т. е. на оси –U), отсекающую равные отрезки на осях X и Y и имеющую символ $(11\bar{2}1)$.

Определяя символы граней кристаллов гексагональной сингонии, рекомендуется сначала не обращать внимание на «лишнюю» ось U, тем более что она мешает при аналитических расчетах. Однако, чтобы не путать четырехосную установку Браве с трехосной Миллера, в окончательный ответ следует вставлять недостающий индекс по этой оси или точку: (hkl) = ($hk \cdot l$) = $(hk\overline{(h+k)}l)$.

Метод развития зон

Для получения возможных граней и ребер кристалла графическим методом необходимо нанести на стереограмму как минимум четыре грани с известными символами. Дуги больших кругов, каждая из которых проведена через любую пару граней, будут не чем иным, как гномостереографическими проекциями ребер, по которым эти грани пересекаются. Символы этих ребер можно рассчитать с помощью решения приведенных выше систем уравнений. Точки пересечения таких дуг укажут на позиции возможных граней кристалла, символы которых также могут быть рассчитаны.

Если необходимо определить символ какой-либо определенной грани данного кристалла, то, нанеся на стереограмму с использованием сетки Вульфа эту грань и четыре грани с известными символами, следует проводить дуги больших кругов до тех пор, пока искомая грань не окажется на пересечении двух дуг.

Метод графического получения возможных граней и ребер кристалла называется *методом развития зон* (*поясов*), или *методом Вейсса*.

Однако в процессе развития зон нет необходимости каждый раз прибегать к промежуточному определению символов зон (ребер) и граней, проще воспользоваться некоторыми полезными следствиями из соотношения

$hr + ks + lt = 0$.

Следствие 1. В символе любой параллельной координатной оси грани, индекс, соответствующий этой оси, равен нулю. Например, в символах граней, параллельных оси X, $h = 0$. Действительно, символ оси X – [100], следовательно, $h\cdot 1 + k\cdot 0 + l\cdot 0 = 0$, откуда $h = 0$. Так, на рис. 110, *а* грани 4 параллельны координатной оси Y, поэтому в символах этих граней индекс, соответствующий этой оси, равен нулю – $(h_4 0 l_4)$. Поскольку грань 3 параллельна двум координатным осям X и Y, то соответственно и индексы h и k в символе этой грани равны нулю – (001).

С другой стороны, если ребро $[rst]$ параллельно какой-либо координатной грани (зона содержит координатную грань) – (100), (010) или (001), то в символе ребра (зоны) нулю будут равны соответственно первый, второй или третий индексы. Так, зона I, выделенная на рис. 110 *а* жирной линией, включает грани с символами (100) и (001). В соответствии с уравнением $hr+ks+lt = 0$ можно записать $1\cdot r + 0\cdot s + 0\cdot t = 0$ и $0\cdot r + 0\cdot s + 1\cdot t = 0$. Отсюда в символе зоны, ось которой совпадает с координатным направлением Y индексы r и t будут равны 0 – [010].

Процедуру графического вывода возможных граней и ребер кристалла *методом развития зон* можно существенно упростить, если взять в качестве исходных не любые случайные грани с известными символами, а три координатные – (100), (010), (001) и предварительно выбранную единичную – (111) и использовать приведенные выше следствия из уравнения $hr + ks + lt = 0$ (Рис. 4).

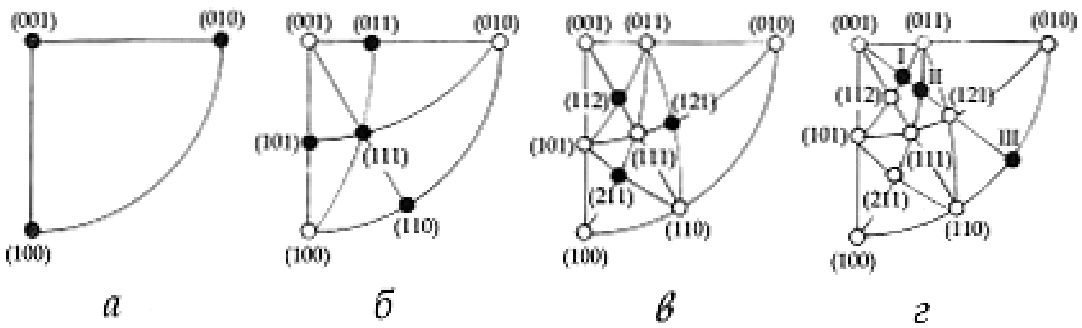


Рис. 4. Последовательность развития зон при определении символов граней кристаллов

Итак, для решения задач методом развития зон необходимо знать позиции единичной и координатных граней, положение которых различно в кристаллах с прямоугольной и косоугольной координатными системами. А поскольку зональные отношения не зависят от координатной системы, *метод развития зон универсален*: с его помощью можно не только определять символы граней, расположенных в определенных позициях, но и решать обратную задачу – определять позиции граней по заданным символам.[1]

Простые формы. Общие представления

Учение о внешней форме − морфологии − кристаллов − один из разделов кристаллографии. Огранка кристалла, являясь важной характеристикой кристаллического вещества, отличающей кристаллы одного минерала от другого, используется не только как. важнейший диагностический признак, но нередко служит указанием на месторождение данного минерала. Главным методом, с помощью которого изучается расположение граней, является *гониометрия* – метод, основанный на измерении углов между гранями кристалла.

В природе кристаллы одного и того же вещества могут иметь самую разную форму, при этом одни грани встречаются часто, другие – реже. Присутствие одних и тех же граней в разных кристаллах одного и того же вещества послужило основанием для установления первого основного закона кристаллографии – *закона постоянства углов* между соответственными гранями. Огранка каждого кристалла строго подчиняется его симметрии, т. е. одной из 32 точечных групп. Однако реальная форма кристаллов далека от идеальной, которую мог бы получить кристалл при равномерном развитии многогранника. Но, поскольку в природе идеальных условий роста не существует, то форма реального кристалла искажается. Однако тот факт, что при росте кристаллов каждая грань кристалла (и его ребра) перемещаются параллельно самим себе, позволяет фиксировать грани их нормалями, с помощью которых любой кристалл, независимо от индивидуальных особенностей, получает единое описание. А использование стереографических проекций позволяет определять углы между гранями и выявлять симметрические закономерности расположения граней.

Совокупность граней, взаимосвязанных всеми симметрическими операциями точечной группы (класса) симметрии называют простой формой кристалла. Грани, принадлежащие одной простой форме, равны не только геометрически по своей форме, но также по своим физическим и химическим свойствам.

Легко видеть, что число граней одной простой формы и ее облик определяется положением исходной грани относительно элементов симметрии класса. Кроме того, различают частное и общее положение граней. Грань частного положения фиксирована какими-либо элементами симметрии – либо перпендикулярна единичному особому направлению, либо параллельна ему, либо равнонаклонна к эквивалентным особым направлениям; все остальные положения граней– общие, т. е. не зафиксированные относительно особых направлений в кристалле. Отсюда простые формы, образованные гранями первого типа, называют частными, второго – общими.

Грань общего положения подвергается действию всех операций симметрии данной группы. Поэтому число граней общей формы в данной группе максимально и равно числу операций симметрии, составляющих эту группу, т. е. равно ее порядку. Число граней частной простой формы может быть либо равно, либо меньше числа граней общей формы, так как элементы симметрии, перпендикулярные к грани, ее не размножают.

В огранке кристалла могут участвовать грани либо одной простой формы (в этом случае простая форма закрытая), либо нескольких, образуя *комбинационные многогранники*. Несмотря на бесконечное разнообразие типов комбинационных огранений, число простых форм кристаллов конечно и равно 47, поскольку конечно не только число кристаллографических групп симметрии (32), но и число различных положений граней относительно элементов симметрии каждой из этих групп. В одном классе (группе) может быть несколько принципиально разных частных положений и только одно общее. Именно поэтому общая простая форма служит характеристикой данного класса симметрии, передавая ему свое название.

В названиях кристаллографических форм часто отражены число граней и их форма.[1]

Вывод простых форм гексагональной сингонии

Простые формы можно получить размножением исходной грани, задаваемой в разные положения относительно элементов симметрии того или иного класса.

1)Простые формы кристаллов в классах $C_3 = L_3$($C_6 = L_6$)

1. Грань 1, перпендикулярная единственной расположенной вертикально поворотной оси, не размножается этой осью и в результате остается в единственном числе. Такая одногранная форма независимо от порядка оси называется *моноэдром*.

2. Грань 2 параллельная оси L_n, размножаясь этой осью, создает простую форму, грани которой пересекаются по параллельным ребрам,

– *n-гональную призму* с правильным n-угольником в перпендикулярном этой оси сечении.

3. Грань 3, расположенная под косым углом к оси L_n, размножаясь ею, образует форму, все грани которой пересекаются в одной лежащей на этой оси точке, – *n-гональную пирамиду*.

Очевидно, что в семействе классов $C_n = L_n$ моноэдры и n-гональные призмы – частные, а n-гональные пирамиды – общие простые формы.

2)Простые формы кристаллов в классах $C_{3v} = L_3 3P$

В классе $L_3 3P$ часть простых форм повторяет формы, выведенные в классах L_3:

1. Грань, перпендикулярная единственной поворотной оси, принадлежит *моноэдру*;
2. Грани, проектирующиеся на плоскости симметрии или равнонаклонные к эквивалентным плоскостям симметрии образуют *тригональные призмы*, если они параллельны главной оси, и *тригональные пирамиды*, если наклонны к ней.
3. Однако помимо призм и пирамид в указанном классе есть простые формы, образованные гранями, расположенными под разными (произвольными) углами к эквивалентным плоскостям симметрии. В главных сечениях таких форм при равных сторонах углы равны через один – это так называемые дитригональные сечения. Отсюда и названия образованных такими гранями простых форм – *дитригональные призмы* и *дитригональные пирамиды.*

3) Простые формы кристаллов в классах $C_{3,6h} = L_{3,6}P_h (C)$ и $D_{3,6h} = L_{3,6}3L_2 3(6)P_v P_h(C)$

1. Неизменными в классах C_{nh} и D_{nh} останутся лишь призматические формы – *n-гональные* и *ди-n-гональные призмы*. Остальные простые формы получаются отражением выведенных ранее в классах C_n и C_{nv} простых форм в горизонтальной плоскости симметрии P_h, перпендикулярной главной оси: моноэдры при этом превратятся в *пинакоиды*; пирамиды создадут новые, но уже закрытые простые формы – *n-гональные* и *ди-n-гональные бипирамиды*.

4)Простые формы кристаллов в классах $D_{3(6)} = L_{3(6)}3(6)L_2$

1. Без изменений из бипирамидальных классов C_{nh} и D_{nh} в группы D_n переходят такие формы, грани которых либо перпендикулярны, либо параллельны главной оси симметрии, – это *пинакоиды* и *n-гональные* или *ди-n-гональные призмы*. Грани в позиции 3 также дадут уже выведенные ранее формы – *n-гональные бипирамиды*. Однако «удвоение» граней пирамид происходит в классах D_n не за счет отражения в горизонтальной плоскости симметрии, как в классах C_{nh} и D_{nh}, а за счет поворота вокруг горизонтальной оси L_2.
2. Новые простые формы в классах D_n дадут грани общего положения – это *n-гональные трапецоэдры* с гранями в форме неправильных четырехугольников. Если в бипирамидах верхняя пирамида располагается четко над нижней, то в трапецоэдрах они связаны друг с другом поворотом вокруг горизонтальной оси 2-го порядка и в проекции на перпендикулярную главной оси плоскость оказываются повернутыми одна относительно другой на произвольный угол, т. е. угол, не фиксированный симметрическими операциями данного класса.

5)Простые формы кристаллов в классах $S_{2n} = Ł_6$

1. Новые простые формы в классах $S_6 = L_3C$ будут образованы лишь гранями общего положения. Зеркальный поворот располагает верхние грани симметрично относительно нижних. В классе S_6 это не что иное, как *ромбоэдр*, выведенный ранее как частная форма в классе D_3.

6) <u>Простые формы кристаллов в классах $D_{3(6)d} = \text{Ł}_{23(6)}\ 3(6)L_2\ 3(6)P_v$</u>

1. Ромбоэдр в классе D_{3d} так как их грани перпендикулярны плоскостям симметрии. Будучи выведенными в общее положение, грани этих простых форм удваиваются – преломляются, образуя новые простые формы – *n-гональные скаленоэдры* (греч. *скалена* (σκαληνοζ) – разносторонний треугольник).

2. В кристаллах возможны лишь две скаленоэдрические формы: *тригональный скаленоэдр* (преломленный ромбоэдр) с главной осью $\text{Ł}_6 = \text{Ł}_3$ (в классе D_{3d}). Классы D_{nd} называют *n-гонально-скаленоэдрическими*.[2]

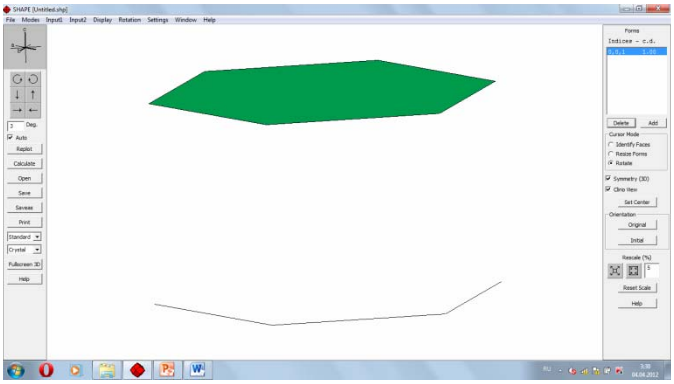
---

1. «Кристаллография и кристаллохимия» учебник. Ю.К.Егоров-Тисменко; под редакцией академика В.С.Урусова. – 2-е издание. Москва «КДУ», 2010
2. «Кристаллография» И.Костов, перевод с болгарского Г.П.Литвинской, под редакцией Н.В.Белова. Москва «МИР», 1965

Практическая часть

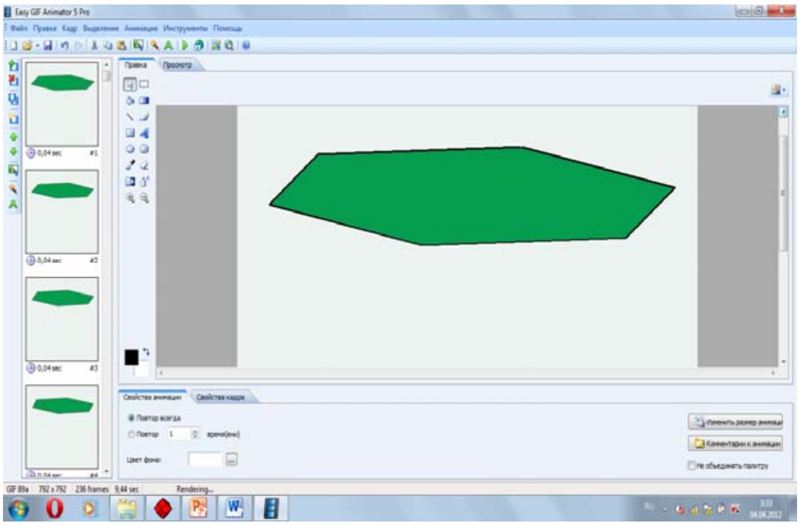
План осуществления практической части нашей работы следующий:

1) Создать кадры вращения каждой простой формы, а также кадры превращения из одной формы в другую.
2) Соединив все картинки в программе Animation, получить анимацию для каждого класса.



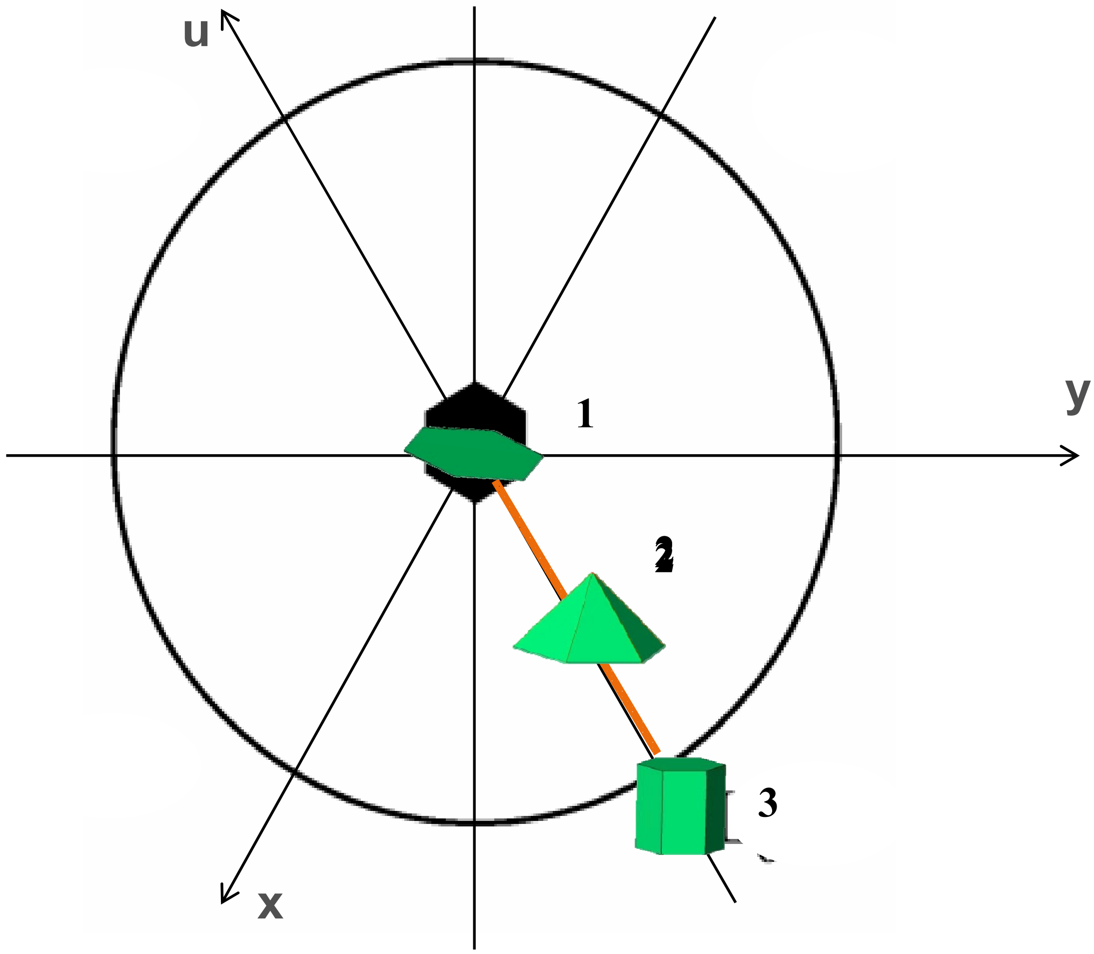
Наш научный руководитель посоветовал нам программу для рисования простых форм кристаллов – “SHAPE72”. Используя знания и навыки работы с методом развития зон и определения символов простых форм кристаллов гексагональной сингонии мы кадр за кадром превращали и вращали простые формы всех 12 классов.

Но, несмотря на уникальность данной программы, у нее есть один минус – с ее помощью нельзя сохранить кадры в широкоизвестных форматах. Для перевода кадров из формата .wmf в формат .jpg мы использовали графический редактор CorelDRAWX4.

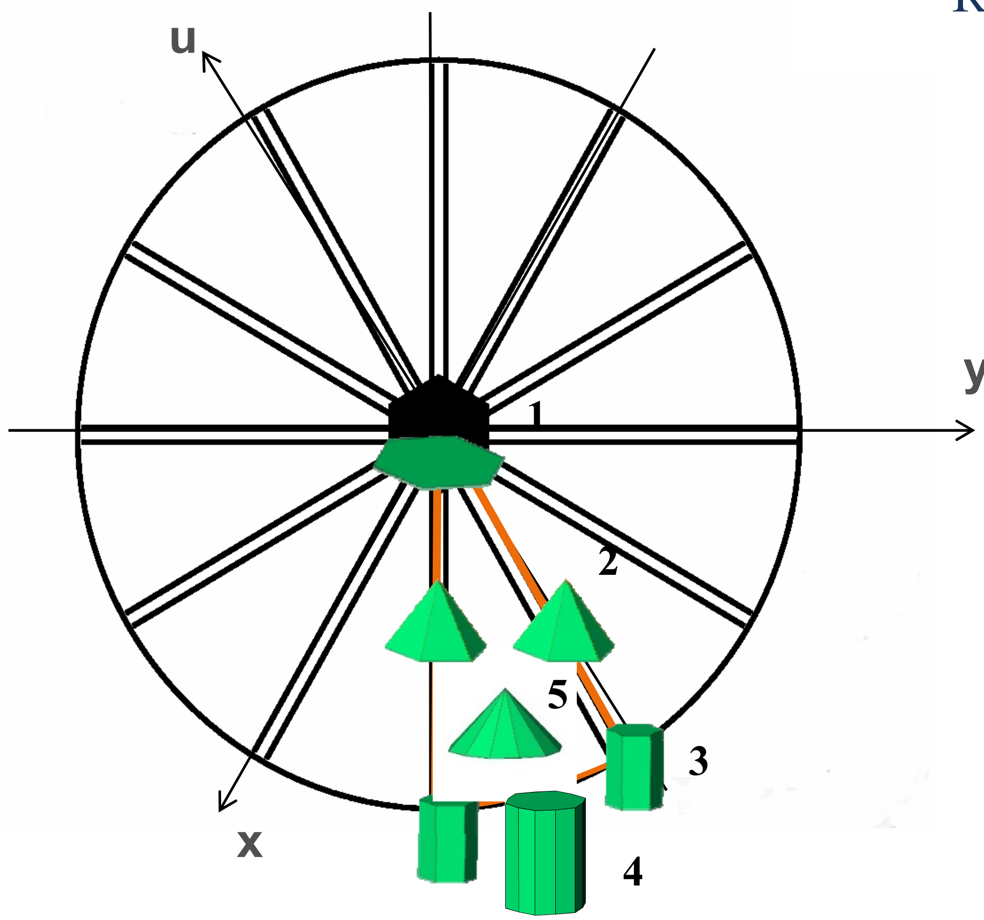


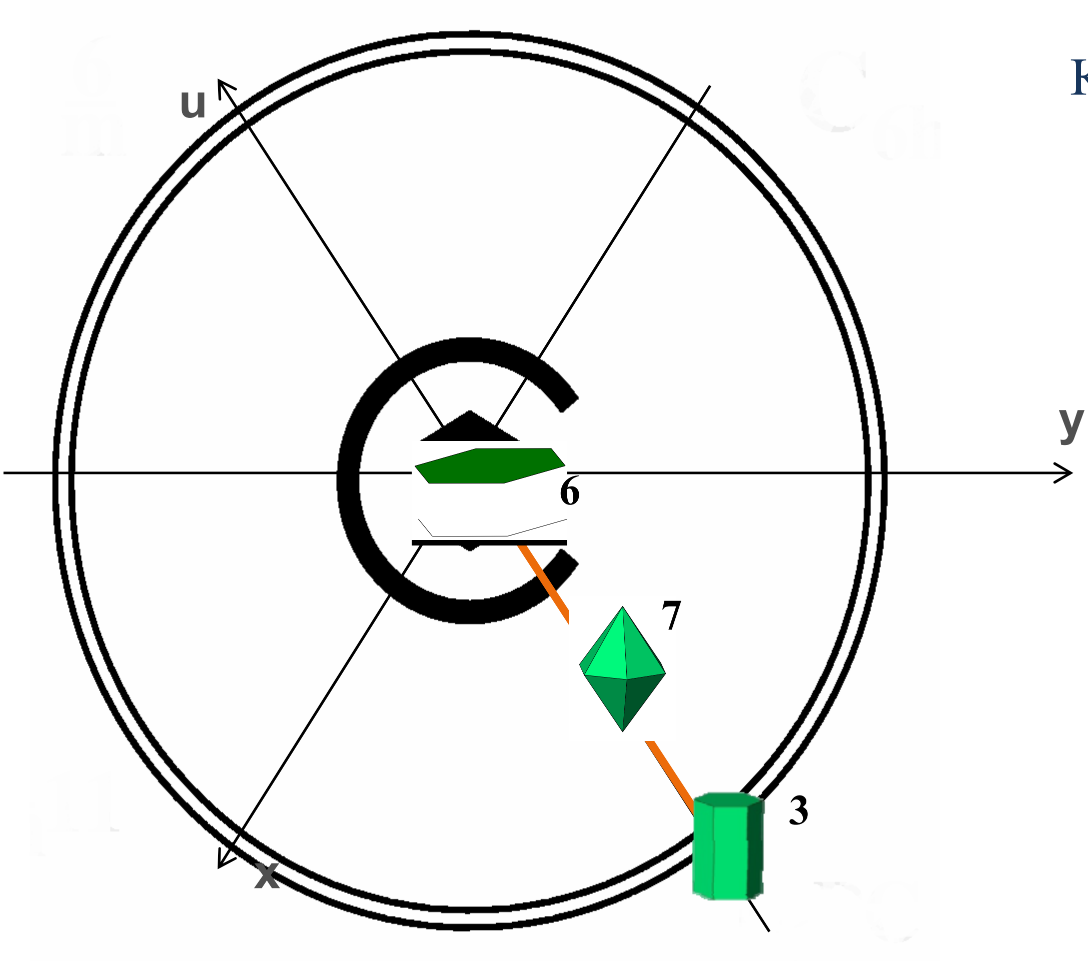
Анимационные рисунки мы создали с помощью программы «GIF Animation».

КЛАСС 6

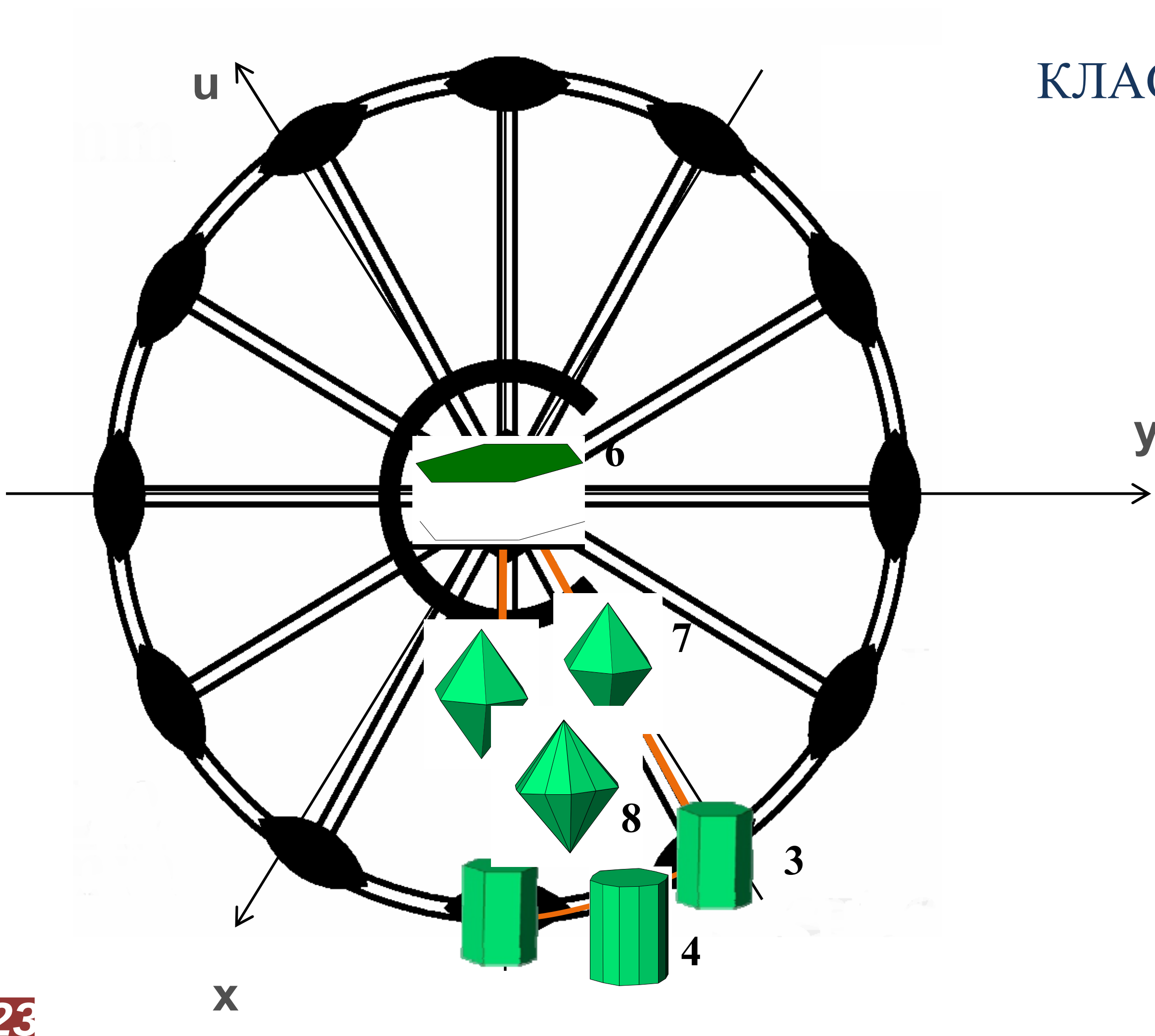


КЛАСС 6mm



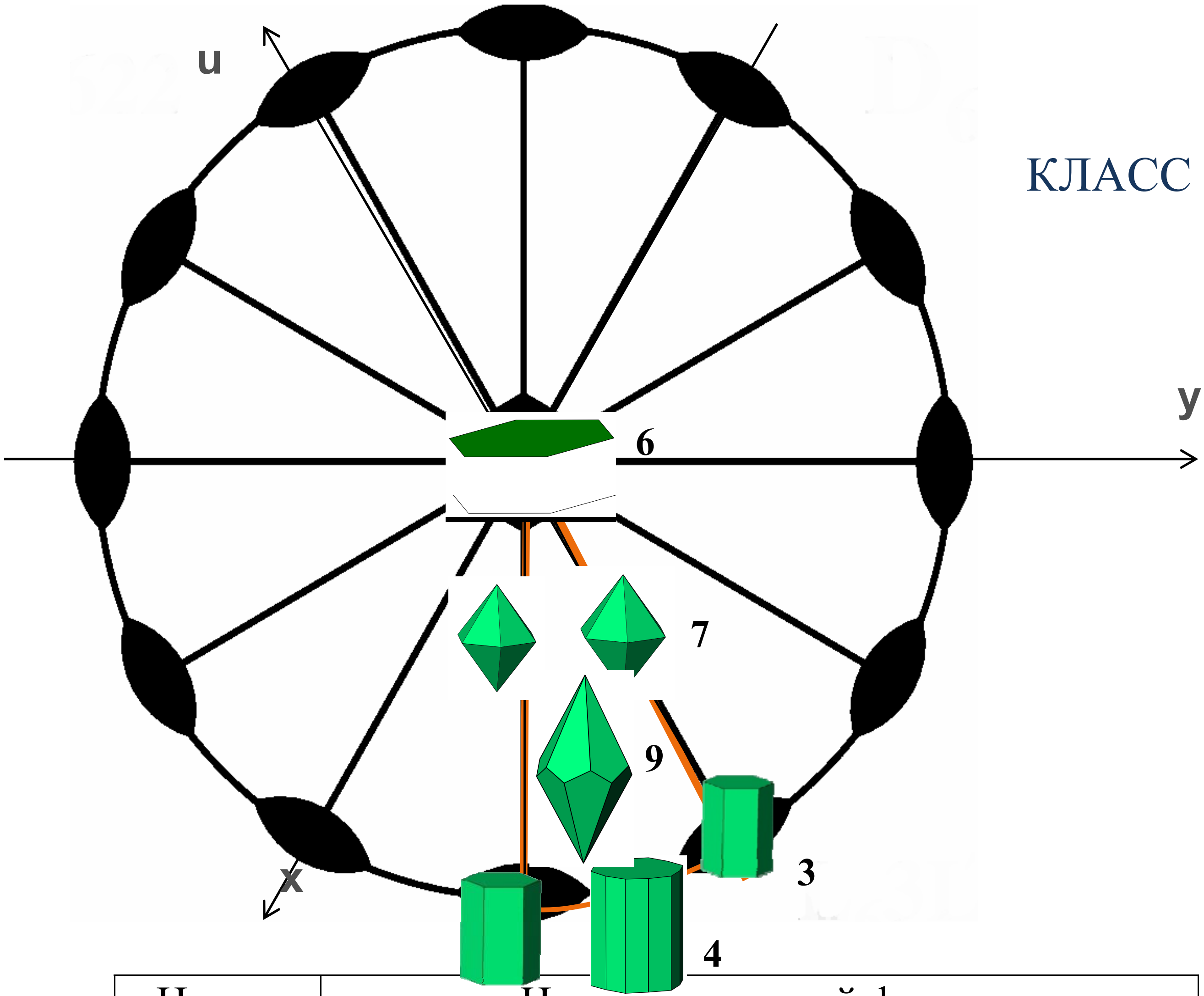


КЛАСС 6/|m



КЛАСС 6/mmm

КЛАСС 622



Номер	Название простой формы
1	моноэдр
2	гексагональная пирамида
3	гексагональная призма
4	дигексагональная призма
5	дигексагональная пирамида
6	пинакоид
7	гексагональная бипирамида
8	дигексагональная бипирамида
9	гексагональный трапецоэдр

Заключение

Кристаллография – наука тонкая: она не любит неточностей, неровностей и халатного отношения. В этом мы убедились, выполняя курсовую работу: малейшая ошибка могла дать сбой в целой системе, поэтому при создании анимационного учебного пособия ювелирная точность и математическая интуиция были необходимыми качествами.

В ходе работы мы познакомились с совершенно новыми программами: “SHAPE72” и «GIF Animation», научились работать в них, продумывать каждый шаг и дальнейшие действия. Но не всегда все идет гладко: возникли трудности в создании анимаций – программа давала сбой, не выдерживая большого количества кадров.

Также, мы вспомнили навыки работы в графическом редакторе CorelDRAWX4, благодаря которому переводили картинки в читаемый для «GIF Animation» формат.

Но самый главный результат, на наш взгляд – получение нового учебного пособия для начинающих кристаллографов. Мы надеемся, что наш труд не напрасен и, кто-то познакомившись с ним, захочет продолжить наши изыскания.

Список литературы и источники

1) «Кристаллография и кристаллохимия» учебник. Ю.К.Егоров-Тисменко; под редакцией академика В.С.Урусова. – 2-е издание. Москва «КДУ», 2010
2) «Кристаллография» И.Костов, перевод с болгарского Г.П.Литвинской, под редакцией Н.В.Белова. Москва «МИР», 1965
3) «Основы работы с CorelDRAW X3» С.В. Царик, Интернет Университет (INTUIT.RU)
4) http://gifzona.com/ - форум о работе в GifAnimation
5) «CorelDRAW-графический редактор». Автор статьи Михаил Храмов, из журнала «Мой друг компьютер», 2011
6) «Web-дизайн для “чайников”», Лайза Лопак, Диалектика Вильямс, 2008